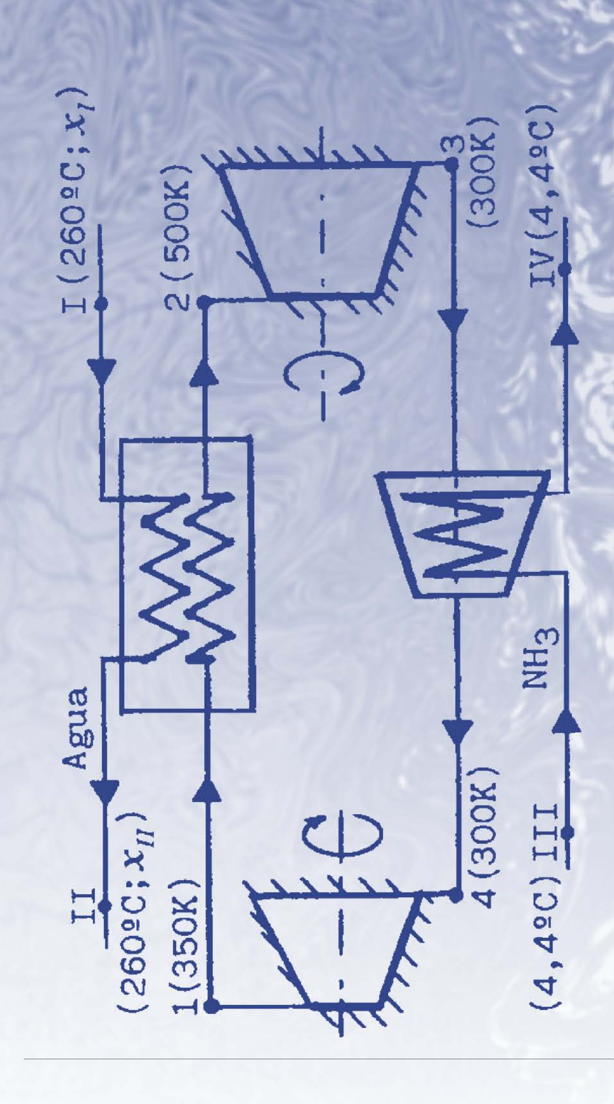
Problemas de Termodinámica aplicada

José María Sala Lizarraga
Luis María López González
Manuel M. Ruiz de Adana





UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

PROBLEMAS
DE
TERMODINÁMICA APLICADA

MATERIAL DIDÁCTICO
Ingenierías
nº 13

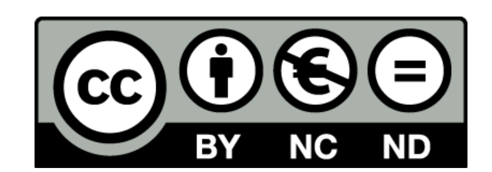
José María Sala Lizarraga
Luis María López González
Manuel M. Ruiz de Aldana

PROBLEMAS
DE
TERMODINÁMICA APLICADA

Segunda Edición

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Servicio de Publicaciones



publicaciones.unirioja.es
E-mail: publicaciones@unirioja.es

ISBN: 978-84-694-1724-9

LA VIDA
¿Qué es la vida
sino buscar,
hallar,
perder
y seguir buscando
de forma diferente?
¿Y la muerte?
¿Qué no es la muerte?
(LMLG)

A Chicho, in memoriam
A Eduardo, in vitam
A todos los Profesores de la Universidad
de La Rioja, in posterum

PRÓLOGO

*Con motivo de la reciente puesta en marcha del Segundo Ciclo de la Carrera de Ingeniero Industrial en el Centro de Enseñanzas Científicas y Técnicas de la Universidad de La Rioja, este libro de problemas titulado **"PROBLEMAS DE TERMODINÁMICA APLICADA"** tiene como objetivo servir de texto de problemas en las diversas asignaturas relacionadas directamente con la Termodinámica Aplicada cuya docencia imparten los profesores del Área de Máquinas y Motores Térmicos del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de La Rioja, tanto en el Primero como en el Segundo Ciclo de la Carrera de Ingeniería Industrial.*

*Al escribirlo se han pretendido dos finalidades básicas. Una es el presentar un libro moderno de **Problemas de Termodinámica Aplicada**, necesario para que todos los estudiantes de la carrera de Ingeniero Industrial completen su formación para abordar el estudio termodinámico de los problemas que la Ingeniería Térmica y Energética presentan. Además, se ha pretendido presentar los contenidos de forma que los alumnos comprendan con rigor y claridad los principios y aplicaciones de la Termodinámica, para que puedan utilizarlos con seguridad y eficacia*

Este libro forma parte de nuestra serie de libros sobre Termodinámica Aplicada (Teoría y Problemas), habiéndose seguido el mismo enfoque.

La experiencia nos demuestra que la asimilación de los conceptos sólo es posible si la enseñanza de la teoría va acompañada de unas clases de aplicación que servirán de afianzamiento y comprensión de la misma. El alumno debe quedar capacitado para afrontar global e inteligentemente la solución de los problemas que se le plantean al Ingeniero Industrial en el campo de su actividad profesional. Siempre hemos mantenido que la primera y mejor práctica es el profundo conocimiento de la teoría y de sus aplicaciones.

*Este libro de **"PROBLEMAS DE TERMODINÁMICA APLICADA"** es el fruto de una estrecha y fecunda colaboración con el responsable de la docencia de Termodinámica dentro del Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Bilbao.*

Queremos, finalmente, agradecer a los demás profesores de Termodinámica sus sugerencias y comentarios, amén de sus valiosas experiencias, tendentes a una mejora en la calidad de este libro de texto. Este agradecimiento lo hacemos extensivo a los profesionales del mundo de la industria.

Logroño, febrero de 2.000.

Los autores.

CAPÍTULO I

Balances de Masa, Energía, Entropía y Exergía en Volúmenes de Control. Régimen estacionario.

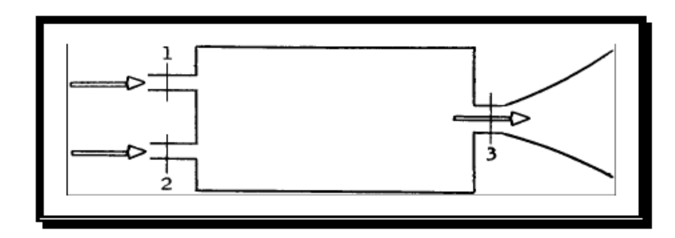
1. PROBLEMAS RELATIVOS A:

BALANCES DE MASA, ENERGÍA, ENTROPÍA Y EXERGÍA EN VOLÚMENES DE CONTROL. RÉGIMEN ESTACIONARIO.

1.1- En una cámara de mezcla adiabática se mezclan un caudal de vapor de agua de 4 kg / s a la presión de 10 bar y temperatura de 320ºC con un caudal de 7 kg / s de vapor húmedo a la misma presión y con título 0,6. La sección transversal de la tubería a la salida de la cámara es de 0,1 m^2.

A continuación el vapor húmedo que sale de la cámara se expansiona en una tobera hasta una presión de 3,6 bar, siendo el título de vapor a la salida de 0,7. Se pregunta:

1) El título de vapor a la salida de la cámara de mezcla.
2) Velocidad del vapor a la salida de la tobera.



1) Balance de masas: $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_3 = 4 + 7 = 11 \text{ kg / s}$

Balance de energía: $\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3$

(como se ve, no se consideran variaciones de energías potencial y cinética, hipótesis que será habitual siempre que no se den datos para considerar otra cosa).

De las tablas del agua saturada:

P (bar)	t (ºC)	v' (dm^3/kg)	v'' (m^3/kg)	h' (kJ/kg)	h'' (kJ/kg)
10	180	1,128	0,194	763,2	2 778,1
3,6	140	1,080	0,508	589,2	2 724

De las tablas del vapor recalentado obtenemos: h_1 = 3 093,9 kJ / kg

En **2**, la entalpía del vapor húmedo será:

$$h_2 = h' + x_2\,(h'' - h') = 763{,}2 + 0{,}6\cdot(2\,778{,}1 - 763{,}2) = 1\,972{,}14 \text{ kJ/kg}$$

Por tanto: $$h_3 = \frac{\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2}{\dot{m}_3} = \frac{4\cdot 3\,093{,}9 + 7\cdot 1\,972{,}14}{11} = 2\,380 \text{ kJ/kg}$$

A esa presión de 10 bar, el estado **3** corresponde, efectivamente, a un vapor húmedo de título x_3:

$$h_3 = h' + x_3(h'' - h') \Rightarrow x_3 = \frac{2380 - 763{,}2}{2778{,}1 - 763{,}2} = \boxed{0{,}80}$$

2) Haciendo un balance de energía en la tobera, tenemos:

$$h_3 + \frac{1}{2}c_3^2 = h_4 + \frac{1}{2}c_4^2$$

Calculemos v_3 y c_3 (volumen específico y velocidad a la salida de la cámara de mezcla):

$$c_3 = \frac{\dot{m}_3 v_3}{A_3} = \frac{11\,\text{kg/s}\cdot v_3}{0{,}1\,\text{m}^3}$$

$$v_3 = v' + x_3(v'' - v') = 1{,}128\cdot 10^{-3} + 0{,}8\cdot\left(0{,}194 - 1{,}128\cdot 10^{-3}\right) = 0{,}155 m^3/kg$$

Luego $$c_3 = \frac{11\cdot 0{,}155}{0{,}1} = 17{,}05 \text{ m/s}$$

Con los valores de la tabla y con $x_4 = 0{,}7$ se obtiene:

$$h_4 = h'_4 + x_4(h''_4 - h'_4) = 2090{,}5 kJ/kg$$

de modo que, sustituyendo valores en el balance de energía en la tobera:

$$2\,380 + \frac{1}{2}17{,}05^2\cdot 10^{-3} = 2\,090{,}5 + \frac{1}{2}c_4^2 \quad\Rightarrow\quad \boxed{c_4 = 761{,}1 \text{ m/s}}$$

Nota: si tuviésemos en cuenta los término de energía cinética en las secciones de entrada y salida de la cámara, escribiríamos:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = A_3 c_3 \rho_3 \Rightarrow c_3 = \frac{(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)[v' + x_3(v'' - v')]}{A_3}$$

Balance de energías:

$$\left(h_1 + \frac{1}{2}c_1^2\right) + \left(h_2 + \frac{1}{2}c_2^2\right) = h_3 + \frac{1}{2}c_3^2 \Rightarrow$$

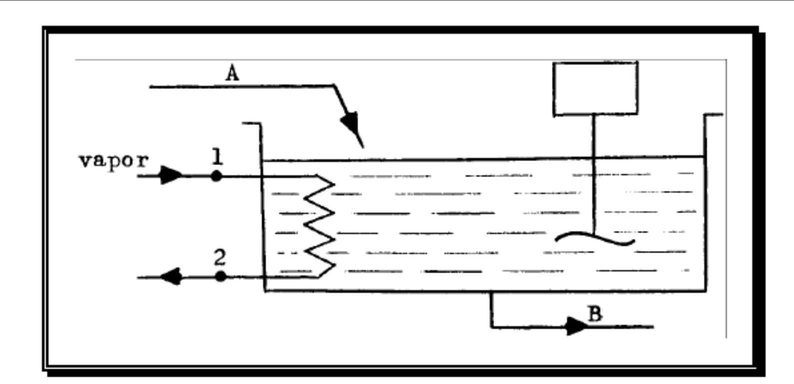
$$\Rightarrow h_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}_1 v_1}{A_1}\right)^2 + h_2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}_2 v_2}{A_2}\right)^2 = h' + x_3 r + \frac{1}{2}\left[\frac{(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)[v' + x_3(v'' - v')]}{A_3}\right]^2$$

1.2- Un depósito contiene inicialmente 5 m^3 de agua líquida a 18ºC. A partir de un cierto instante se aporta al depósito un caudal de agua líquida de 750 l/min a 60ºC, a través de la tubería **A**, y se extrae un caudal igual a lo largo de la tubería **B**, de igual sección que **A** (véase figura adjunta).

Por el calentador circula un caudal de vapor de agua de 20,3 kg/min a 4,8 kp/cm^2, entrando en el estado **1** al depósito como vapor saturado, y saliendo en el estado **2** como vapor húmedo de título 0,2. La potencia del agitador es de 8 HP, considerándose adiabáticas las paredes del depósito.

Determinar la variación de temperatura del agua del depósito (supuesta uniforme) en función del tiempo.

Se consideran despreciables las cantidades de agua evaporada y de calor intercambiado en su superficie, que la capacidad calorífica específica del agua líquida es constante, y que su coeficiente de dilatación isobárico es nulo.



Tomando como volumen de control el definido por la superficie que limita la masa de agua en un instante determinado, el balance de energías para dicho sistema abierto sería:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dU}{dz} + \dot{m}_B \left(h + e_c + e_p\right)_B - \dot{m}_A \left(h + e_c + e_p\right)_A$$

(si los caudales de entrada y salida fueran distintos, o si el fluido fuera compresible, debería incluirse en el balance de energías expresado el trabajo volumétrico intercambiado por el volumen de control.)

La presión del vapor de agua a lo largo del serpentín se supone constante (como siempre que no se dé algún dato para considerar algo en contrario), por lo cual el calor cedido por el vapor será la diferencia de sus entalpías entre **1** y **2**:

$$\dot{Q} = \dot{m}\left(h_1 - h_2\right)$$

De las tablas del agua saturada obtenemos:

$$h_1 = 655{,}5 \text{ kcal / kg} \; ; \; h' = 150{,}9 \text{ kcal / kg}$$

luego $$h_2 = (655{,}5 - 150{,}9) \cdot 0{,}2 + 150{,}9 = 251{,}8 \text{ kcal / kg}$$

y por tanto: $$\dot{Q} = 20{,}3 \cdot (655{,}5 - 251{,}8) = 8195 \, kcal / min$$

La potencia intercambiada $\dot{W}$, de signo negativo, ya que es recibida por el volumen de control, será:

$$\dot{W} = -8 \text{ HP} = -85{,}5 \text{ kcal / min}$$

Tomando para el agua líquida incompresible $\rho = 10^3 \text{ kg / m}^3$, y $c = 1$ kcal / kg K (como se supondrá generalmente siempre que no se den datos para considerar otros valores):

$$\dot{m}_A \left(h + e_c + e_p\right)_A - \dot{m}_B \left(h + e_c + e_p\right)_B = 750 \cdot 1 \cdot (60 - t)$$

$$\frac{dU}{dz} = \rho V c \frac{dt}{dz} = 5\,000 \frac{dt}{dz}$$

Sustituyendo valores:

$$5000 \frac{dt}{dz} = 8195 + 85{,}5 + 750 \cdot (60 - t) = 53285 - 750t$$

Integrando: $$6{,}66 \int_{18}^{t} \frac{dt}{71{,}04 - t} = \int_0^z dz = z$$

de donde $$\boxed{t = 71{,}04 - 53{,}04 e^{-z/6{,}66}}$$

1.3- Se trata de inflar por medio de un compresor un neumático a presión manométrica de $2{,}46\ \mathrm{kp/cm^2}$ (exceso de presión sobre la atmosférica). La atmósfera, así como el aire que inicialmente llena el neumático, están a la presión $P_a = P_1 = 1{,}012\ \mathrm{kp/cm^2}$ y $t = 16$ºC. El volumen, supuesto constante, del neumático es $V_1 = 28{,}3$ l. Se supone: a) que el aire es una mezcla ideal 20% de O_2 y 80% de N_2 en volumen y que se comporta como un gas perfecto biatómico; y b) que el proceso es adiabático reversible. Se pide:

1) Temperatura final del aire en el interior del neumático, expresada en ºC y en ºF.
2) Masa (en g) del aire contenido en el neumático antes y después del inflado.
3) Trabajo gastado en el inflado, el kpm (téngase en cuenta la acción atmosférica).
4) Valor final de la presión si, una vez concluido el inflado, la temperatura del aire del interior del neumático desciende nuevamente a su valor inicial.

Datos: $M(O_2) = 32$; $M(N_2) = 28$; 1 atm = $1{,}033\ \mathrm{kp/cm^2}$; 1 J = 0,24 cal; exponente adiabático de un gas perfecto biatómico $\gamma = 1{,}4$.

1) Puesto que el proceso es adiabático reversible:

$$T_f = T_i\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 289\cdot\left(\frac{3{,}472}{1{,}012}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} = \underline{411{,}02K}$$

$$t_f(^\circ\mathrm{C}) = 411{,}02 - 273{,}15 = \boxed{137{,}87^\circ\mathrm{C}}\ ;\quad t_f(^\circ\mathrm{F}) = 32 + \frac{9}{5}t_f(^\circ\mathrm{C}) = \boxed{280{,}17^\circ\mathrm{F}}$$

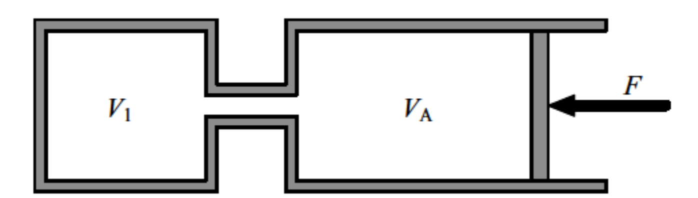
2)

$$N_1 = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{1{,}012\cdot10^4\cdot9{,}8\cdot28{,}3\cdot10^{-3}}{8{,}314\cdot289} = 1{,}17\ \mathrm{mol}$$

$$N_2 = \frac{P_2V_2}{RT_2} = \frac{3{,}472\cdot10^4\cdot9{,}8\cdot28{,}3\cdot10^{-3}}{8{,}314\cdot411{,}02} = 2{,}82\ \mathrm{mol}$$

$$m_1 = 1{,}17\cdot(0{,}2\cdot32+0{,}8\cdot28) = \boxed{33{,}7g}\ ; m_2 = 2{,}82\cdot(0{,}2\cdot32+0{,}8\cdot28) = \boxed{81{,}22g}$$

3) a) Supongamos que el inflado se hace de una sola “embolada”:



Desde el punto de vista de sistema cerrado, aplicando el Primer Principio a la masa de control contenida inicialmente en el neumático más la masa de aire atmosférico que se incorporará a su interior:

$$Q = \Delta U + W_{tot}$$

Recordando que, para un G.P., $U = \dfrac{PV}{\gamma - 1}$

queda
$$-W_{tot} = \frac{P_2 V_1}{\gamma - 1} - \frac{P_1 (V_1 + V_A)}{\gamma - 1} = \frac{P_2 V_1 - P_1 (V_1 - V_A)}{\gamma - 1}$$

Dado que el proceso es adiabático reversible, se cumplirá:

$$P_1 (V_1 + V_A)^{\gamma} = P_2 V_1^{\gamma} \Rightarrow V_1 + V_A = V_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\gamma} = 28{,}3 \cdot \left(\frac{3{,}472}{1{,}012} \right)^{1/1{,}4} = 68{,}27 l$$

Sustituyendo:

$$-W_{tot} = \frac{3{,}472 \cdot 28{,}3 - 1{,}012 \cdot 68{,}27}{0{,}4} \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} = 729{,}21 \text{ kpm}$$

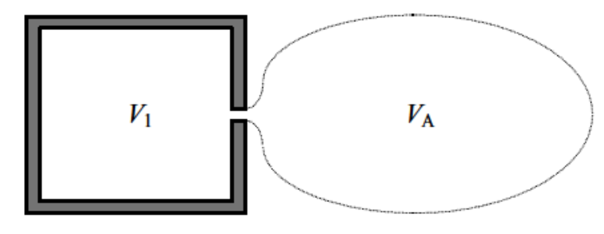
El trabajo "aportado" por la atmósfera en la compresión es:

$$W_{atm} = 1{,}033 \cdot 10^4 \cdot V_A = 1{,}033 \cdot 10^4 \cdot (68{,}27 - 28{,}3) \cdot 10^{-3} = 412{,}89 kpm$$

de modo que:

$$W_{neto} = -729{,}21 + 412{,}89 = \underline{-316{,}32 \text{ kpm}} \quad \Rightarrow \quad \left| W_{gastado} \right| = -W_{neto} = \boxed{316{,}32 \text{ kpm}}$$

b) Desde el punto de vista del sistema abierto, podemos aplicar el Primer Principio al volumen de control definido por la superficie fija que limita el neumático:



$$Q - W_t = \Delta U_{VC} + H_{sal} - H_{entr}$$

siendo $Q = 0$; $W_t = W_{neto} = -\left| W_{gastado} \right|$; $H_{sal} = 0$; $H_{ent} = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1} P_1 V_A$

de modo que $$\left|W_{gastado}\right| = \frac{P_2V_1 - P_1V_1}{\gamma - 1} + 0 - \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_1V_A = \cdots = \boxed{316{,}82 \text{ kpm}}$$

4) Es un proceso isócoro, de modo que:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = \frac{P_3}{T_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{3{,}472}{411{,}02} = \frac{P_3}{289} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_3 = 2{,}42 \text{ kp / cm}^2}$$

1.4- Se desea concentrar en la relación 2:1 un caudal de 100 kg/h de una solución salina de agua muy diluida que se encuentra a 20ºC. Para ello se utiliza un evaporador que consiste básicamente en un recipiente con un intercambiador tubular (ver figura).

En el evaporador, la solución salina se calienta hasta 100ºC, y a continuación se evapora, de forma que de la instalación sale vapor a 100ºC y 1 atm, así como solución concentrada a 100ºC. Esto se consigue mediante vapor vivo que entra al evaporador saturado a 130ºC y sale como líquido a 115ºC. Se pregunta:

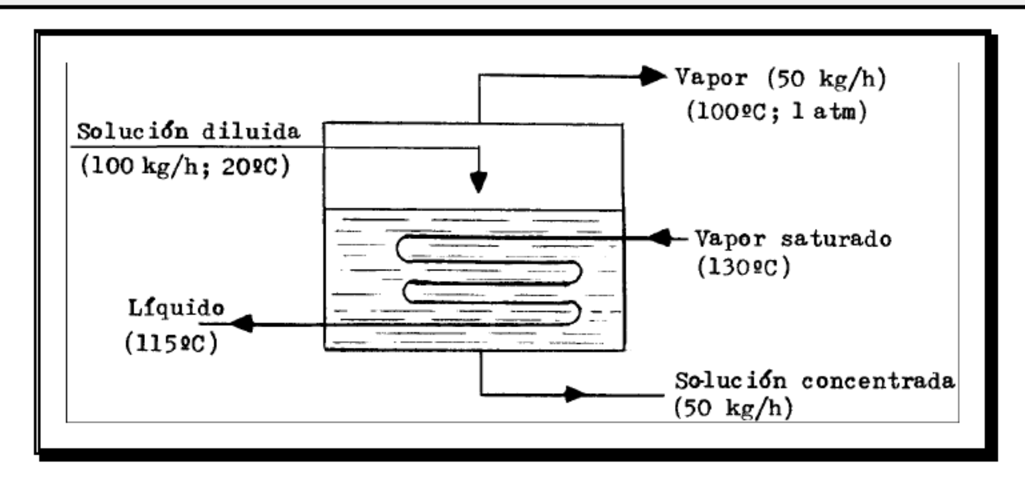
1) Determinar el caudal de vapor vivo necesario.

Para economizar vapor vivo, se coloca un intercambiador entre la solución diluida entrante y el vapor resultante del evaporador, consiguiéndose así precalentar la solución hasta 90ºC. Calcular:

2) Temperatura y título del vapor a la salida de este intercambiador–precalentador.
3) El nuevo consumo de vapor vivo, siendo las condiciones de salida las mismas que en el caso anterior.

En lugar de intercalar el intercambiador, se decide utilizar el vapor procedente del evaporador de otra forma. Para ello se comprime hasta una presión de 2 atm en un compresor isoentrópico. Calcular:

4) Temperatura alcanzada por el vapor a la salida del compresor y potencia consumida por el mismo.
5) Comprobar que es necesario un aporte de vapor vivo adicional, y calcular dicho aporte para conseguir la concentración deseada.



1) Se suponen adiabáticas las paredes del evaporador, y que éste funciona en régimen estacionario.

Como se concentra en una relación 2:1, eso significa que el caudal de solución concentrada será de 50 kg/h, y por tanto el caudal de vapor que sale del evaporador es también de 50 kg/h.

Puesto que el evaporador se alimenta con una solución salina muy diluida, podemos considerar que la entalpía de esta solución, como la de la solución concentrada, son aproximadamente iguales a la entalpía del agua en esas condiciones. Por tanto, de las tablas del agua se obtiene:

$$h_{vs}(130^{\circ}\mathrm{C}) = 2\,716{,}3\ \mathrm{kJ/kg}\,; \quad h_l(115^{\circ}\mathrm{C}) = 4{,}18 \cdot 115 = 480{,}7\ \mathrm{kJ/kg}\,;$$

$$h_{sol}(20^{\circ}\mathrm{C}) = 4{,}18 \cdot 20 = 83{,}6\ \mathrm{kJ/kg}\,; \quad h_v(100^{\circ}\mathrm{C}) = 2\,671{,}4\ \mathrm{kJ/kg}\,;$$

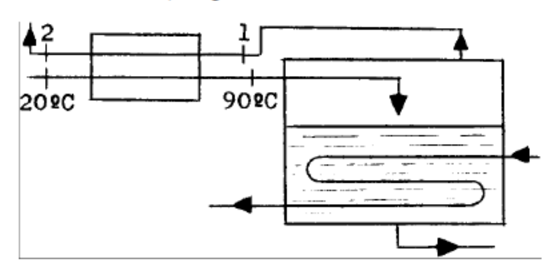
$$h_{sol.c}(100^{\circ}\mathrm{C}) = 418\ \mathrm{kJ/kg}$$

Balance de energía:

$$\dot m_v(h_{vs} - h_l) = \dot m_{sol.c} h_{sol.c} + \dot m_v h_v(100^{o}C) - \dot m_{sol} h_{sol}(20^{o}C)$$

$$\dot m_v(2716{,}3 - 480{,}7) = 50 \cdot 418 + 50 \cdot 2671{,}4 - 100 \cdot 83{,}6 \Rightarrow \boxed{\dot m_v = 68{,}7 kg/h}$$

2) Según se indica en el enunciado, esquemáticamente sería:



Haciendo un balance de energía en el intercambiador–precalentador:

$$\dot m_{sol}\left[h(90^{o}C) - h(20^{o}C)\right] = \dot m_v(h_{v,1} - h_{v,2})$$

siendo $$h(90^{\circ}\mathrm{C}) = 4{,}18 \cdot 90 = 376{,}2\ \mathrm{kJ/kg} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \cdot (376{,}2 - 83{,}6) = 50 \cdot (2671{,}4 - h_{v,2}) \Rightarrow h_{v,2} = 2086{,}2 kJ/kg$$

Puesto que: $$h' < h_{v,2} < h''$$

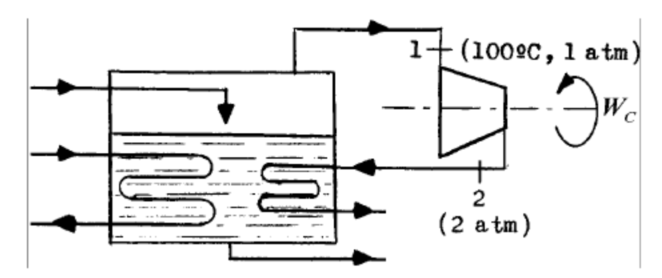
el estado **2** corresponde a un vapor húmedo de título x:

$$2086{,}2 = 418{,}1 + x_2(2671{,}4 - 418{,}1) \Rightarrow \boxed{x_2 = 0{,}74}$$

y naturalmente $$\boxed{t_2 = 100^{\circ}\mathrm{C}}$$

3) $$\dot m_v(2716{,}3 - 480{,}7) = 50 \cdot 418 + 50 \cdot 2671{,}4 - 100 \cdot 376{,}2 \Rightarrow \boxed{\dot m_v = 52{,}3 kg/h}$$

4) Esquemáticamente, según el enunciado:



Dado que el compresor es isoentrópico: $s_2 = s_1 = 7{,}340$ kJ / kg K = 7,7561 kcal / kg K.

De la tabla del vapor recalentado a $P = 2$ atm se obtiene:

t (ºC)	h (kcal / kg)	s (kcal / kg K)
160	666,4	1,7493
180	675,9	1,7710
200	685,4	1,7915

de cuyos valores, mediante una interpolación lineal aproximada, se obtiene (para $s = 1{,}7561$ kcal / kg K):

$$\boxed{t_2 = 163^{o}\,C}\;;\quad h_2 = 669{,}4 \text{ kcal / kg} = \underline{2\,798 \text{ kJ / kg}}$$

Potencia consumida por el compresor:

$$\left|\dot{W}_c\right| = \dot{m}_v\left(h_2 - h_1\right) = 50\cdot\left(2798 - 267{,}4\right) = 6635\,kJ/h = \boxed{1{,}76\,kW}$$

5) Suponiendo que a la salida del intercambiador tengamos líquido a 100ºC, la energía cedida en el evaporador es: $50\cdot\left(2798 - 418\right) = 119000\,kJ/h$

La energía necesaria para realizar la concentración es:

$$50\cdot 2\,671{,}4 + 50\cdot 418 - 100\cdot 83{,}6 = 146\,110 \text{ kJ / h}$$

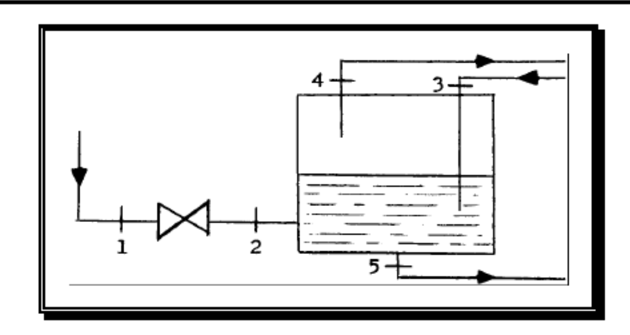
Por consiguiente, como se muestra en el esquema de la figura, es necesario un aporte de vapor vivo, cuyo caudal se calcula mediante un balance global de energía para la instalación:

$$\dot{m}_v\left(h_{vs} - h_l\right) + \dot{m}_{sol}h_{sol}(20^{o}\,C) + \left|W_c\right| = \dot{m}_{sol.c}h_{sol.c}(100^{o}\,C) + \dot{m}_l h_l(100^{o}\,C) \rightarrow$$

$$\dot{m}_v\left(2716{,}3 - 480{,}3\right) + 100\cdot 83{,}6 + 6335 = 50\cdot 418 + 50\cdot 418 \Rightarrow \boxed{\dot{m}_v = 11{,}9\,kg/h}$$

1.5- La figura adjunta representa el esquema de un depósito separador y enfriador de vapor, de paredes aproximadamente adiabáticas, que forma parte de una instalación frigorífica de compresión en varias etapas. El fluido frigorígeno es NH_3, indicándose en la tabla la información necesaria sobre los distintos estados del NH_3 en las secciones de entrada y de salida. Se pregunta:

1) Caudal $\dot{m}_4$ sabiendo que $\dot{m}_3 = \dot{m}_5 = 3{,}5$ kg / min.
2) Exergía que sale del depósito separador por la sección **5** en la unidad de tiempo. Se considerará $P_a = 1$ atm y $t_a = 20$ºC.
3) Destrucción de exergía en la válvula de laminación y en el depósito separador por unidad de tiempo.



Estado	*P* (atm)	*t* (ºC)	
1		25	líquido saturado
2	2		
3	2	40	
4			vapor saturado
5			líquido saturado

De la tablas del NH_3 obtenemos los valores siguientes:

Estado	*h* (kcal / kg)	*s* (kcal / kg K)
1	30	0,100
2	30	0,120
3	326,5	1,275
4	295,8	1,170
5	–20	–0,080

1) Balance de energía: $\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_4 h_4 + \dot{m}_5 h_5$

Ya que $\dot{m}_4 = \dot{m}_2$:

$$\dot{m}_4 \cdot 30 + 3{,}5 \cdot 326{,}5 = \dot{m}_4 \cdot 295{,}8 + 3{,}5 \cdot (-20) \Rightarrow \boxed{\dot{m}_4 = \dot{m}_2 = 4{,}56\,kg/min}$$

2) En las condiciones atmosféricas: $h_a = 318$ kcal / kg ; $s_a = 1{,}320$ kcal / kg K.

$$\dot{B}_{t,5} = \dot{m}_5 b_{t,5} = \dot{m}_5 \left[(h_5 - h_a) - T_a (s_5 - s_a) \right] =$$

$$= 3{,}5 \cdot (-20 - 318) - 293 \cdot (-0{,}08 - 1{,}320) = \boxed{252{,}7\,kcal/min}$$

3)
$$\dot{I}_d = T_a (\dot{m}_5 s_5 + \dot{m}_4 s_4 - \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_2 s_2) =$$

$$= 293 \cdot [3{,}5 \cdot (-0{,}080) + 4{,}56 \cdot 1{,}17 - 3{,}5 \cdot 1{,}275 - 4{,}56 \cdot 0{,}120] = \boxed{13{,}33\,kcal/min}$$

1.6- Por una tubería de 15 cm ∅ fluye vapor de agua recalentado a 10 bar y 300ºC, siendo la velocidad media de circulación del vapor 50 m / s. Con el fin de reducir el grado de recalentamiento, se deja un tramo de tubería de 10 m sin calorifugar.

1) Sabiendo que el calor perdido por cada metro de ese tramo es de 3,97 kW, determinar la temperatura que alcanza el vapor al final del tramo, así como la exergía del calor cedido.
2) Contestar las dos preguntas anteriores en el supuesto de que el gasto de vapor fuera de 1,2 kg / s.

Nota: considérese que la presión del derrame permanece constante, y que la temperatura ambiental es $T_a = 290$ K.

1)

Figura 1

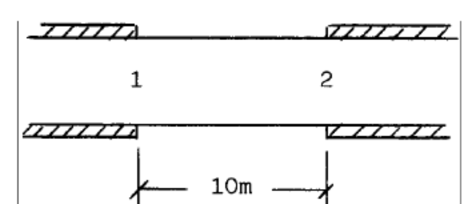
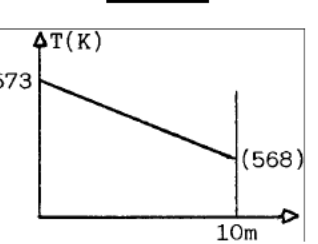


Figura 2



De las tabla del vapor de agua recalentado se obtiene:

$$v(10\,\text{bar}, 300^\circ\text{C}) = 258 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{kg}\,; \quad h_1 = 3\,052{,}1\ \text{kJ/kg}$$

El gasto de vapor será: $$\dot{m} = \frac{50 \cdot \pi \cdot 0{,}15^2/4}{258 \cdot 10^{-3}} = 3{,}42\ \text{kg/s}$$

Calor perdido en el tramo no calorifugado = 39,7 kW.

Calor cedido por kg = 39,7 / 3,42 = 11,6 kJ / kg.

De modo que $h_2 = h_1 - 11{,}6 = 3\,040{,}5$ kJ / kg, entalpía que corresponde a un vapor a la presión de 10 bar, recalentado, cuya temperatura obtenida de la tabla correspondiente es:

$$\boxed{t_2 = 295^\circ\text{C}}$$

$$B_Q = \int_0^{10}\left(1 - \frac{T_a}{T}\right)\frac{\delta Q}{dL}dL = 39{,}7 - T_a\int_0^{10}\frac{3{,}97}{-0{,}5L + 573}dL$$

De modo que $T_1 = 573$ K ; $T_2 = 568$ K ; $T = -0{,}5L + 573$, valores y expresión que se representan en la figura 2.

2) $\dot{m} = 1{,}2 \text{ kg / s}$

Calor cedido: 3,97 kW / m

Calor cedido por unidad de masa:

$$\frac{39{,}7 \text{ kW}}{1{,}2 \text{ kg / s}} = 33{,}1 \text{ kJ / kg}$$

De modo que, en este caso, la entalpía del vapor en la sección **2** sería:

$$h'_2 = h_1 - 33{,}1 = 3\,019 \text{ kJ / kg}$$

que corresponde a un vapor recalentado a la presión de 10 bar y temperatura:

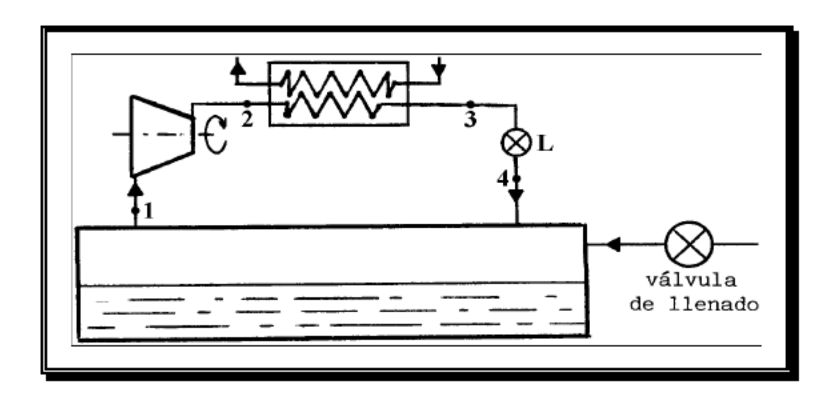
$$\boxed{t'_2 = 285^{\circ}\text{C}}$$

$$\underline{B'_Q = \int_0^{10} \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) q(L)\,dL = Q - T_a \int_0^{10} \frac{q(L)}{T}\,dL}$$

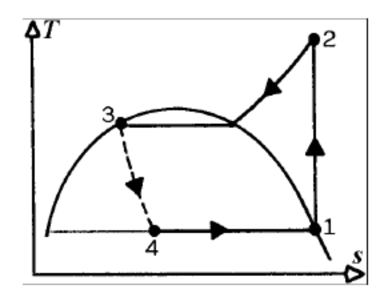
1.7- Un gran depósito contiene amoníaco líquido a 0ºC. A pesar de estar el depósito térmicamente aislado, recibe de la atmósfera, cuya temperatura es de 20ºC, una aportación calórica de 135 000 kcal / h, por lo que, para mantener la temperatura de 0ºC, se conecta al depósito un compresor para aspirar vapor saturado del depósito, que, después de comprimido, se licúa en un intercambiador–condensador perfecto, obteniéndose amoníaco líquido saturado a 35ºC, que se inyecta de nuevo en el depósito a través de la válvula de laminación **L**. Suponiendo la compresión isoentrópica y despreciables las variaciones de energías cinética y potencial, se pide:

1) Potencia del compresor en kW y cantidad de calor en kcal / h a extraer del condensador.
2) Exergía física destruida por irreversibilidades en kW.
3) Potencia consumida por el compresor durante el llenado del depósito a un ritmo de 50 t / h de amoníaco líquido, prácticamente saturado, a 5ºC, para que la temperatura del depósito permanezca constantemente a 0ºC.

Se usarán diagramas o tablas necesarios.



1) El diagrama esquemático (T,s) del ciclo seguido por el NH_3 sería:



$$q_{4,1} = h_1 - h_4 = h_1 - h_3 \approx 302 \text{ kcal / kg}$$

$$\dot{Q}_{1,4} = 135\,000 \text{ kcal / k} = \dot{m} \cdot 302 \quad \Rightarrow \quad \underline{\dot{m} = 447 \text{ kg / h}}$$

Por tanto: $\left|\dot{W}_c\right| = \dot{m}(h_2 - h_1); h_2 = 344 kca/kg \Rightarrow \boxed{\left|\dot{W}_c\right| = 21{,}8 kW}$

$$\dot{Q}_{2,3} = \dot{m}(h_2 - h_3) = \left|\dot{W}_c\right| + \dot{Q}_{4,1} = \boxed{153774 kcal/h}$$

2) $$\nabla \dot{B} = \dot{I} = T_a \Delta \dot{S}_{univ} = T_a \left(\Delta \dot{S}_{atm} + \Delta \dot{S}_{4,1} + \Delta \dot{S}_{3,4}\right) =$$

$$= 293 \cdot \left[\frac{-135000}{293} + \frac{135000}{273} + 447 \cdot (s_4 - s_3)\right]$$

Aproximadamente:

$$s_4 = 0{,}14 \text{ kcal / kg K} ; \quad s_3 = 0{,}13 \text{ kcal / kg K} \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = 11\,200 \text{ kcal / h} = \boxed{13 \text{ kW}}$$

3) Habrá que sumar el "calor" aportado por el líquido de llenado, aproximadamente igual a:

$$50\,000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 6 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 300\,000 \frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

para lo cual el consumo del compresor debe ser:

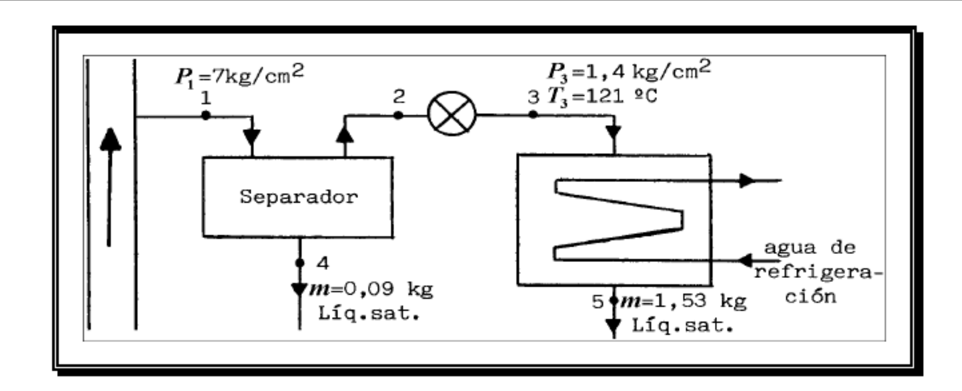
$$\left|\dot{W}_c'\right| = \left|\dot{W}_c\right| \frac{300\,000 + 135\,000}{135\,000} = \boxed{70{,}25 \text{ kW}}$$

1.8- Para medir el título de un vapor húmedo de agua que fluye por una tubería, se utiliza un equipo que consta de: separador (separa el líquido del vapor), válvula de laminación y condensador, según se muestra en la figura.

La presión del vapor en la tubería y en el separador es de 7 kp / cm². Después de estrangular el vapor húmedo que sale del separador hasta la presión de 1,4 kp / cm², su temperatura es de 121ºC. Transcurridos 10 min de prueba, con funcionamiento en régimen permanente, se recogen 0,09 kg de agua en el separador y 1,53 kg de agua en el condensador.

Determinar el título del vapor que fluye por la tubería.

Todos los equipos se consideran adiabáticos y sin caída de presión en las conducciones.



De las tablas correspondientes se obtiene:

$h_3 = 649$ kcal / kg (vap. rec.) ; $h_4 = 165{,}4$ kcal / kg (líq. sat.) ; $h_2 = h_3 = 649$ kcal / kg

Balance de masa:

$$m_1 = m_4 + m_5 = 0{,}09 + 1{,}53 = 1{,}62 \text{ kg} ; \quad m_2 = m_3 = m_5 = 1{,}53 \text{ kg}$$

Balance de energía en el separador:

$$m_1 h_1 = m_2 h_2 + m_4 h_4 \quad \Rightarrow \quad h_1 = 622 \text{ kcal / kg}$$

Por tanto:

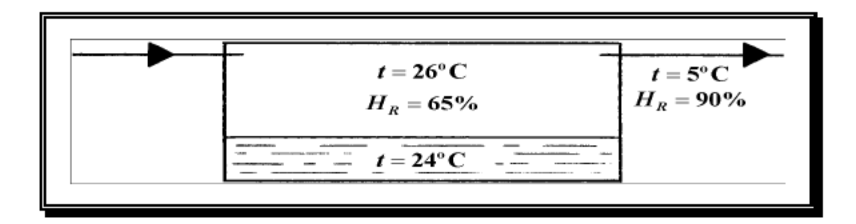
$$x_1 = \frac{h_1 - h'_1}{h''_1 - h'_1} = \frac{622 - 166}{659{,}5 - 166} = \boxed{0{,}926}$$

1.9- En el recinto de una piscina cubierta se desea mantener el aire en las condiciones siguientes: $t = 26$ºC, H_R (presión parcial del vapor de agua en el aire / presión de saturación del agua a esa temperatura) = 0,65, y concentración máxima de cloro = 1,5 mg / m^3. La temperatura del agua de la piscina es de 24ºC, su superficie libre $A = 450$ m^2, y su profundidad (constante) $h = 2$ m, siendo la presión ambiental $P_a = 1\,018$ mbar, igual a la atmosférica exterior, cuyas condiciones son $t' = 5$ºC y $H_R = 0,9$.

Determinar el caudal másico de aire de renovación (caudal de aire que se toma del exterior), sabiendo que:

1) La velocidad de evaporación del agua de la piscina se puede calcular mediante la fórmula: $\dot{m} = 25,2 \cdot A \cdot (P_s\text{-}P_v) / (P_a\text{-}P_v)$; expresado $\dot{m}$ en kg / h y A en m^2, y siendo P_v la presión parcial del vapor en el aire, y P_s la presión de saturación a la temperatura del agua de la piscina.
2) La concentración de cloro en el agua de la piscina, mantenida constante, es de 0,15 g / m^3, y suponiendo que en 24 h se desprende al ambiente el contenido total de cloro en el agua.
3) Debido a la ocupación estimada en una instalación de este tipo, se considera que son necesarias, como mínimo, 1,3 renovaciones por hora del aire del recinto, cuyo volumen es $V = 4\,290$ m^3.

Nota: el caudal de renovación será, naturalmente, el máximo de los caudales necesarios para satisfacer cada una de las tres condiciones señaladas en el enunciado.



1) De la tabla del vapor saturado: $P_s(24ºC) = 0,030409$ atm = 30,8 mbar.

$P_v = H_R\, P_s(26ºC) = 0,65 \cdot 0,034259$ atm = 22,55 mbar.

Sustituyendo valores en la fórmula dada:

$$\dot{m} = 25,2 \cdot 450 \cdot \frac{30,8 - 22,55}{1\,018 - 22,55} = 93,98\ \frac{\text{kg}}{\text{h}} \text{ de agua evaporada}$$

Considerando que el caudal de aire atmosférico que entra, $\dot{m}_a$, es el que sale ($\dot{m}_a = \rho\dot{V}$):

$$\dot{m} + \dot{m}_a X_e = \dot{m}_a X_i \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_a = \frac{\dot{m}}{X_i - X_e}$$

donde X_e y X_i son las humedades absolutas del aire en el exterior y en el interior:

$$X_i = 0{,}622\frac{22{,}55}{1\,018 - 22{,}55} = 0{,}0141; \quad X_e = 0{,}622\frac{0{,}00935 \cdot 0{,}9}{1\,018 - 0{,}00935 \cdot 0{,}9} = 5{,}44 \cdot 10^{-6}$$

y sustituyendo estos valores:

$$\dot{m}_a = \frac{93{,}98}{0{,}0141 - 5{,}44 \cdot 10^{-6}} = 6\,667{,}6\frac{\text{kg}}{\text{h}} \text{ de aire seco}$$

Por tanto, el caudal másico de aire seco necesario para mantener la humedad relativa será:

$$\dot{m}_a(1 + X_e) \approx \boxed{6667{,}6 kg/h}$$

2) $$V_{piscina} = A\,h = 900 \text{ m}^3 ; \quad m_{Cl} = 0{,}15 \cdot 900 = 135 \text{ g} ;$$

$$\dot{m}_{Cl} = \frac{0{,}12 \cdot 135 \cdot 10^{-3}}{24} = 6{,}75 \cdot 10^{-4} \text{ kg / h}$$

$$\dot{m}_{Cl} = \frac{0{,}12 \cdot 135 \cdot 10^{-3}}{24} = 6{,}75 \cdot 10^{-4} kg/h; \dot{m}_{Cl} + \dot{m}_a = \dot{m}_a\left(1 + \frac{\dot{m}_{Cl}}{\dot{m}_a}\right) = \dot{m}_a(1 + y_{Cl})$$

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{m}_{Cl}}{y_{Cl}} = \frac{6{,}75 \cdot 10^{-4}}{1{,}296 \cdot 10^{-6}} = \boxed{520{,}6 \text{ kg / h}}$$

$$\left[v = (R_a + X\,R_v)\frac{P}{T} = \left(\frac{8{,}314}{28{,}9} + 0{,}014\frac{8{,}314}{18}\right)\frac{299}{1{,}018 \cdot 10^5}10^3 = 0{,}864\frac{m^3}{kg}\right.$$

$$\left. \rho = 1{,}157\frac{kg}{m^3} \Rightarrow y_{Cl} \approx \frac{1{,}5 \cdot 10^{-6}}{1{,}157} = 1{,}296 \cdot 10^{-6} \right]$$

3) $$\dot{V} = 1{,}3 \cdot 4\,290 = 5\,577 \text{ m}^3 \text{ / h} ; \quad \dot{V}\rho = \boxed{6\,454 \text{ kg}_{\text{as}} \text{ / h}}$$

Por lo tanto, el caudal de aire de renovación ha de ser el obtenido con las condiciones especificadas en 1):

$$\text{Aire de renovación} = 6\,667{,}6 \cdot 0{,}864 = \boxed{5575 \text{ m}^3 \text{ / h}}$$

1.10- En un proceso de una planta industrial se necesita limpiar un caudal de gas a presión. Para ello se va a instalar un dispositivo consistente en un venturi y en un ciclón (ver esquema de la figura). En esencia, el principio de funcionamiento es el siguiente: se comprime agua líquida mediante una bomba, y se inyecta en el venturi. Este agua pulverizada arrastra consigo las partículas sólidas de la corriente de gas, de forma que en el ciclón se consigue separarlas, obteniéndose así el caudal de gas limpio.

Se dispone de dos ofertas, **I** y **II**, de dos casas comerciales distintas, cuyas características están reflejadas en la tabla adjunta. Se pregunta:

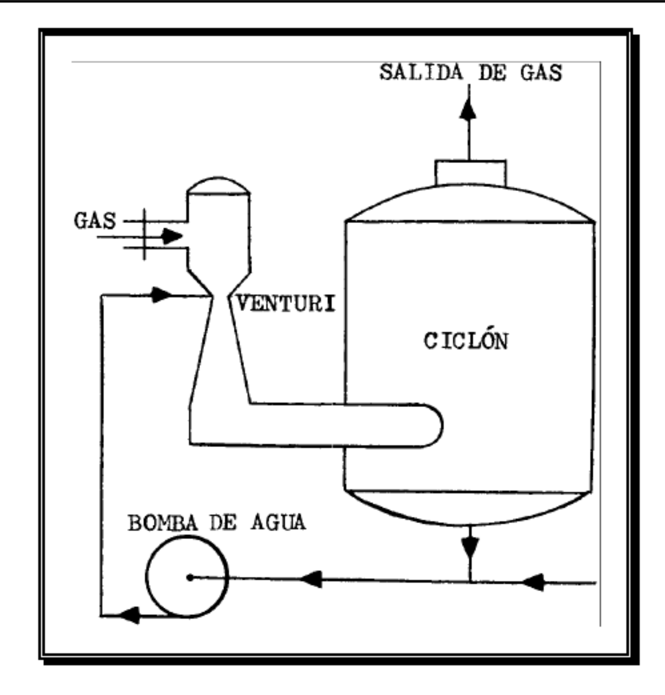
1) Exergía destruida en las unidades **I** y **II** (kW).

Para recuperar la presión del gas en el caso **I** se necesita incorporar un compresor cuyo rendimiento exergético es 0,68. El accionamiento de la bomba de agua, así como el de este compresor, se realiza mediante motores eléctricos de rendimiento 0,95. Suponiendo un funcionamiento de 800 h / año, determinar:

2) Los costes de funcionamiento anuales (coste de la energía eléctrica consumida) de los sistemas **I** y **II**, siendo el precio de la energía eléctrica de 12 pts / kWh.
3) Cuál de las dos opciones sería la mejor.

El gas se considerará perfecto de $M = 23$ y $c_p = 1$ kJ / kg K.

La temperatura atmosférica, constante: $T_a = 298$ K.



Sistema	**I**	**II**
Caudal de gas	24,75 kg / h	24,75 kg / h
Presión del gas a la entrada	474,3 kPa	474,3 kPa
Caída de presión del gas	55 kPa	0
Temperatura del gas: Entrada	38ºC	38ºC
Temperatura del gas: Salida	36ºC	38ºC
Potencia de la bomba	0,15 kW	3 kW
Coste del sistema	250 000 pts	200 000 pts

1) Haciendo un balance de exergía para el sistema que comprende venturi, ciclón y bomba, se tiene:

$$\dot{m}_g b_{t,g}^1 + |N_b| + \dot{m}_{ag} b_{t,ag}^1 = \dot{m}_g b_{t,g}^2 + \dot{I}$$

Puesto que el agua en el estado **1** está en las condiciones atmosféricas (estado muerto):

$$b_{t,ag}^1 = 0$$

$$\dot{m}_g \left(b_{t,g}^1 - b_{t,g}^2\right) = \dot{m}_g \left[(h_1 - h_2) - T_a (s_1 - s_2)\right] = \dot{m} c_p (T_1 - T_2) - T_a \ln \frac{T_1}{T_2} + \dot{m}_g R_m T_a \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Unidad **I:**

$$\dot{m}_g \left(b_{t,g}^1 - b_{t,g}^2\right) = 24{,}75 \cdot 1 \cdot \left(38 - 36 - 298 \cdot \ln \frac{273+38}{273+36}\right) + 24{,}75 \cdot \frac{8{,}31}{23} \cdot 298 \cdot \ln \frac{474{,}3}{474{,}3 - 55} =$$

$$= 330{,}3 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} = \underline{0{,}091 \text{ kW}}$$

Unidad **II:** $\dot{m}_{ag} \left(b_{t,g}^1 - b_{t,g}^2\right) = 0$

Pérdidas de exergía en **I**: $\dot{I}_I = 0{,}091 + 0{,}15 = \boxed{0{,}241 \text{ kW}}$

Pérdidas de exergía en **II**: $\dot{I}_{II} = 0 + 3 = \boxed{3 \text{ kW}}$

2) Exergía mínima necesaria para recuperar la presión:

$$\dot{m}_g \int_{P_1}^{P_2} - v dP = \dot{m}_g R_m T \ln \frac{P_1}{P_2} = 24{,}75 \frac{8{,}31}{23} (273+36) \ln \frac{474{,}3}{474{,}3 - 55} = 340{,}5 \frac{kJ}{h} = 0{,}095 kW$$

$$C_I = \left(\frac{0{,}15}{0{,}95} + \frac{0{,}095}{0{,}68 \cdot 0{,}95}\right) \cdot 800 \cdot 12 = \boxed{2927 \, pts/año}$$

$$C_{II} = \frac{3}{0{,}95} \cdot 800 \cdot 12 = \boxed{30\,315 \text{ pts / año}}$$

3) Aunque la inversión inicial para la opción **I** es 50 000 pts superior a la **II** (en realidad mayor debido al coste del compresor), esa sobreinversión puede estimarse que se amortizaría en 1,8 años.

1.11- **D** es un depósito de paredes rígidas, adiabáticas y de capacidad calorífica nula, que está inicialmente completamente lleno de agua líquida (que se supone no volátil, incompresible de $v = 1\ cm^3/g$). La válvula **v** está inicialmente cerrada, y **D** comunica con una línea de gas a presión de $6\ kp/cm^2$ constante, y $T = 510$ K constante. **B** es una bomba auxiliar que permite regular la presión del gas en **D**, que permanece constante = $6\ kp/cm^2$, haciendo ascender el agua hasta la sección de descarga, de $s = 50\ cm^2$, según se indica en la figura.

Se desea elevar toda el agua contenida en **D** hasta el depósito superior, destinado a asegurar el suministro de agua en un edificio de viviendas. Las pérdidas de carga ($\Delta u - q$) en la conducción son de 117 J / kg.

Los gases de la línea, procedentes de una combustión previa, se comportan como un gas ideal de $M = 29{,}42$.

D se vacía en $z = 20$ min 33 s.

Calcular:

1) Caudal másico necesario de gases en g / s.
2) Velocidades del agua en el depósito y en la sección de descarga.
3) Trabajo total y potencia media de la bomba a lo largo del proceso.

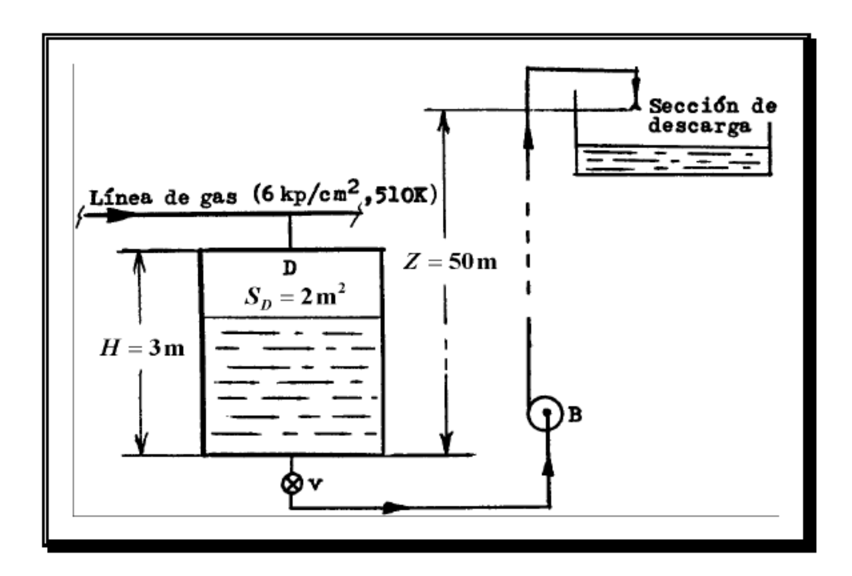
Notas: · No hay intercambio de calor entre el gas y el agua.

· Se supone constante la presión del agua en la sección de descarga = $P_a = 1\ kp/cm^2$.

· En el gas se suponen despreciables las variaciones de E_c y E_p.

· $g = 9{,}81\ m/s^2$.

· Para mayor simplicidad en el planteamiento, supóngase el volumen de la conducción despreciable y que el régimen estacionario se establece instantáneamente.



1) Siendo N_D el número de moles de gas que entra al depósito durante el proceso:

$$P_1 V_D = N_D R T_1 \quad \Rightarrow \quad N_D = \frac{P_1 V_D}{R T_1} = \frac{6 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4 \cdot 6}{8{,}31 \cdot 510} = 833{,}3\ \text{mol}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{m} = \frac{833{,}3 \cdot 29{,}42}{1\,233} = \boxed{19{,}88\ \text{g/s}}$$

2)

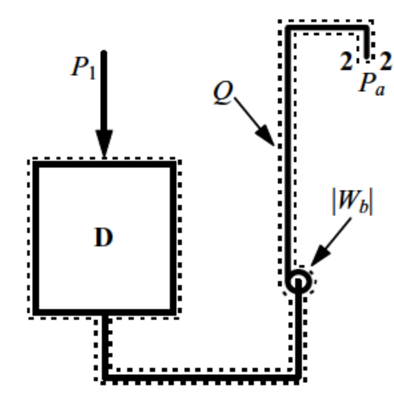
$$c_D = c_1 = \frac{H}{z} = \frac{3}{1\,233{,}3} = \boxed{2{,}4325 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}}$$

$$c_2 = c_1 \frac{S_D}{s} = 2{,}4325 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 10^4}{50} = \boxed{0{,}973\ \text{m/s}}$$

3) Expresión general, en términos finitos, del Primer Principio en un volumen de control:

$$Q_{CV}^{i,f} - W_{VC}^{i,f} = \Delta E_{VC}^{i,f} + \left(H + E_c + E_p\right)_{sal} - \left(H + E_c + E_p\right)_{entr}$$

a) Aplicando el Primer Principio al VC, **fijo**, señalado en la figura entre los instantes inicial y final del proceso:



$$Q - W_b = \left(E^f_{g(D)} + E^f_{l(t)}\right) - \left(E^i_{l(D)} + E^i_{l(t)}\right) + \left(H_2 + E_{c,2} + E_{p,2}\right) - H_1$$

(ya que las energías cinética y potencial del gas son despreciables), donde:

$$E^f_{g(D)} = U^f_{g(D)} = \frac{V_D P_1}{\gamma - 1}; E^f_{l(t)} = E^i_{l(t)} = 0; E^i_{l(D)} = U^1_{l(D)} + \frac{1}{2} m_{l(D)} c_1^2 + m_{l(D)} g \frac{H}{2}$$

$$H_2 = U_2 + V_D P_a \; ; \quad E_{c,2} = \frac{1}{2} m_{l(D)} c_2^2 \; ; \quad E_{p,2} = m_{l(D)} g z \; ; \quad H_1 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} V_D P_1$$

de modo que la expresión queda:

$$\underline{-W_b + W_D (P_1 - P_a) = m_{l(D)} \left[\frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(Z - \frac{H}{2}\right)\right] + (\Delta U - Q)} \qquad [1]$$

expresión en la que $(\Delta U - Q)$ representa las pérdidas de carga totales en el proceso.

Obsérvese que la expresión obtenida es de una interpretación sencilla y clara: *el trabajo recibido por el volumen de control en el proceso (primer término de la expresión) es igual a la suma de los incrementos de energías cinética y potencial del agua líquida, más las pérdidas de carga.*

$$\left|\text{Trabajo recibido}\right|^{1,2} = \Delta E_c^{1,2} + \Delta E_p^{1,2} + \Delta^{1,2}$$

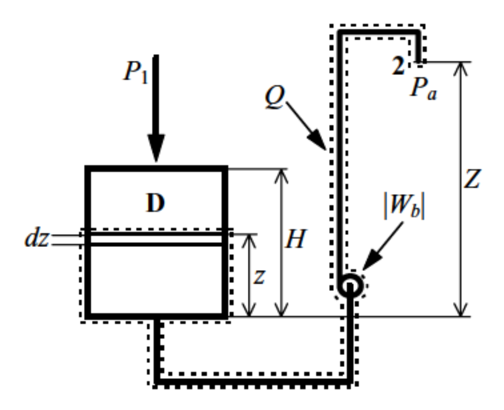
Aplicación:

$$|W_b| + (P_1 - P_a) H S_D = S_D H \rho \left[\frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(Z - \frac{H}{2}\right) + \Delta \right]$$

$$|W_b| + 5 \cdot 9{,}81 \cdot 10 \frac{kN}{m^2} \cdot 6 m^3 = 6 m^3 \cdot 1 \frac{t}{m^3} \left[\frac{1}{2}\left(0{,}973^2 - 2{,}4325^2 \cdot 10^{-6}\right) + 9{,}81 \cdot (50 - 1{,}5) + 117 \frac{kJ}{t} \right]$$

de donde $\quad |W_b| = \underline{616{,}6 \text{ kJ}} \;\Rightarrow\; |\dot{W}_b| = \dfrac{616\,600 \text{ J}}{1\,233 \text{ s}} = \boxed{500 \text{ W}}$

b) Aplicando el Primer Principio al VC, **variable**, señalado en la figura entre los instantes inicial y final del proceso:



Así considerado, y en términos finitos:

$$W_{VC}^{i,f} = W_t + W_{VC,vol}^{i,f} = W_b + W_D(P_a - P_1); H_1 \text{ (entalpía de entrada)} = 0$$

siendo el resto de términos idénticos a los expresados en a). De modo que la expresión [1] coincide con la obtenida con este nuevo planteamiento.

c) El planteamiento anterior puede expresarse en términos diferenciales según:

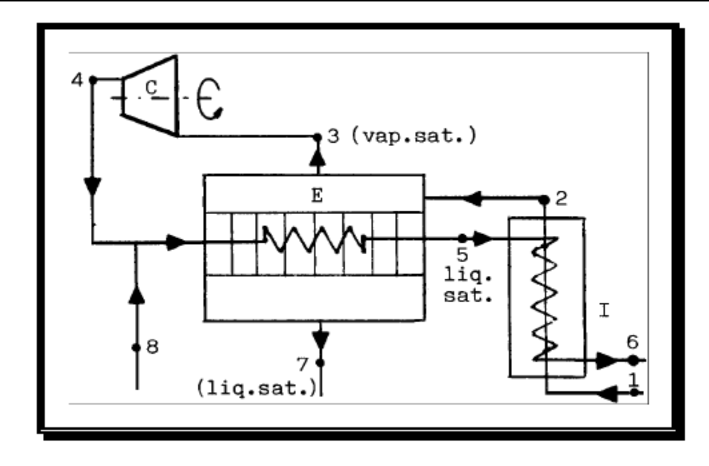
$$\int_{i,f} |\delta w_b| + \int_H^0 (P_1 - P_a) S_D(-dz) = \int_H^0 \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right)\rho S_D(-dz) + \int_H^0 g S_D(Z - z)\rho(-dz) + \int_{i,f} \frac{\Delta}{m_{l(D)}} dm$$

cuya integración da precisamente la expresión [1].

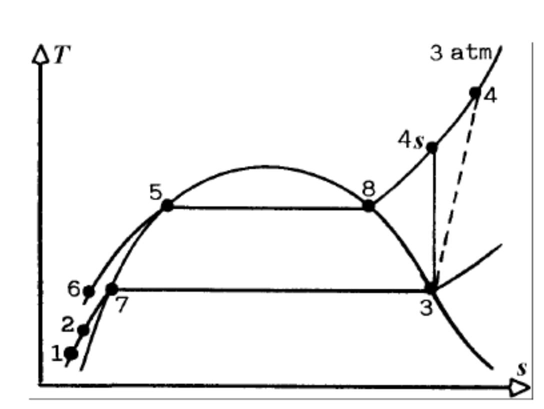
1.12- En una planta industrial se dispone de $\dot{m}_1 = 18\ 000$ kg / h de una solución salina al 5% en peso, a 1 atm y 10ºC, la cual se quiere concentrar hasta el 72% según el proceso que se describe en la figura: el vapor producido en **(E)** es comprimido hasta 3 atm en **(C)**, cuyo rendimiento isoentrópico es 0,7. Este vapor se aprovecha como agente calorífico en el propio **(E)** hasta llegar a líquido saturado **(5)**. Para reforzar esta cesión de calor se utiliza una $\dot{m}_8$ de vapor saturado procedente de otra instalación de la fábrica, siendo su presión la misma que la del vapor comprimido. Finalmente, todo el vapor condensado pasa a **(I)**, de donde abandona la instalación a 80ºC (punto **(6)**). Se pide:

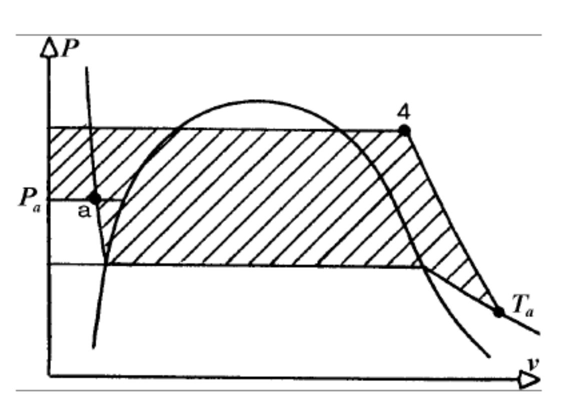
1) Representar todos los puntos esquemáticamente en un diagrama (T,s); y la exergía de flujo en el estado **(4)**, en un diagrama (P,v).
2) Caudal de vapor saturado aportado en **(8)**.
3) Exergía destruida en **(I)**.
4) Sabiendo que la instalación funciona 8 000 h / año, que el motor de **(C)** tiene un rendimiento global de 0,95, y que los precios de la energía eléctrica y del vapor de aporte son respectivamente 7,3 pts / kWh y 2 000 pts / t, calcular el coste anual de funcionamiento de la instalación.

Notas: · **(I)** y **(E)** son adiabáticos. Se supondrá el comportamiento termodinámico de la solución igual al del agua líquida incompresible, de $c = 1$ cal / g ºC.
· Condiciones atmosféricas: $P_a = 1$ atm; $T_a = 283$ K.



1)





2) De sencillos balances de masa, se obtiene:

$$\dot{m}_1 = 18000 kg/h; \dot{m}_{1(ag)} = 0{,}95 \cdot \dot{m}_1 = 17100 kg/h; \dot{m}_{1(sal)} = 0{,}5\dot{m}_1 = 900 kg/h$$

$$\textbf{(7)}: \ \dot{m}_{7(s)} = 900 kg/h = 0{,}72\dot{m}_7 ; \dot{m}_7 = 1250 kg/h; \dot{m}_{7(ag)} = 0{,}28\dot{m}_7 = 350 kg/h$$

$$\textbf{(3)}: \ \dot{m}_3 = 17\,100 - 350 = 16\,750 \text{ kg / h} ; \quad \textbf{(5)}: \ \dot{m}_5 = 16\,750 + \dot{m}_b$$

Haciendo un balance de energía (entalpía) en el conjunto **(I)** + **(E)**:

$$18000h_1 + \dot{m}_8 h_8 + 16750h_4 = 16750h_3 + 1250h_7 + (16750 + \dot{m}_8)h_6$$

Utilizando, cuando sea necesario, el diagrama de Mollier, se obtienen en kcal / kg:

$$h_1 = 10 ; \quad h_8 = 652 ; \quad 0{,}7 = \frac{h_{4s} - h_3}{h_4 - h_3}$$

donde $h_3 = 640 ; \quad h_{4s} = 690$

obteniéndose $h_4 = 711{,}5 ; \quad h_5 = 130 ; \quad h_7 = 100 ; \quad h_6 = 80$

Sustituyendo en el balance de energías estos valores de h se obtiene:

$$\boxed{\dot{m}_8 = 152{,}8 \text{ kg / h}}$$

3) Balance de energía (entalpía) en **(I)**:

$$18000(h_2 - 10) = 16902{,}8 \cdot (130 - 80) \Rightarrow h_2 = 57 kcal/kg \Rightarrow t_2 = 57^o C$$

$$\Delta\dot{S}_{univ(I)} = 18\,000 \cdot 1 \cdot \ln\frac{273+57}{273+10} + 16\,902{,}8 \cdot 1 \cdot \ln\frac{273+80}{273+130} = 526{,}53 \frac{\text{kcal}}{\text{h K}}$$

Por tanto: $\dot{I}_{(I)} = T_a \Delta\dot{S}_{(I)} = \boxed{149\,000 \text{ kcal / h}}$

4) $$\left|\dot{W}_c\right| = \dot{m}_3 (h_4 - h_3) = 16750 \cdot (711{,}5 - 640) = 1197626 kcal/h$$

Costo eléctrico:

$$\frac{1}{0{,}95}\cdot 1197\,625\cdot 4{,}18\frac{\text{kJ}}{\text{h}}\cdot 8\,000\frac{\text{h}}{\text{año}}\cdot\frac{1\,\text{kWh}}{3\,600\,\text{kJ}}\cdot 7{,}3\frac{\text{pts}}{\text{kWh}}=85\,483\,810\frac{\text{pts}}{\text{año}}$$

Costo del vapor: $0{,}1528\frac{\text{t}}{\text{h}}\cdot 8\,000\frac{\text{h}}{\text{año}}\cdot 2\,000\frac{\text{pts}}{\text{t}}=2\,444\,800\frac{\text{pts}}{\text{t}}$

El costo total será la suma de ambos:

$$\boxed{87\,928\,610\frac{\text{pts}}{\text{año}}}$$

CAPÍTULO II

Balances de Masa, Energía, Entropía y Exergía en Volúmenes de Control. Régimen no Estacionario.

2. PROBLEMAS RELATIVOS A:

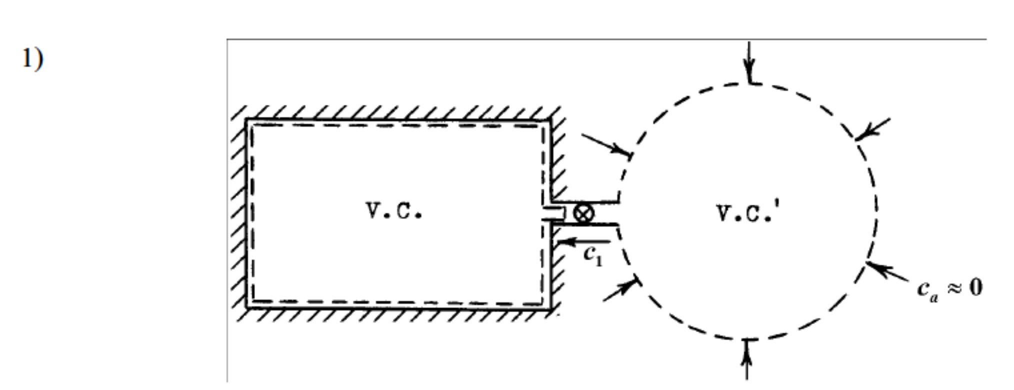
BALANCES DE MASA, ENERGÍA, ENTROPÍA Y EXERGÍA EN VOLÚMENES DE CONTROL. RÉGIMEN NO ESTACIONARIO.

2.1- Un depósito de paredes rígidas y adiabáticas, en el que se ha hecho previamente el vacío perfecto, está conectado a la atmósfera a través de una válvula inicialmente cerrada. En un momento dado se abre la válvula, y el aire atmosférico penetra en el depósito hasta que la presión en su interior se iguala a la atmosférica. Inmediatamente se vuelve a cerrar la válvula.

Suponiendo que el aire se comporta como un gas perfecto de exponente adiabático $\gamma = 1{,}4$, y siendo la temperatura atmosférica $T_a = 290$ K:

1) Determinar la temperatura final del aire en el interior del depósito.
2) Siendo el volumen del depósito $V = 1$ m^3 y la presión atmosférica $P_a = 1$ bar, calcular la destrucción de exergía que tiene lugar en el proceso.

1)



Aplicando el Primer Principio al volumen de control **V.C.**, de volumen fijo:

$$\dot{Q} - \dot{W}_t = \dot{U}_{V.C.} + \dot{m}_2\left(h_2 + \frac{1}{2}c_2^2\right) - \dot{m}_1\left(h_1 + \frac{1}{2}c_1^2\right)$$

Según el enunciado, $\dot{Q} = \dot{W}_t = 0; \quad \dot{m}_2 = 0$

de modo que $\dot{U}_{V.C.} = \dot{m}_1\left(h_1 + \frac{1}{2}c_1^2\right)$

a) Aplicando el Primer Principio al volumen de control **V.C.'**, suficientemente grande como para que se pueda considerar $c_a = 0$:

$$h_1 + \frac{1}{2}c_1^2 = h_a$$

que es la entalpía de parada. Así que:

$$\dot{U}_{V.C.} = \frac{dU_{V.C.}}{dz} = \dot{m}_1 h_a \Rightarrow \int_{i,f} dU_{V.C.} = m_f u_f = \int_{i,f} \dot{m}_1 h_a dz = m_f h_a \Rightarrow \underline{u_f = h_a}$$

$$\Rightarrow u_f = c_v T_f = h_a = c_p T_a \Rightarrow T_f = \frac{c_p}{c_v} T_a = \boxed{T_f = \gamma T_a} = 1{,}4 \cdot 290 = \boxed{406 K}$$

b) También puede resolverse el problema aplicando el Primer Principio a un sistema cerrado, es decir, a la masa de control de aire entre su estado inicial (en condiciones atmosféricas) y el estado final a T_f:

$$Q_{i,f} = \Delta U_i^f + W_{i,f}$$

donde $$Q_{i,f} = 0; W_{i,f} = \int_{V_a+V}^{V} P_{ext} dV = \int_{V_a+V}^{V} P_a dV = -P_a V_a$$

de modo que, siendo N el número de moles de aire que entra al depósito:

$$\Delta U_i^f = U_f - U_a = N c_v (T_f - T_a) = P_a V_a = NRT_a \Rightarrow c_v (T_f - T_a) = (c_p - c_v) T_a$$

$$\Rightarrow T_f - T_a = (\gamma - 1) T_a \Rightarrow \boxed{T_f = \gamma T_a}$$

2) $$I = T_a \Delta S_{univ}; \Delta S_{univ} = N \Delta s_{aire} = N \left(c_p \ln \frac{T_f}{T_a} - R \ln \frac{P_f}{P_a} \right)$$

En todo gas perfecto:

$$\left. \begin{array}{l} \dfrac{c_p}{c_v} = \gamma \\ c_p - c_v = R \end{array} \right\} \Rightarrow c_p = \gamma (c_p - R) \Rightarrow \underline{c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R}$$

luego $$\Delta S_{univ} = \frac{P_a V}{R T_f} \frac{R\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_a} = \frac{P_a V}{\gamma T_a} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \gamma = \frac{P_a V}{T_a} \frac{1}{\gamma - 1} \ln \gamma =$$

$$= \frac{10^2 \, pz \cdot 1m^3}{290K \cdot 0{,}4} \ln 1{,}4 = 0.29 \frac{kJ}{K}$$

De modo que: $$I = T_a \Delta S_{univ} = \boxed{84{,}1 \text{ kJ}}$$

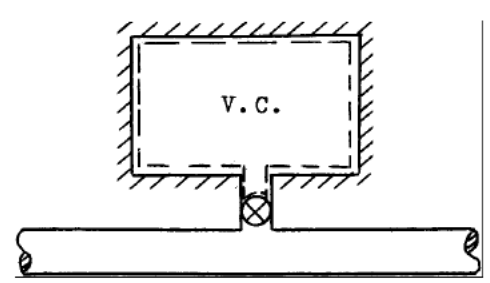
2.2- Un depósito de paredes rígidas y adiabáticas de 0,5 m^3 de capacidad contiene 27,5 mol de gas nitrógeno a la presión de 1,8 bar. El depósito está conectado a través de una válvula a una larga tubería por la que fluye un caudal de N_2. En las secciones de la tubería próximas a la válvula la presión y la temperatura del gas se pueden considerar constantes, iguales a 15 bar y 15ºC respectivamente (equilibrio de estado).

En un cierto instante se abre la válvula, permitiendo así que el N_2 que fluye por la tubería penetre en el depósito, volviéndose a cerrar cuando el N_2 alcanza en el depósito la presión de 6 bar.

Determinar la masa de gas que entra en el depósito, así como la temperatura final del gas en él.

Nota: se considera que la válvula está térmicamente aislada, que el nitrógeno se comporta como un gas perfecto de exponente adiabático $\gamma = 1,4$ y M = 28 ; asimismo, se supondrán despreciables los términos de energías cinética y potencial.

a) **Desde el punto de vista de un sistema abierto**.



Haciendo un balance de energía por unidad de tiempo en el volumen de control **V.C.** de la figura, se tiene:

$$\dot{Q} - \dot{W}_t = U_{V.C.} + \dot{m}\left(h + \frac{1}{2}c^2 + gz\right)_2 - \dot{m}\left(h + \frac{1}{2}c^2 + gz\right)_1$$

El proceso es adiabático, no hay trabajo técnico ni sección de salida, luego:

$$\dot{U}_{V.C.} = \dot{m}h_1 \Rightarrow \int_0^z \frac{dU_{V.C.}}{dz}dz = m_f u_f - m_i u_i = h_1\left(m_f - m_i\right)$$

$$\left.\begin{aligned} u_f &= u_0 + c_v\left(T_f - T_0\right) \\ u_i &= u_0 + c_v\left(T_i - T_0\right) \end{aligned}\right\} ; T_i = \frac{P_i V}{NR} = \frac{1,8 \cdot 10^5 \cdot 0,5}{27,5 \cdot 8,31} = \underline{393,8K}$$

$$m_f\left[u_0 + c_v\left(T_f - T_0\right)\right] - m_i\left[u_0 + c_v\left(T_i - T_0\right)\right] = \left(m_f - m_i\right)\left[u_0 + c_v\left(T_i - T_0\right) + R_m T_1\right]$$

$$\Rightarrow c_v\left(m_f T_f - m_i T_i\right) = \left(m_f - m_i\right)c_p T_1 \Rightarrow$$

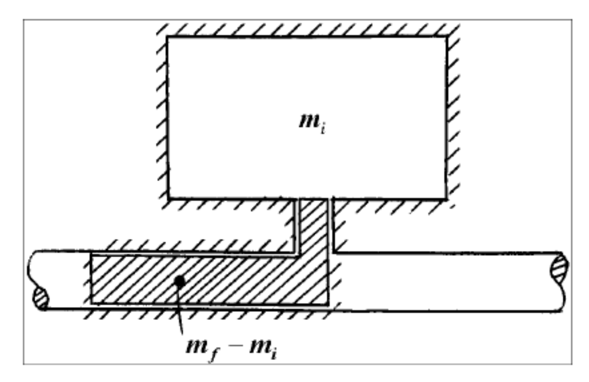
$$m_f - m_i = \frac{c_v}{c_p T_1}\left(m_f T_f - m_i T_i\right) = \frac{1}{\gamma T_1}\left(\frac{P_f V}{R_m} - \frac{P_i V}{R_m}\right) = \frac{V\left(P_f - P_i\right)}{\gamma R_m T_1} =$$

$$= \frac{0{,}5\cdot(6-1{,}8)\cdot 10^5}{1{,}4\dfrac{8{,}31}{28}288} = \boxed{1{,}755 kg}$$

$$U_{V.C.}^f = U_{V.C.}^i + H_{entr} \Rightarrow m_f c_v T_f = m_i c_v T_i + \left(m_f - m_i\right)c_p T_1$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{m_i T_i}{m_f} + \frac{\left(m_f - m_i\right)\gamma T_1}{m_f} = \cdots = \boxed{400{,}3K}$$

b) **Desde el punto de vista de un sistema cerrado.**



Considerando la evolución de la masa de control formada por la que inicialmente está en el depósito más la que va a entrar (supuesta en las condiciones de equilibrio convenidas), y que finalmente está albergada íntegramente en el depósito:

$$Q_{i,f} = \Delta U_i^f + W_{i,f}$$

expresión en la cual: $Q_{i,f} = 0; W_{i,f} = P_1 \Delta V - P_1 v_1\left(m_f - m_i\right)$

de donde: $-W_{i,f} = \Delta U_i^f \Rightarrow P_1 v_1\left(m_f - m_i\right) = m_f u_f - \left[m_i u_i + \left(m_f - m_i\right)u_1\right]$

$$\Rightarrow m_f - m_i = \frac{c_v}{c_p T_1}\left(m_f T_f - m_i T_i\right)$$

expresión que efectivamente coincide con la anteriormente obtenida desde el punto de vista del sistema abierto.

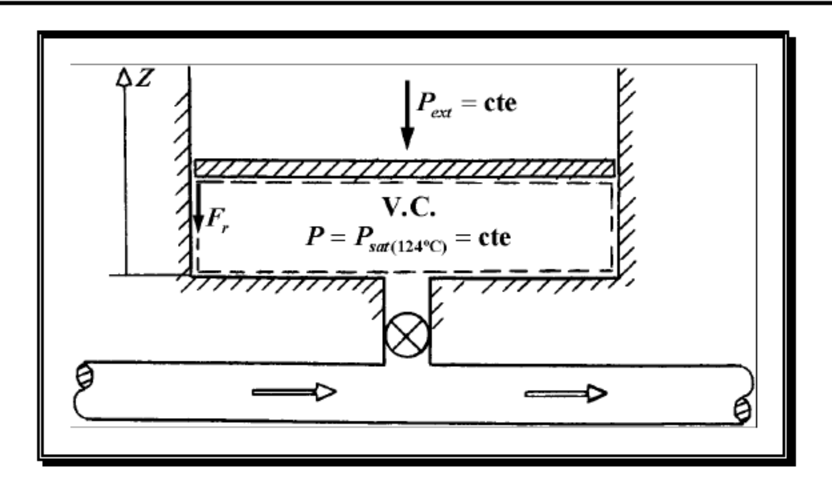
2.3- Un cilindro–émbolo adiabático de 20 cm ∅ está conectado a través de una válvula a una tubería por la que fluye un vapor de agua húmedo a 165ºC y título $x = 0,9$, según se muestra en la figura.

Inicialmente, con la válvula cerrada, dentro del cilindro–émbolo hay agua líquida saturada a 124ºC, estando el émbolo, cuya masa se considera nula, en equilibrio a 15 cm del fondo. Se abre la válvula parcialmente, de modo que el vapor entra lentamente en el cilindro, es decir, el proceso se puede considerar cuasiestático, volviéndose a cerrar cuando, en el nuevo estado de equilibrio, el émbolo ha ascendido 20 cm desde su posición inicial.

Considerando el volumen de control que se señala en la figura, y suponiendo que en todo momento se mantiene constante el estado del vapor húmedo en la tubería y que entre el émbolo y el cilindro existe una fuerza de rozamiento constante de 750 N, se pide:

1) Determinar la presión exterior (constante), el trabajo volumétrico y el trabajo de rozamiento.
2) Escribir la ecuación del balance de energía en el volumen de control.
3) Indicar cómo se podría determinar la temperatura final en el interior del cilindro, así como la masa de vapor que ha pasado a través de la válvula.

Nota: considerar despreciables todas las variaciones de E_c y E_p.



1)

$$P_{ext} + \frac{F_r}{A} = P_{sat}(124^\circ C) \underset{(s/tabla)}{=} 2,250 \text{ bar}$$

$$\Rightarrow \quad P_{ext} = 2,2502 - \frac{750}{\pi \cdot 0,2^2/4} \cdot 10^{-5} = \boxed{2,01 \text{ bar}}$$

$$W_{vol} = P_{ext}\Delta V = 2{,}01\cdot 10^2 \frac{\pi\cdot 0{,}2^2}{4} 0{,}2 = \boxed{1{,}263 kJ}$$

$$W_r = -F_r \Delta z = -0{,}75\cdot 0{,}2 = \boxed{-0{,}15\text{ kJ}}$$

2) El volumen inicial es: $\frac{\pi\cdot 0{,}2^2}{4} 0{,}15 = 4{,}71\cdot 10^{-3}\text{ m}^3 = m_i v_i$

$$v_i = v'(124^\circ\text{C}) \underset{(s/tabla)}{=} 1{,}064\cdot 10^{-3}\text{ m}^3/\text{kg} \quad \Rightarrow \quad m_i = \frac{V_i}{v_i} = 4{,}43\text{ kg}$$

Obteniendo los valores correspondientes de la mima tabla:

$$u_i = h' - Pv' = 520{,}8 - 2{,}2502\cdot 10^2\cdot 1{,}064\cdot 10^{-3} = 520{,}5\text{ kJ/kg}$$

Para el vapor húmedo en la tubería:

$$v_1 = [v' + x_1(v'' - v')]_{165^oC} = 1{,}1081\cdot 10^{-3} + 0{,}9\cdot\left(0{,}2725 - 1{,}1081\cdot 10^{-3}\right) = 0{,}2454 m^3/kg$$

$$h_1 = [h' + x_1(h'' - h')]_{165^oC} = 697{,}3 + 0{,}9\cdot(2763 - 697{,}3) = 2556{,}4 kJ/kg$$

Balance general de energía en un VC:

$$Q - (W_t + W_{vol} + W_r) = \Delta E_{VC} + (H + E_c + E_p)_{sal} - (H + E_c + E_p)_{entr}$$

En nuestro caso, $Q = 0$; $W_t = 0$; $\Delta E_{VC} = \Delta U_{VC}$; no hay sección de salida :

$$-(W_{vol} + W_r) = \Delta U_{VC} - H_{entr} = (m_f u_f - m_i u_i) - (m_f - m_i)h_1$$

Sustituyendo valores:

$$-(1{,}263 - 0{,}15) = m_f u_f - 4{,}43\cdot 520{,}5 - (m_f - 4{,}43\cdot 2556{,}4)$$

$$\Rightarrow \boxed{m_f(2556{,}4 - u_f) = 9020} \qquad [1]$$

donde m_f está en kg y u_f en kJ/kg.

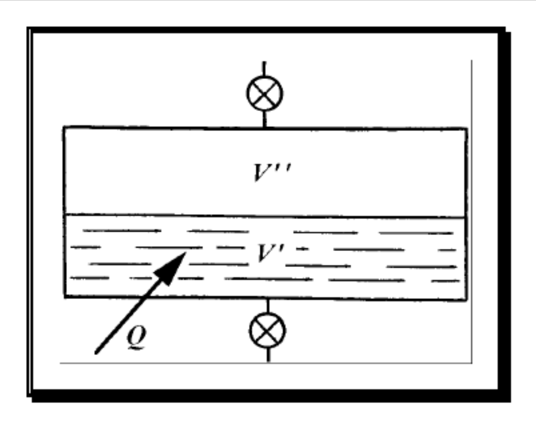
3)
$$\left.\begin{aligned} V_f &= \frac{\pi\cdot 0{,}2^2}{4} 0{,}35 = 0{,}011 = m_f v_f \\ P_f &= P_i = 2{,}2502 bar \end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

El estado final se encuentra sobre la isóbara P_i y además tiene que satisfacer las relaciones [1] y [2]. Con las tablas del agua saturada tantearíamos valores a lo largo de la isóbara P_i hasta encontrar un estado que satisfaga simultáneamente [1] y [2].

2.4- Un depósito de paredes rígidas de 10 m^3 de capacidad contiene agua líquida saturada y vapor saturado en equilibrio a la presión de 19 bar. Inicialmente cada fase ocupa la mitad del volumen, admitiéndose que no existe líquido en suspensión en la fase vapor. El depósito está provisto de dos válvulas, una en la parte superior y otra en la parte inferior del mismo, inicialmente cerradas.

1) Calcular la masa de agua contenida en el depósito, título de vapor y entalpía total del agua.
2) En un momento dado se abre la válvula superior (parcialmente de modo que el derrame del vapor es muy lento) volviéndose a cerrar una vez que $m = 300$ kg de agua han salido del depósito. Siendo el calor intercambiado tal que, en todo momento, la temperatura del agua se mantiene constante, determinar la cantidad de calor intercambiada.
3) Si en lugar de la válvula superior se abre la inferior, hasta que salga del depósito la misma masa de agua, e igualmente manteniéndose constante u temperatura, cuál será en este caso la cantidad de calor intercambiada.

Considerar despreciables las variaciones de energía cinética y potencial.



1) De la tabla del vapor húmedo:

P (bar)	t (ºC)	v' (m^3/kg)	v'' (m^3/kg)	h' (kJ/kg)	h'' (kJ/kg)
19	210	$1{,}173 \cdot 10^{-3}$	$104{,}27 \cdot 10^{-3}$	897,8	2 798

Todo los valores que aparecen en la tabla permanecen constantes a lo largo de los procesos considerados.

$$m'_i = \frac{V'_i}{v'} = \frac{V/2}{v'} = \frac{5}{0{,}00173} = 2\,890{,}2 \text{ kg de líq.}$$

$$m''_i = \frac{V''_i}{v''} = \frac{V/2}{v''} = \frac{5}{0{,}10427} = 48 \text{ kg de vapor}$$

$$m_i = m'_i + m''_i = \boxed{2\,938{,}2 \text{ kg de agua}}$$

$$x_i = \frac{m''_i}{m'_i + m''_i} = \boxed{0{,}01634}\ ; \quad H_i = m'_i\, h' + m''_i\, h'' = \cdots = \boxed{2\,729{,}126 \text{ MJ}}$$

2) Aplicando el Primer Principio al volumen de control limitado por las paredes del depósito:

$$Q - \left(W_t + W_{vol} + W_r\right) = \Delta E_{VC} + \Delta\left(H + E_c + E_p\right)_{entr}^{sal} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \Delta U_{VC} + H_{sal} \Rightarrow \underline{Q = m_f u_f - m_i u_i + \left(m_i - m_f\right)h''} =$$

$$= m_f\left(h_f - Pv_f\right) - m_i\left(h_i - Pv_i\right) + h''\left(m_i - m_f\right)$$

Teniendo en cuenta que

$$m_f v_f = m_i v_i = V ; h = h' + x\left(h'' - h'\right); x = \left(v - v'\right)/\left(v'' - v'\right)$$

queda: $$Q = m_f\left[h' + \left(h'' - h'\right)\frac{V/m_f - v'}{v'' - v'}\right] - m_i\left[h' + \left(h'' - h'\right)\frac{V/m_i - v'}{v'' - v'}\right] + h''\left(m_i - m_f\right) =$$

$$= m_f h' + \left(h'' - h'\right)\frac{V - m_f v'}{v'' - v'} - m_i h' - \left(h'' - h'\right)\frac{V - m_i v'}{v'' - v'} + h''\left(m_i - m_f\right) =$$

$$= h'\left(m_f - m_i\right) + \left(h'' - h'\right)\frac{v'}{v'' - v'}\left(m_i - m_f\right) + h''\left(m_i - m_f\right) = \boxed{\frac{mv''}{v'' - v'}\left(h'' - h'\right)} = \qquad [1]$$

$$= \frac{300 \cdot 104{,}27}{104{,}27 - 1{,}173}\left(2798 - 897{,}8\right) = \boxed{576546 kJ}$$

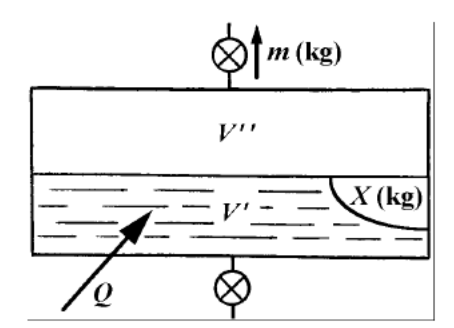
3) El procedimiento de cálculo es idéntico al seguido en 2), teniendo en cuenta que, en este caso, la entalpía específica a la salida es *h´* en vez de *h´´*. De modo que:

$$Q' = m_f u_f - m_i u_i + \left(m_i - m_f\right)h'$$

Siguiendo el mismo orden de operaciones se obtiene:

$$\boxed{Q' = \frac{mv'}{v'' - v'}\left(h'' - h'\right)} = \frac{300 \cdot 1{,}173}{104{,}27 - 1{,}173}\left(2798 - 897{,}8\right) = \boxed{6486 kJ} \qquad [2]$$

Vamos a resolver el problema de otro modo:



Si salen *m* kg de vapor, cuyo volumen es $m\,v''$, para que siga el equilibrio, habrán de vaporizarse *X* kg de líquido, de forma que debe cumplirse (piénsese detenidamente esta expresión):

$$\underline{m\,v''+X\,v'=X\,v''} \quad \Rightarrow \quad X=m\frac{v''}{v''-v'}$$

De modo que, dado que el proceso es isóbaro, la aportación de calor habrá de ser la entalpía de vaporización de *X* kg de líquido saturado a esa presión:

$$Q=X(h''-h')=\boxed{m\frac{v''}{v''-v'}(h''-h')}$$

expresión que, evidentemente, coincide con la [1] obtenida por el método anterior.

En el caso de que salga líquido el razonamiento es idéntico teniendo en cuenta que el volumen de líquido que sale sería $m\,v'$:

$$mv'+X'v'=X';X'=m\frac{v'}{v''-v'}\Rightarrow Q'=m\frac{v'}{v''-v'}(h''-h')$$

que es idéntica a [2].

2.5- Un depósito de paredes adiabáticas, de volumen constante y capacidad calorífica despreciable, contiene inicialmente una masa m_0 de agua líquida a 50ºC. El depósito está conectado por su parte superior a una bomba de vacío que va extrayendo el vapor según se va formando. Se observa que, cuando la temperatura ha descendido hasta 10ºC, el depósito contiene 100 g de agua líquida. Se sigue extrayendo vapor hasta conseguir que todo el líquido se solidifique. Calcular:

1) Cantidad inicial de agua contenida en el depósito.
2) Cantidad de hielo cuando termina la solidificación.

Datos: · Calor específico del agua líquida = c = cte. = 1 cal / g ºC
· Entalpía de fusión = cte. = r_f = 80 cal / g
· Entalpía de vaporización en función de t(ºC): $r_v = 600 - 0{,}6\,t$

Según se va extrayendo el vapor, el agua se evapora. La energía necesaria para esa evaporación procede del agua misma (ya que el depósito es de paredes adiabáticas), cuya temperatura va progresivamente disminuyendo. En un intervalo de tiempo dz la energía necesaria para vaporizar la masa dm es $r_v\,dm$, y ello da lugar a una disminución de la temperatura dt tal que:

1) $$r_v dm = mcdt \Rightarrow \frac{dm}{m} = \frac{cdt}{r_v} \Rightarrow \int_{m_0}^{100g} \frac{dm}{m} = \int_{50^oC}^{10^oC} \frac{dt}{600-0{,}6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ln\frac{100}{m_0} = -\frac{1}{0{,}6}\,ln\frac{600-0{,}6\cdot 10}{600-0{,}6\cdot 50} \Rightarrow m_0 = 100\cdot\left(\frac{570}{594}\right)^{-1/0{,}6} = \boxed{107{,}115g}$$

2) $$\int_{m_0}^{m'} \frac{dm}{m} = \int_{50}^{0} \frac{dt}{600-0{,}6t} \Rightarrow ln\frac{m'}{m_0} = \frac{-1}{0{,}6}\,ln\frac{600}{570} \Rightarrow \frac{m'}{m_0} = \left(\frac{600}{570}\right)^{-1/0{,}6}$$

$$\Rightarrow \underline{m' = 98{,}34 \text{ g}} \text{ (líq. a 0º C)}$$

La cantidad de agua que pasa de la fase sólida a vapor es tal que:

$$m'_v \cdot 600 = (98{,}34 - m'_v)\cdot 80 \Rightarrow m'_v = 11{,}57g$$

de modo que la masa de hielo que queda es:

$$98{,}34 - 11{,}57 = \boxed{86{,}77 \text{ g}}$$

2.6- Un cilindro de 1,8 m^3 está dividido en dos volúmenes, **A** y **B**, mediante un émbolo adiabático de masa despreciable y que puede deslizarse sin rozamiento. **A** contiene 50 mol de N_2 (G.P. de $\gamma = 1,4$) a 20ºC, siendo adiabáticas todas las paredes del cilindro excepto la del fondo, que es diatérmana (ver figura adjunta). **B** está abierto a la línea a través de la válvula **a**; y a la atmósfera, cuya presión es de 1 atm, a través de la válvula **b**.

La línea, a través de **a** (inicialmente cerrada), puede comunicar **B** con un gran depósito que contiene aire (G.P. de $\gamma = 1,4$) a la temperatura ambiental de 20ºC y presión de 8 atm.

Considérense los dos procesos siguientes:

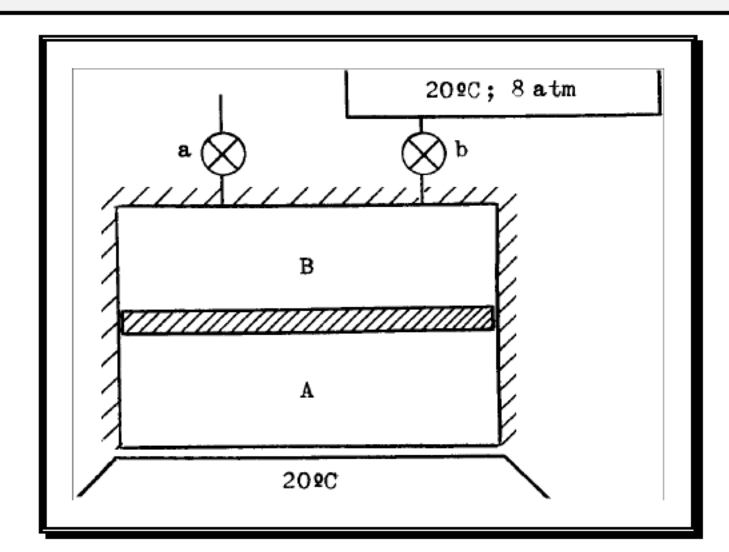
a) La válvula **a**, inicialmente abierta, se cierra; y la **b** se abre muy lentamente hasta que la presión en **B** se eleve a 8 atm.

b) Se cierra **a**; y **b** se abre totalmente, de modo que la presión en **B** alcanza, prácticamente de modo instantáneo, el valor de 8 atm.

Se pregunta, para ambos procesos:

1) Calor intercambiado por el N_2 contenido en **A**.

2) La temperatura final del aire que ocupa **B**.



1) a) $$W_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = NRT\,ln\frac{V_2}{V_1} = NRT\,ln\frac{P_1}{P_2} = 10^{-3} \cdot 50 \cdot 8,314 \cdot 293 \cdot ln\frac{1}{8} = -253,27kJ$$

$$Q_{1,2} - W_{1,2} = \Delta U = 0\,; \quad \boxed{Q_{1,2} = -253,27\text{ kJ}}$$

b) $$V_1 = \frac{50 \cdot 8{,}314 \cdot 293}{1{,}013 \cdot 10^5} = 1{,}2 \text{ m}^3$$

$$W_{1,2} = P_e \Delta V = P_e \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) V_1 = P_e \left(\frac{P_1}{P_2} - 1 \right) V_1 = 8 \cdot 1{,}013 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{1}{8} - 1 \right) \cdot 1{,}2 = -850{,}9 kJ$$

$$Q'_{1,2} - W'_{1,2} = \Delta U = 0 \,; \quad \boxed{Q'_{1,2} = -850{,}9 \text{ kJ}}$$

2) a) Haciendo un balance de energía en el depósito **B** por unidad de tiempo, se tiene:

$$\dot{U} = -\dot{W} + \dot{m} h$$

Integrando resulta:

$$U_f - U_i = -W_{1,2} + h(N_f - N_i); N_f c_v T_f - N_i c_v T_i = -W_{1,2} + c_p T_i (N_f - N_i)$$

$$V_f = \frac{P_f N_f}{R T_f}; \frac{c_v}{R} P_f V_f + N_i R T_i + W_{1,2} = N_f c_p T_i \Rightarrow N_f = \left(\frac{1}{\gamma - 1} P_f V_f + P_i V_i + W_{1,2} \right) \frac{1}{c_p T_i}$$

Sustituyendo valores:

$$N_f = \left[\frac{8 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}{0{,}4} \left(1{,}8 - \frac{1{,}2}{8} \right) + 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6 + 253{,}27 \cdot 10^3 \right] \frac{1}{(7R/2) \cdot 293} = 428{,}9 mol$$

$$T_f = \frac{P_f V_f}{R N_f} = \cdots = \boxed{375 \text{ K}}$$

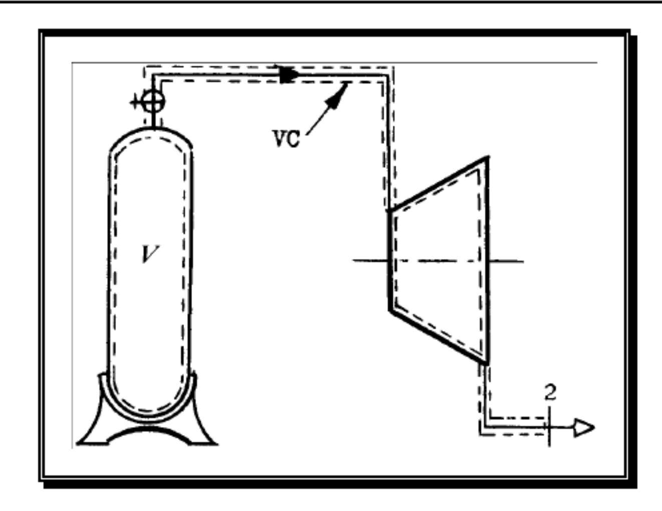
b) Operando de igual modo se obtiene:

$$N_f = 499 \text{ mol} \quad \rightarrow \quad \boxed{T_f = 322{,}3 \text{ K}}$$

2.7- Una botella de aire comprimido contiene aire a 35 bar y 16ºC. Este aire va a ser utilizado para hacer funcionar una pequeña turbina isoentrópica que se usa, en casos de emergencia, para poner en funcionamiento una máquina. Se requiere que la turbina produzca una potencia media de 4 kW durante un intervalo de tiempo de 30 s.

Suponiendo que la expansión del aire en la botella es adiabática reversible, que la turbina puede seguir funcionando hasta que la presión en la botella sea de 3,5 bar, y que la descarga de la turbina se realiza directamente sobre la atmósfera, siendo $P_a = 1$ bar, determinar el volumen mínimo que debe tener la botella.

Se considera el aire como un gas perfecto de exponente adiabático $\gamma = 1{,}4$ y constante $R_m = 0{,}287$ kJ / kg K. Se admite que el volumen de la turbina es despreciable frente al de la botella, e igualmente son despreciables las energías cinética y potencial del aire en la sección de salida de la turbina.



Balance de energía en el volumen de control que se define en la figura mediante la línea discontinua:

$$\dot{Q}_{1,2} - \dot{W}_t = \dot{U}_{VC} + \dot{m}_2 h_2 \qquad [1]$$

siendo $\dot{Q}_{1,2} = 0; -W_t = m_f u_f - m_i u_i + \int_z^{z+\Delta z} h_2 \dot{m}_2 dz$

y donde $u_f = c_v (T_f - T_0) + u_0; u_i = c_v (T_i - T_0) + u_0$

Para el gas que queda en la botella: $\frac{T}{T_i} = \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

Por otra parte, en la turbina: $\frac{T_2}{T} = \left(\frac{P_a}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

y por tanto $\frac{T_2}{T}\frac{T}{T_i} = \left(\frac{P_a}{P}\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_i\left(\frac{P_a}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 289 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 104,65K$

Además: $\int_z^{z+\Delta z} \dot{m}_2 h_2 dz = h_2(m_i - m_f) = u_2(m_i - m_f) + R_m T_2 (m_i - m_f)$

Así pues, integrada la expresión [1] a lo largo del tiempo que dura el proceso, resulta:

$$-W_t = c_v(m_f T_f - m_i T_i) + c_v T_2 (m_i - m_f) + R_m T_2 (m_i - m_f)$$

$$\frac{-W_t}{c_v} = m_f T_f - m_i T_i + \gamma T_2 (m_i - m_f) = \frac{P_f V}{R_m} - \frac{P_i V}{R_m} + \gamma T_2 \left(\frac{P_i V}{R_m T_i} - \frac{P_f V}{R_m T_f}\right)$$

$$\Rightarrow V = \frac{W_t R_m}{c_v} \cdot \frac{1}{(P_i - P_f) - \gamma T_2 \left(\frac{P_i}{T_i} - \frac{P_f}{T_f}\right)} \qquad [2]$$

donde $P_i = 35bar; P_f = 3,5bar; T_i = 289K; T_f = T_i\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 149,6K$

valores que, sustituidos en [2], dan: $\boxed{V = 0,028\ \text{m}^3}$

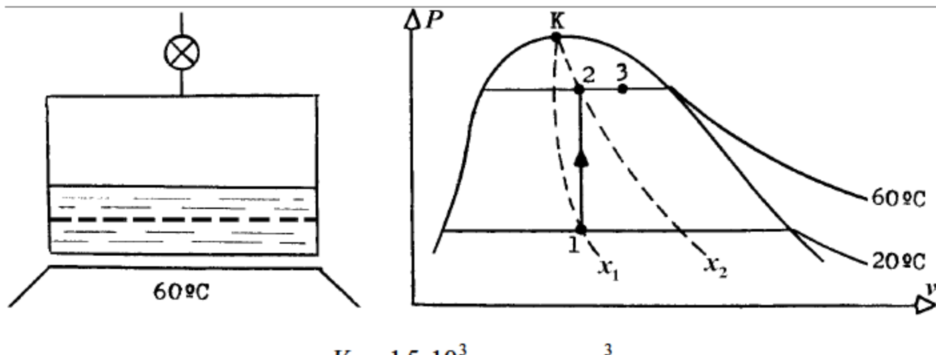
2.8- Un tanque de almacenamiento de 1,5 m^3 de capacidad y provisto de una válvula situada en su parte superior, contiene 178 kg de F-12 ($C\,Cl_2\,F_2$) inicialmente a 20ºC.

En un momento dado se pone el tanque en contacto térmico con una fuente térmica a 60ºC. Una vez que la temperatura del freón alcanza los 60ºC se abre la válvula y se deja abierta hasta que hayan salido del tanque $m = 20$ kg, manteniéndose en todo momento la temperatura del F-12 que queda en el tanque en 60ºC.

Determinar la cantidad total de energía calorífica que la fuente térmica cede al tanque de almacenamiento.

Datos: De la tabla del F-12 saturado hemos obtenido:

t (ºC)	P (bar)	v' (cm^3/g)	v'' (cm^3/g)	u' (kJ/kg)	r (kJ/kg)
20	5,67	0,752	30,78	54,44	140,91
60	15,26	0,856	11,11	94,43	113,52



$$v_1 = \frac{V}{m_1} = \frac{1{,}5\cdot 10^3}{178} = 8{,}427\,\frac{\text{cm}^3}{\text{g}} = v_2$$

$$v_1 = \left|v' + x(v'' - v')\right|_1 \Rightarrow \underline{x_1 = 0{,}255};\ v_2 = v_1 = \left|v' + x(v'' - v')\right|_2 \Rightarrow \underline{x_2 = 0{,}738}$$

Calor cedido hasta que toda la masa de F-12 alcance los 60ºC (proceso isócoro):

$$Q_1 = m(u_2 - u_1)$$

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = \left|u' + x\left[r - P(v'' - v')\right]\right|_1 = \cdots = 86{,}03\,kJ/kg \\ u_2 = \left|u' + x\left[r - P(v'' - v')\right]\right|_2 = \cdots = 166{,}66\,kJ/kg \end{array}\right\} \rightarrow \underline{Q_1 = 14352{,}14\,kJ}$$

Calor cedido mientras sale el freón del tanque:

Este caso es el mismo considerado en el problema 2.4- (pág. 51). Por cualquiera de los dos procedimientos ahí empleados, se obtiene, en función de los datos, el calor absorbido por el F-12 en el proceso de vaporización, al salir la masa *m* del depósito:

$$Q_2 = \left.\frac{mv''}{v''-v'}r\right|_{60°\text{C}} = \frac{20\cdot 0{,}01111}{0{,}01111-0{,}000856}\cdot 113{,}52 = \underline{2\,460\ \text{kJ}}$$

de modo que $$\boxed{Q = Q_1 + Q_2 = 16\,812{,}14\ \text{kJ}}$$

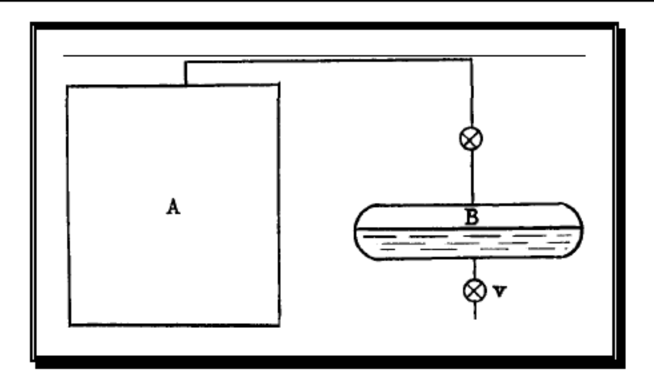
2.9- Un depósito **B** de 5 m^3, de paredes rígidas, adiabáticas y de capacidad calorífica nula, contiene 2,3 m^3 de cierto líquido. Con el fin de lograr una rápida salida de líquido (a través de la válvula **v**), el depósito se presuriza con aire procedente de un gran tanque **A**, según figura.

El aire, en el tanque, se mantiene permanentemente a 110 bar y 290 K. El espacio del depósito por encima del líquido contiene inicialmente aire a 1,1 bar y 258 K, considerándose despreciable la volatilidad del líquido (presión de saturación nula).

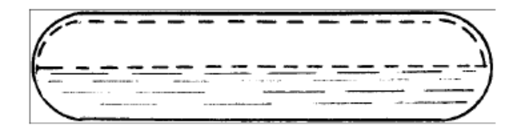
Cuando la presión del aire en el depósito **B** alcanza el valor de 6 bar, se abre la válvula de salida del líquido **v**, manteniéndose **B** a la presión de 6 bar.

Supóngase el comportamiento del aire como G.P. de $c_p = 7\,R/2$, y despreciable el intercambio de calor entre el aire y el líquido. Se pide:

1) La temperatura del aire en el depósito **B** en el momento de alcanzarse la presión de 6 bar.
2) Ídem en el momento en que todo el líquido ha salido del depósito **B**.



1) Consideremos el volumen de control, **VC**, limitado por la línea discontinua:



Balance de energía aplicado a **VC**:

$$\dot{U}_{VC} - \dot{m}h = 0 \Rightarrow U_2 - U_1 = (m_2 - m_1)h; m_2 c_v T_2 - m_1 c_v T_1 = (m_2 - m_1) c_p T_A$$

$$\frac{P_2 V}{RT_2} c_v T_2 - \frac{P_1 V}{RT_1} c_v T_1 = \left(\frac{P_2 V}{RT_2} - \frac{P_1 V}{RT_1} \right) c_p T_A$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = \frac{P_2 T_A}{\frac{P_1 T_A}{T_1} + \frac{P_2 - P_1}{\gamma}} = \frac{6 \cdot 290}{\frac{1{,}1 \cdot 290}{285} + \frac{6 - 1{,}1}{1{,}4}} = \boxed{376{,}7\ \text{K}}$$

En ese instante, el número de moles de aire que hay en **B** es:

$$N_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_1} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot (5 - 2{,}3)}{8{,}31 \cdot 376{,}7} = 517{,}19 mol$$

2) Durante la salida del líquido hay un intercambio de trabajo volumétrico de **VC**. En tal caso, el balance de energías por unidad de tiempo sería:

$$-P \frac{dV}{dz} = \frac{dU}{dz} - \dot{m} h \quad \Rightarrow$$

$$-P(V_3 - V_2) = N_3 u_3 - N_2 u_2 - (N_3 - N_2) h = N_3 c_v T_3 - N_2 c_v T_2 - (N_3 - N_2) c_p T_3$$

$$\Rightarrow N_3 = \frac{\frac{P V_3}{\gamma - 1} - N_2 c_v T_2 + P(V_3 - V_2) + N_2 c_p T_A}{c_p T_A} = 1118{,}1 mol$$

que es el número de moles de aire en **B** al final del proceso considerado. Luego:

$$T_3 = \frac{P V_3}{N_3 R} = \cdots = \boxed{322{,}7\ \text{K}}$$

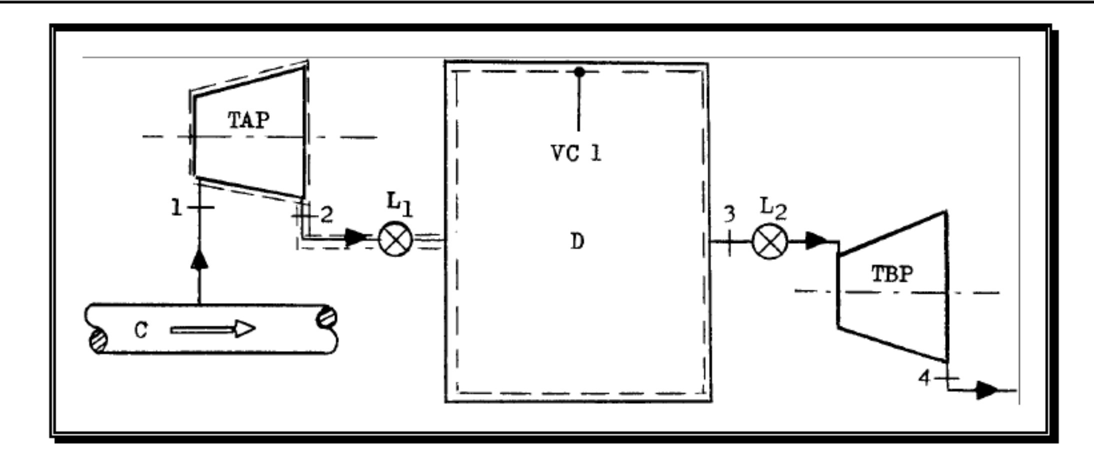
2.10- Por una conducción **C** circula un gas perfecto de $c_p = 7$ cal / mol K y $\gamma = 1{,}4$ a 7 atm y 260ºC, pasando a la **TAP** (turbina de alta presión), donde se expansiona adiabáticamente. A continuación va a un depósito **D** de paredes adiabáticas de 30 m^3 de volumen, que se encuentra inicialmente vacío.

La **TAP** funciona con la válvula L_1 abierta y la L_2 cerrada hasta que el gas alcanza en el depósito la presión de la conducción; en ese momento, la temperatura en el depósito es de 290ºC. El intercambio de calor en tuberías de conexión se considerará despreciable.

1) Se desea conocer el trabajo realizado por la **TAP**, suponiendo que todo el proceso es adiabático y considerando despreciables las variaciones de energías cinética y potencial.

2) Cuando la **TAP** deja de funcionar, se cierra L_1 y se abre L_2, y el gas pasa a la **TBP** (turbina de baja presión), donde se expansiona adiabáticamente hasta la presión exterior $P_4 = 1$ atm, observándose que la temperatura del gas a la salida de la **TBP** permanece constantemente a 70ºC. Se cierra L_2 cuando la presión del gas en **D** baja a 2 atm. Se pide el trabajo producido por la **TBP**.

Se considerará que la expansión del aire en **D** es adiabática reversible.



1) Consideremos el **VC 1**, definido en la figura por la línea discontinua, esto es, el comprendido por la **TAP**, su tubería de descarga y el depósito **D**. Puesto que se trata de un sistema adiabático, según el Primer Principio:

$$-\dot{W}_{TAP} = \frac{dU}{dz} - \dot{N}\, h_1$$

expresión que, integrada entre el instante inicial (presión nula en **D**) y el final (presión en **D** igual a la de la línea), da:

$$-W_{TAP} = \Delta U - N\,h_1$$

Número de moles N que entra en **D**:

$$N = \frac{P_2 V}{R T_2} = \cdots = 4\,544{,}7 \text{ mol}$$

Incremento de energía interna en **D**, ya que inicialmente está vacío:

$$\Delta U = U_2 = N u_2$$

y por tanto $$W_{TAP} = N\left(c_p T_1 - c_v T_2\right) = 4544{,}7 \cdot \left(7 \cdot 533 - 5 \cdot 563\right) \cdot 10^{-3} = \boxed{4163{,}4 kcal}$$

2) Considerando ahora el **VC 2** constituido por **D**, tubería de conexión con la **TBP**, y la **TBP**, el balance de energía sería:

$$-\dot{W}_{TBP} = \frac{dU}{dz} + \dot{N}'\,h_4$$

expresión que, integrada en el tiempo hasta que la presión en **D** sea de 2 atm, da:

$$-W_{TBP} = \Delta U' + N'\,h_4$$

El vaciado de **D** se realiza de manera que la entropía específica del gas que queda dentro de él permanece constante. Evidentemente, la entropía total dentro de **D** disminuye, porque disminuye la masa contenida. El proceso puede ser en su conjunto irreversible, de forma que la variación total de la entropía en el universo es positiva. Utilizando la condición de que la entropía específica es constante para el gas que queda en **D**, la temperatura final en él cumplirá:

$$T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_f P_f^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_f = 563 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{-0{,}4}{1{,}4}} = 393{,}6 K$$

El número final de moles en **D** es:

$$N_f = \frac{P_f V}{R T_f} = \cdots = 1\,858 \text{ mol}$$

luego el número de moles que sale de **D**, expansionándose en la **TBP**, será:

$$N' = N - N_f = 2\,686{,}7 \text{ mol}$$

De modo que $$\Delta U' = N_f\,u_{T_f} - N\,u_{T_2}$$

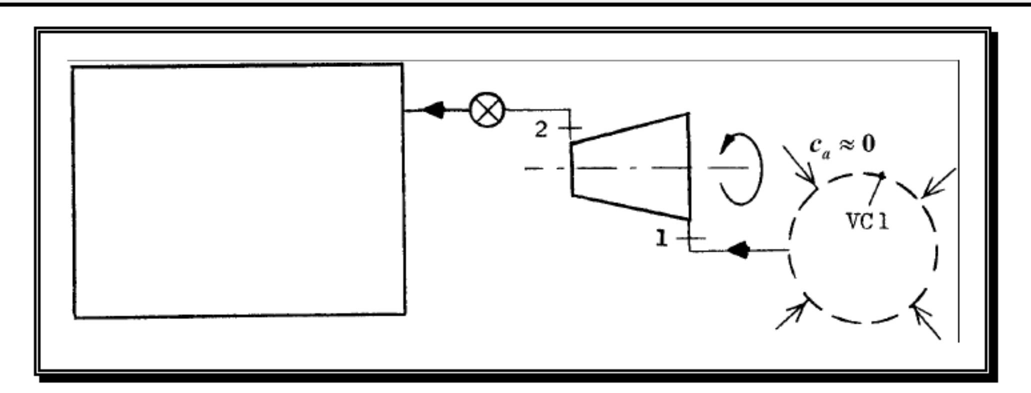
resultando $$W_{TBP} = N\,u_{T_2} - N_f\,u_{T_f} - N'\,h_4 = \cdots = \boxed{2\,686{,}1 \text{ kcal}}$$

2.11- Un depósito de paredes rígidas y adiabáticas de 1,5 m^3 contiene aire (G.P. de $\gamma = 1,4$ y M = 28,9), inicialmente a la presión y a la temperatura ambientales $P_a = 1,012$ kp / cm^2 y $t_a = 17$ºC. Dicho depósito está provisto de una válvula que lo conecta a un turbocompresor que comprime aire atmosférico hasta la presión de 3,12 kp / cm^2. La compresión es adiabática, pero interiormente irreversible, siendo el estado del aire a la salida del compresor, **2**, el correspondiente a un proceso politrópico de índice 1,45.

Como sabemos, las condiciones del aire en el estado **1** no son exactamente las ambientales, siendo la presión en la boca de entrada de 1 kp / cm^2, y pudiéndose considerar que el aire se expansiona isoentrópicamente desde el estado de reposo en la atmósfera (P_a, T_a) hasta el **1**.

El caudal de aire comprimido por el compresor es de 12 kg / min, y el diámetro de la tubería de salida que lo conecta con el depósito es 85 mm. El compresor funciona hasta que se alcanza en el depósito la presión manométrica de 1,7 kp / cm^2, y se desconecta automáticamente al alcanzarse esa presión. Se pide:

1) Temperatura del aire en los estados **1** y **2**, diámetro de la tubería de aspiración y trabajo específico de compresión, representándolo esquemáticamente en un diagrama (P,v).
2) Masa final y temperatura final del aire en el depósito, tiempo de funcionamiento del compresor y trabajo total que consume, siendo su rendimiento mecánico 0,92.



1) Hallemos la temperatura T_1 del aire en **1**, que se ha expansionado isoentrópicamente desde el estado de reposo atmosférico:

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_a P_a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

donde $P_a = 1{,}012 \text{ kp/cm}^2$; $P_1 = 1 \text{ kp/cm}^2$; $\gamma = 1{,}4$; $T_a = 290{,}15 \text{ K}$

obteniéndose $\boxed{T_1 = 289{,}16 \text{ K}}$

Hallemos igualmente T_2, a la salida del compresor, en el que el aire ha experimentado una compresión adiabática no reversible, estando **2** sobre la politrópica de índice n = 1,45 que pasa por **1**. Por tanto:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-n}{n}} = \cdots = \boxed{411{,}62 K}$$

$$\dot{m} = A_1 c_1 \rho_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 = \frac{P_1}{R_m T_1} = \frac{9{,}81 \cdot 10^4}{\frac{8{,}31}{28{,}9} 10^3 \cdot 289{,}16} = 1{,}18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Haciendo un balance de energía en el **VC 1**:

$$\frac{1}{2} c_1^2 = \frac{\gamma R_m}{\gamma - 1} (T_a - T_1) = \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 10^3 \cdot (290{,}25 - 289{,}16) = 996{,}81 \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow c_1 = 44{,}65 \frac{m}{s}$$

luego $$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 c_1} = \cdots = 3{,}79 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 = \frac{\pi d_1^2}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d_1 = 0{,}069 \text{ m}}$$

El trabajo específico de compresión vendría dado por:

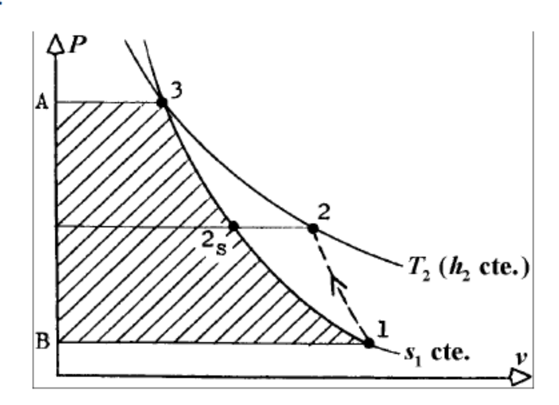
$$-W_c = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_m (T_2 - T_a) + \frac{1}{2} c_2^2$$

siendo $$c_2 = \frac{\dot{m} R_m T_2}{A_2 P_2} = \cdots = 13{,}64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

luego $$-W_c = \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 10^3 \cdot (411{,}62 - 290{,}15) + \frac{13{,}64^2}{2} = 122{,}34 \frac{kJ}{kg}$$

$$\boxed{W_c = -122{,}34 \text{ kJ/kg}}$$

Diagrama (*P*,*v*):



$$|W_c| = h_2 - h_1 = h_3 - h_1 = \text{Área rayada}$$

2) Haciendo un balance de energía en el depósito referido a la unidad de masa:

$$Q - W_D = 0 = (m_f u_f - m_i u_i) - (m_f - m_i)\left(h_2 + \frac{1}{2}c_2^2\right)$$

$$m_f c_v T_f - m_i c_v T_i = (m_f - m_i)c_p T_2 + \frac{1}{2}c_2^2 \qquad [1]$$

La masa final en el depósito es:

$$m_f = \frac{P_f V}{R_m T_f} = \frac{(1{,}7 + 1{,}012)\cdot 9{,}8\cdot 10^4 \cdot 1{,}5}{\dfrac{8{,}31}{28{,}9}\cdot 10^3 \cdot T_f} = \frac{1386{,}45}{T_f} \qquad [2]$$

y la inicial:
$$m_i = \frac{P_a V}{R_m T_a} = \frac{1{,}012\cdot 9{,}8\cdot 10^3 \cdot 1{,}5}{\dfrac{8{,}31}{28{,}9}\cdot 10^3 \cdot 290{,}15} = 1{,}784 \text{ kg}$$

Sustituyendo estos valores en [1] y operando se obtiene:

$$\boxed{T_f = 421{,}24 \text{ K}}$$

Sustituyendo este valor en [2]: $\boxed{m_f = 3{,}291 \text{ kg}}$

Masa de aire comprimido y tiempo z de funcionamiento del compresor:

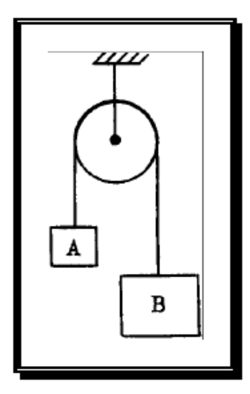
$$m_f - m_i = 1{,}507 \text{ kg}; \quad z = \frac{1{,}507}{12/60} = \boxed{7{,}5 \text{ s}}$$

Teniendo en cuenta el rendimiento mecánico del compresor (0,92):

$$|W_c| = \frac{122{,}34}{0{,}92} 1{,}507 = \boxed{200{,}39 \text{ kJ}}$$

2.12- **A** y **B** son dos recipientes vacíos de volúmenes desiguales pero de igual masa, y paredes rígidas y adiabáticas, de capacidad calorífica nula. La atmósfera se modeliza como un gas perfecto de γ = cte. No se consideran rozamientos ni resistencia del gas atmosférico, y la cuerda es perfectamente flexible (véase figura), por lo que **A** y **B**, que están en movimiento, lo estarán con aceleración constante. Se produce una perforación en uno de los depósitos, y el gas se precipita en su interior, observándose que, inmediatamente (tan pronto se establece el equilibrio de presiones interior y exterior), los dos depósitos continúan moviéndose, pero con velocidad constante. Se pide:

1) Calcular la relación V_A / V_B entre los volúmenes de ambos depósitos.
2) Resolver el mismo problema considerando el caso de que inicialmente ambos depósitos contuvieran gas atmosférico a la temperatura atmosférica y presión mitad de la atmosférica.



1) Efectivamente, el movimiento de ambos depósitos vacíos y de igual masa será, inicialmente, uniformemente acelerado, debido a la fuerza constante que actúa sobre ellos como resultante del distinto empuje experimentado por **A** y **B** en el aire.

Calculemos la temperatura final del aire que se precipita en el depósito vacío perforado (**B**), y la masa de aire que ha penetrado en él (recordar problema 2.1-). Haciendo un balance de energía al VC definido por las paredes de **B**:

$$0 = \Delta U^B - H_1 = U_f^B - mc_pT_a \; ; \quad mc_vT_f = mc_pT_a \quad \Rightarrow \quad \underline{T_f = \gamma T_a}$$

Los volúmenes específicos del aire final y atmosférico serán:

$$\left.\begin{array}{l} v_f = \dfrac{R_m T_f}{P_a} \\ v_a = \dfrac{R_m T_a}{P_a} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_f}{v_a} = \frac{T_f}{T_a} = \gamma \Rightarrow \rho_f = \frac{\rho_a}{\gamma} \qquad [1]$$

Siendo m_D la masa de cada uno de los depósitos vacíos, y g la aceleración local de la gravedad, de un balance de fuerzas (ya que la aceleración es nula) resulta:

$$m_D g - V_A \rho_a g = m_D g + V_B \rho_f g - V_B \rho_a g \Rightarrow \rho_a (V_B - V_A) = \rho_f V_B$$

Dividiendo por V_A y llamando $K = \frac{V_B}{V_A}$

queda $(K-1)\rho_a = K\rho_f \underset{(s/[1])}{\rightarrow} K = \boxed{\frac{V_B}{V_A} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}}$

2) Balance de energía al VC:

$$0 = \Delta U^B - H_1 \Rightarrow m_f u_f - m_i u_i = (m_f - m_i) h_1 \Rightarrow$$

$$m_f c_v T_f - m_i c_v T_a = (m_f - m_i) c_p T_a \Rightarrow m_f T_f - m_i T_a = (m_f - m_i) \gamma T_a \qquad [2]$$

donde $m_f = \frac{P_a V}{R_m T_f}; m_i = \frac{(P_a/2)V}{R_m T_a}$

y sustituyendo en [2] y despejando: $\underline{T_f = \frac{2\gamma}{1+\gamma} T_a}$

De modo que $\rho_f = \rho_a \frac{1+\gamma}{2\gamma}$

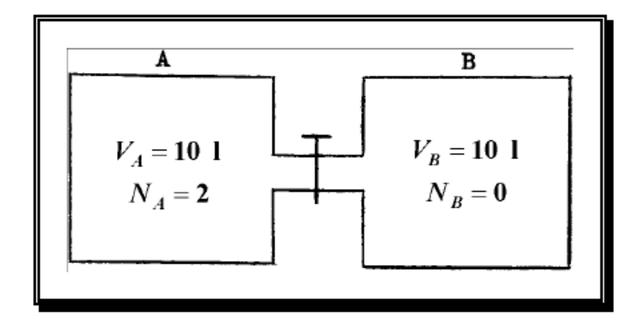
Ecuación de equilibrio de fuerzas:

$$m_D g + V_A g \frac{\rho_a}{2} - V_A g \rho_a = m_D g + V_B \rho_f g - V_B \rho_a g \Rightarrow V_A \rho_a \left(\frac{1}{2} - 1\right) = V_B (\rho_f - \rho_a)$$

y dividiendo por $V_A \rho_a$: $\frac{1}{2} - 1 = \frac{V_B}{V_A} \cdot \frac{1+\gamma}{2\gamma} - \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \boxed{\frac{V_B}{V_A} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}}$

2.13- Los depósitos de la figura tienen paredes rígidas y diatérmanas, y están unidas por un tubo de volumen despreciable provisto de una llave de paso **L**. Todo el sistema está sumergido en la atmósfera a $T_a = 300$ K. Inicialmente **A** contiene 2 mol de CO_2, que se supone cumple la ecuación de Van der Waals, y **B** está vacío. Se abre la llave, alcanzándose el equilibrio. Calcular:

1) Variación de la energía interna.
2) Variación de entropía.
3) Exergía destruida por irreversibilidad.



1) Ya que las paredes son diatérmanas y T_a es constante, la temperatura final será igual a la inicial = T_a.

Expresando la energía interna específica, en un sistema simple, en función de T y v:

$$u = u(T,v) \rightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

Recordamos:

g P s h f T v u

$$\left.\begin{array}{l} du = Tds - Pdv \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - P \\ df = -Pdv - sdT \Rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \end{array}\right\} \Rightarrow du = \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P\right]dv$$

Ecuación de Van der Waals: $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$

$$\left(P+\frac{N^2a}{V^2}\right)(V-Nb)=NRT \Rightarrow P=\frac{NRT}{V-Nb}-\frac{N^2a}{V^2} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{NR}{V-Nb}$$

de modo que $$dU=\left(T\frac{NR}{V-Nb}-\frac{NRT}{V-Nb}+\frac{N^2a}{V^2}\right)dV=\frac{N^2a}{V^2}dV$$

e integrando: $$U_2-U_1=N^2a\left(\frac{1}{V_A}-\frac{1}{V_A+V_B}\right)=N^2a\frac{V_B}{V_A(V_A+V_B)}=\frac{4a}{20}=\boxed{\frac{a}{5}}$$

2) $$s=s(T,v) \rightarrow ds=\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT+\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv=\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv, ya\ que\ T=cte.$$

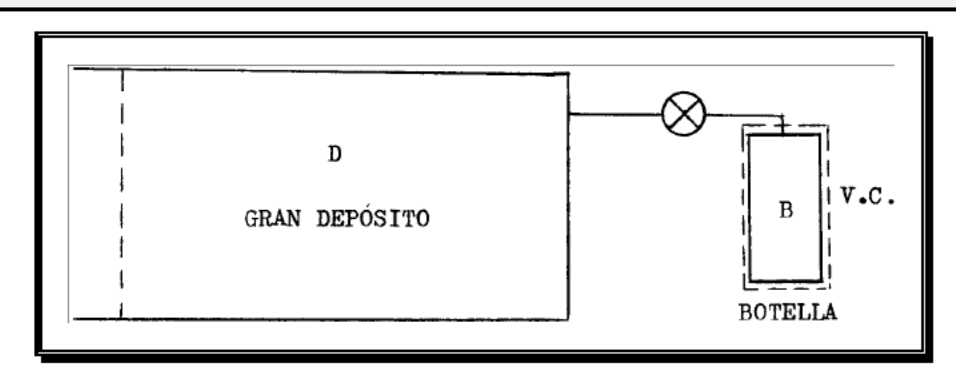
$$dS=\frac{NR}{V-Nb}dV \Rightarrow S_2-S_1=\int_{V_A}^{V_A+V_B}\frac{NR}{V-Nb}dV=NRln\frac{V_A+V_B-Nb}{V_A-Nb}=\boxed{2Rln\frac{10-b}{5-b}}$$

3) $$I=T_a\Delta S_{univ}=T_a(\Delta S+\Delta S_{at})=T_aNRln\left(\frac{V_A+V_B-Nb}{V_A}-\frac{U_2-U_1}{T_a}\right)=\boxed{600Rln\frac{10-b}{5-b}-\frac{a}{5}}$$

2.14- Un gran depósito **D** que contiene aire (G.P. de $\gamma = 1{,}4$) a la temperatura ambiental $T_a = 20$ºC y presión de 25 bar, está conectado, a través de una válvula, a una botella **B** de aire comprimido de 120 l de volumen (véase figura). Inicialmente la válvula está cerrada y en el interior de la botella hay aire en las condiciones ambientales (T_a, $P_a = 1$ atm).

Se abre la válvula, realizándose el proceso de llenado de forma muy rápida, y a continuación se cierra. Se pide:

1) Calcular la destrucción de exergía en el proceso de llenado, justificando la causa de dicha destrucción.
2) Calcular la disminución de exergía en **D** y el rendimiento exergético de dicho proceso de llenado.
3) Determinar la destrucción de exergía producida desde que finaliza el llenado hasta que el aire del interior de **B** alcanza el estado final de equilibrio térmico con la atmósfera, así como la exergía final del aire en dicho estado.



1) Balance de energía al volumen de control (V.C.) limitado por las paredes de la botella (con la boca de entrada y sin salida), indicado en la figura:

$$\dot{Q} - \dot{W}_{V.C.} = \dot{U}_{V.C.} + \left[\dot{m}\left(h + e_c + e_p\right)\right]_{sal} - \left[\dot{m}\left(h + e_c + e_p\right)\right]_{entr}$$

Con las condiciones dadas, integrando esta ecuación para el tiempo de llenado:

$$0 = N_2 u_2 - N_1 u_1 - \left(N_2 - N_1\right) h_D \qquad [1]$$

donde $N_1 = \dfrac{P_1 V_B}{RT_1} = \dfrac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 0{,}120}{8{,}314 \cdot 293} = 4{,}99 mol; N_2 = \dfrac{P_2 W_B}{RT_2}; h_D = c_p T_1$

Sustituyendo en [1]:

$$0 = \frac{P_2 V_B}{RT_2} c_v T_2 - \frac{P_1 V_B}{RT_1} c_v T_1 - \left(\frac{P_2 V_B}{RT_2} - \frac{P_1 V_B}{RT_1} \right) c_p T_1 \Rightarrow P_2 - P_1 - \left(\frac{P_2}{T_2} - \frac{P_1}{T_1} \right) \gamma T_1 = 0$$

$$25 - 1{,}013 - \left(\frac{25}{T_2} - \frac{1{,}013}{293} \right) \cdot 1{,}4 \cdot 293 = 0 \Rightarrow \underline{T_2 = 403{,}6 K}$$

que es la temperatura final en la botella. De modo que:

$$N_2 = \frac{P_2 V_B}{RT_2} = 89{,}4 \text{ mol}$$

Relación de Gouy-Stodola: $I = T_a \Delta S_{univ}$

donde $\Delta S_{univ} = \Delta S_B + \Delta S_D$

Tomando como origen de entropías la correspondiente al estado atmosférico ($P_1 = P_a$, $T_1 = T_a$), es decir, que $s(T_1,P_1) = 0$:

$$\Delta S_{univ} = N_2 \left(c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right) - (N_2 - N_1) \left(c_p \ln \frac{T_D}{T_1} - R \ln \frac{P_D}{P_1} \right) =$$

$$= 89{,}4 \cdot \left(c_p \ln \frac{403{,}6}{293} - R \ln \frac{25}{1{,}013} \right) - (89{,}4 - 4{,}95) \cdot \left(c_p \ln \frac{T_1}{T_1} - R \ln \frac{P_D}{P_1} \right)$$

Sustituyendo el la relación de Gouy-Stodola:

$$\boxed{I_1 = 205 \text{ kJ}}$$

La destrucción de exergía se debe a la irreversibilidad del proceso originada por el salto finito de presiones en la laminación.

2) La disminución de exergía en **D** es:

$$-\Delta B_D = (N_2 - N_1) b_t$$

Balance de exergía en el sistema **D-B**:

$$\Delta B_D + \Delta B_B = -I_1 ; (B_D + B_B)_f = (B_D + B_B)_i - I_1$$

Siendo nula la exergía en el estado atmosférico:

$$\Delta B_B = B_2 = (N_2 - N_1) b_t - I_1 ; b_t = h - h_a - T_a (s - s_a) = -T_a s_D$$

$$s_D = -R \ln \frac{P_D}{P_a} = -R \ln \frac{25}{1{,}013} = 26{,}65 \frac{J}{mol K} ; -\Delta B_D = (89{,}4 - 4{,}99) \cdot 26{,}65 = \boxed{659{,}1 kJ}$$

de forma que $B_{B,f} = 454{,}1 \text{ kJ}$

que será la exergía realmente obtenida en el proceso.

Así que el rendimiento exergético será:

$$\eta_{exerg} = \frac{B_{B,f}}{-\Delta B_D} = \frac{454{,}1}{659{,}1} = 0{,}688 = \boxed{68{,}8\%}$$

3) $$I_2 = \int_z^{z+\Delta z} \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) \delta Q = -\Delta U - \int_{U(T_a)}^{U(T_2)} \frac{T_a}{T}\, dU = N_2 \left[c_v (T_2 - T_a) - T_a c_v \ln \frac{T_2}{T_a} \right] = \cdots = \boxed{31{,}15 kJ}$$

$$B'_{B,f} = B_{B,f} - I_2 = 454{,}1 - 31{,}15 = \boxed{422{,}95 \text{ kJ}}$$

Efectivamente, se puede comprobar que el contenido exergético final en la botella sería, calculándolo directamente en función de los parámetros que definen el estado final:

$$B'_{B,f} = N_2 [u - u_a - T_a (s - s_a) + P_a (v - v_a)]; B'_{B,f} = 89{,}4 \cdot \left[R T_a \ln \frac{P_3}{P_a} + P_a R \left(\frac{T_a}{P_3} - \frac{T_a}{P_a} \right) \right]$$

donde $$u - u_a = 0\,; \quad P_3 = \frac{N_2 R T_a}{V_B} = \cdots = 18{,}148 \text{ bar}$$

Sustituyendo estos valores: $B'_{B,f} = 422{,}95$ kJ

que es el mismo valor obtenido por el procedimiento anterior.

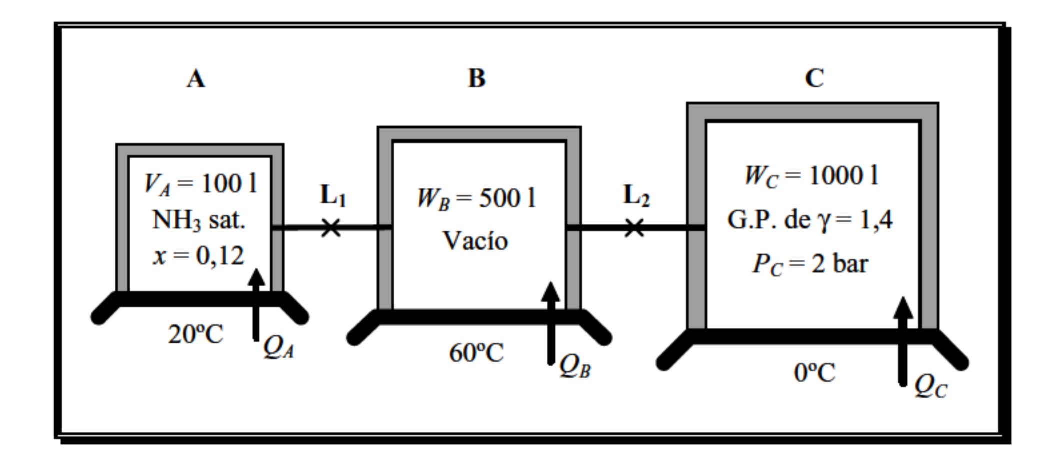
2.15- **A**, **B** y **C** (véase figura) son tres depósitos de volúmenes constantes, paredes rígidas y capacidades caloríficas nulas, y cuyos estados iniciales son los especificados en la figura, con las válvulas L_1 y L_2 cerradas. Las tuberías de conexión son suficientemente largas para que no haya transmisión de calor entre los tres depósitos; adiabáticas, y de volúmenes despreciables.

A, **B** y **C** están en contacto térmico, respectivamente, con tres fuentes térmicas a temperaturas constantes $t_A = 20$ºC, $t_B = 60$ºC y $t_C = 0$ºC.

Se abren L_1 y L_2, y al cabo del tiempo necesario se establece un nuevo estado de equilibrio. Se pide calcular:

1) Presión final de equilibrio en los depósitos.
2) Cantidad total de energía calorífica intercambiada con las tres fuentes térmicas.
3) Suponiendo $Q^A = 0{,}2 \cdot Q^B = -0{,}25 \cdot Q^C$, calcular la exergía destruida entre los estados inicial y final.

Temperatura ambiental constante = 20ºC.



De las tablas del NH_3 saturado:

t (ºC)	P (bar)	v' (l/kg)	v'' (l/kg)	h' (kJ/kg)	h'' (kJ/kg)	s' (kJ/kg K)	s'' (kJ/kg K)
20	8,57	1,64	149,4	275,3	1 462,3	1,047	5,112
0	4,12	1,57	300	176,4	1 443	0,712	5,321

y de las tablas del NH_3 recalentado, para P = 4,12 bar:

t (ºC)	v (l/kg)	h (kJ/kg)	s (kJ/kg K)
20	330	1 495,9	1,341
60	383	1 592,2	1,676

1) En el estado final de equilibrio se igualarán, en los tres depósitos, las presiones parciales ejercidas por el gas, e igualmente por el NH_3. La presión ejercida por éste último será, como máximo, la de saturación correspondiente a la temperatura de 0ºC (principio de la “pared fría”), quedando **A** y **B** con NH_3 recalentado; y **C** con vapor de NH_3 saturado a 0ºC y, si es que así ocurre, con el NH_3 líquido saturado “sobrante”.

$$0{,}12 = \frac{v_{NH_3} - 1{,}64}{149{,}4 - 1{,}64} \quad \Rightarrow \quad v_{NH_3} = 19{,}37 \frac{\text{l}}{\text{kg}} \quad \Rightarrow \quad m_{NH_3} = \frac{100}{19{,}37} = 5{,}16 \text{ kg}$$

Quedarán en fase líquida saturada:

$$5{,}16 - \left(\frac{1000}{300} + \frac{500}{383} + \frac{100}{330} \right) = 0{,}22 kg$$

que ocuparán un volumen: 0,22·1,57 = 0,3453 l, despreciable frente a los 1 000 l de V_C.

De modo que el NH_3 se repartirá así:

En **A**: 0,303 kg de vapor recalentado a 20ºC y 4,12 bar.

En **B**: 1,3055 kg de vapor recalentado a 60ºC y 4,12 bar.

En **C**: 3,5515 kg de vapor húmedo a 4,12 bar, cuyo título será:

$$x_f^C = \frac{3{,}5515 - 0{,}22}{3{,}5515} = 0{,}94$$

Por otro lado, siendo P_f^g la presión parcial final del gas en los tres depósitos:

$$\frac{1000 \cdot 2}{273} = P_f^g \left(\frac{100}{293} + \frac{500}{333} + \frac{1000}{273} \right) \Rightarrow P_f^g = 1{,}33 bar$$

y la presión total final es: $P_f = P_f^g + P_{sat,NH_3(0°C)} = 1{,}33 + 4{,}12 = \boxed{5{,}45 \text{ bar}}$

2) El calor intercambiado por el conjunto de **A**, **B** y **C** será igual a la suma de las variaciones de sus energías internas:

$$H_i^A = 5{,}16 \cdot [275{,}3 + 0{,}12 \cdot (1462{,}3 - 275{,}3)] = 2154{,}54; \left(PV|_i^A = 8{,}57 \cdot 10^2 \cdot 0{,}1 = 85{,}7 kJ \right)$$

luego $$U_i^A = 2\,155{,}54 - 85{,}7 = 2\,070 \text{ kJ}$$

Del mismo modo: $$U_i^B = 0\,; \quad U_i^C = \frac{2 \cdot 100 \cdot 1}{0{,}4} = 500 \text{ kJ}$$

y $$U_i = U_i^A + U_i^C = 2\,570 \text{ kJ}$$

En el estado final: $$U_f^g = \frac{1{,}33 \cdot 10^2}{0{,}4} (0{,}1 + 0{,}5 + 1) = 532 kJ$$

$$U_f^{NH_3} = \left(0{,}303 \cdot 1495{,}9 - 4{,}12 \cdot 10^2 \cdot 0{,}1\right)_f^A + \left(1{,}3055 \cdot 1592{,}2 - 4{,}12 \cdot 100 \cdot 0{,}5\right)_f^B +$$

$$+ \left(3{,}3315 \cdot 1462{,}3 + 0{,}22 \cdot 275{,}3 - 4{,}12 \cdot 100 \cdot 1\right)_f^C = 6805 kJ$$

así que: $U_f = U_f^g + U_f^{NH_3} = 7\,337 \text{ kJ} \quad \rightarrow \quad Q_{tot} = Q^A + Q^B + Q^C = U_f - U_i = \boxed{4\,767 \text{ kJ}}$

3) $$\Delta S^{NH_3} = S_f^{NH_3} - S_i^{NH_3}$$

$$S_f^{NH_3} = 0{,}303 \cdot 1{,}341 + 1{,}3055 \cdot 1{,}676 + (3{,}3315 \cdot 5{,}321 + 0{,}22 \cdot 0{,}712) = 20{,}47 kJ/K$$

$$S_i^{NH_3} = 5{,}16 \cdot [1{,}047 + 0{,}12 \cdot (5{,}112 - 1{,}047)] = 7{,}9196 kJ/kg$$

De modo que: $\Delta S^{NH_3} = 12{,}55 \text{ kJ / K}$

$$\Delta S^g = \frac{1{,}33 \cdot 100 \cdot 0{,}1}{293} \cdot \left(3{,}5 \cdot ln\frac{293}{273} - ln\frac{1{,}33}{2}\right) + \frac{1{,}33 \cdot 100 \cdot 0{,}5}{333} \cdot \left(3{,}5 \cdot ln\frac{333}{273} - ln\frac{1{,}33}{2}\right) +$$

$$+ \frac{1{,}33 \cdot 100 \cdot 1}{273} \cdot \ln\frac{2}{1{,}33} = 0{,}45 \text{ kJ / K} \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta S_{tot} = 13 \text{ kJ / K}}$$

Por otra parte:

$$Q^A = 0{,}2Q^B = -0{,}25Q^C ; Q_{tot} = Q^A\left(1 + \frac{1}{0{,}2} - \frac{1}{0{,}25}\right) = 4767 kJ$$

$$\Rightarrow \quad Q^A = 2\,383{,}5 \text{ kJ} ; \quad Q^B = 11\,927{,}5 \text{ kJ} ; \quad Q^C = -9\,534 \text{ kJ}$$

De modo que:

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{fuentes} = 13 + \left(\frac{-2383{,}5}{293} + \frac{-11917{,}5}{333} + \frac{9534}{273}\right) = 4\frac{kJ}{K}$$

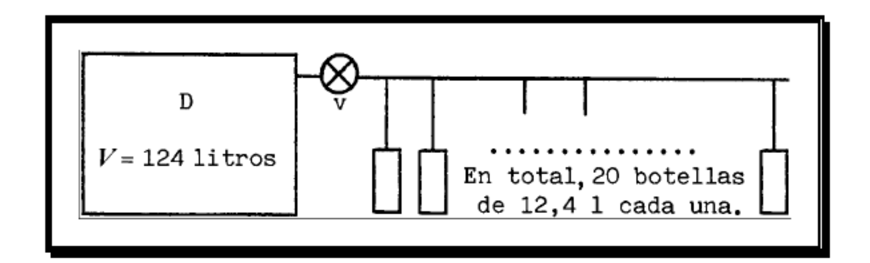
$$\boxed{I = T_a \Delta S_{univ} = 1172 \text{ kJ}}$$

2.16- El depósito **D** y las botellas (véase figura) tienen paredes rígidas, indilatables, de capacidad calorífica nula y perfectamente diatérmanas. Todos ellos "están" en la atmósfera, cuya temperatura permanece constante. Las botellas están inicialmente vacías, y **D** contiene etileno justamente en estado crítico. Se supone que el etileno cumple la ecuación térmica de estado, o que el comportamiento del etileno está regido por la ecuación: $P + A/(T v^2) = R T/(v - 3B)$, donde A, B y R son constantes.

1) Obtener la ecuación reducida correspondiente a la dada.

Se abre la válvula **v**, y las botellas, inicialmente vacías, se llenan de etileno procedente de **D**. Se pide:

2) Presión final del etileno en las botellas.
3) Calor intercambiado con la atmósfera. A = 1 250 atm K $(m^3/kmol)^2$.
4) Presión final utilizando el diagrama de factor de compresibilidad generalizado.



1)

$$\left.\begin{aligned} & P = \frac{RT}{v-3B} - \frac{A}{Tv^2} \\ & \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = 0 \\ & \left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_T = 0 \end{aligned}\right\}_{\text{En el pto. crítico}} \Rightarrow \begin{cases} B = \dfrac{v_c}{9} \\ A = 3P_c T_c v_c^2 \\ R = \dfrac{8P_c v_c}{3T_c} \end{cases}$$

Sustituyendo en la ecuación térmica dada $P = P_r P_c$, $v = v_r v_c$, $T = T_r T_c$, así como los valores obtenidos para A, B y R en función de las constantes críticas del gas, se obtiene:

$$\boxed{\left(P_r + \frac{3}{T_r v_r^2}\right)\left(v_r - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3} T_r}$$

2) Al final del llenado, $\begin{cases} T = cte = T_c \Rightarrow T_r = 1 \\ v = 3v_c \Rightarrow v_r = 3 \end{cases}$

Sustituyendo estos valores en la ecuación reducida, se obtiene $\underline{P_r = 2/3}$.

En tablas de constantes críticas:

$$P_c = 50{,}5 \text{ atm} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{2}{3} \cdot 50{,}5 = \boxed{33{,}7 \text{ atm}}$$

3) Considerando el sistema cerrado constituido por **D** y el conjunto de botellas:

$$q_{i,f} = u_f - u_i; du = \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P \right] dv$$

y operando: $$du = \frac{2A}{Tv^2} dv \Rightarrow u_f - u_i = q_{i,f} = \frac{2A}{T_c}\left(\frac{1}{v_c} - \frac{1}{3v_c}\right) = \boxed{\frac{4}{3}\frac{A}{T_c v_c}}$$

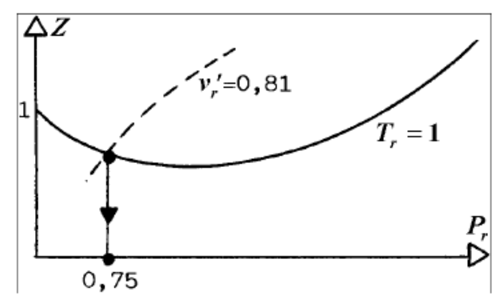
En la tabla de constantes críticas: $T_c = 283$ K, $v_c = 0{,}124 \text{ m}^3/\text{kmol}$; y sustituyendo estos valores se obtiene:

$$\boxed{Q_{i,f} = Nq_{i,f} = 47{,}5 \text{ atm} \cdot \text{m}^3 = 4\,808{,}5 \text{ kJ}}$$

4) El volumen pseudorreducido será:

$$v'_r = \frac{vP_c}{RT_c} = \frac{3v_c P_c}{RT_c} \quad \rightarrow \quad v'_r = 0{,}81$$

de modo que, entrando con $T_r = 1$ y $v'_r = 0{,}81$ en el diagrama de Z generalizado:



donde se lee: $$P_r = 0{,}75 \quad \rightarrow \quad P = 0{,}75 \cdot P_c = 0{,}75 \cdot 50{,}5 = \boxed{37{,}875 \text{ atm}}$$

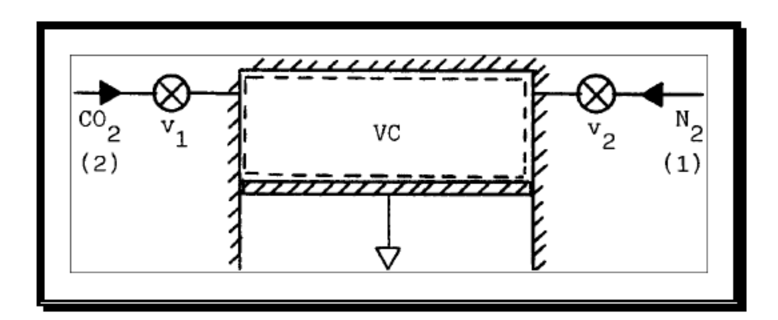
2.17- En un cilindro con su correspondiente émbolo, que puede desplazarse libremente sin rozamiento, se ha hecho inicialmente el vacío. Se desea realizar en el cuerpo del cilindro la mezcla de dos gases, y para ello se introducen en él, a través de sendos conductos con sus correspondientes válvulas, 88 g de CO_2 a 1 atm y 17ºC, y 98 g de N_2 a 3 atm y 45ºC. Las condiciones ambientales son P_a = 1 atm y t_a = 17ºC. Suponiendo que todas las paredes del cilindro–émbolo son adiabáticas, se pregunta:

1) Trabajo intercambiado con la atmósfera al efectuar la mezcla.
2) Generación de entropía en el interior del cilindro.
3) Exergía física con trasvasamiento (de flujo) y sin trasvasamiento de la mezcla formada.

Una vez finalizado el proceso anteriormente descrito, se quita el aislamiento térmico que recubría las paredes del cilindro. Determinar:

4) Calor intercambiado con la atmósfera y flujo de exergía asociado.
5) Rendimiento exergético del proceso total, desde que se inicia el mezclado hasta que cesa la transmisión de calor. Comentar el resultado obtenido.

Nota: Con el fin de simplificar los cálculos se podrán considerar ambos gases perfectos de $c_p(N_2)$ = 29,12 J / mol K, y $c_p(CO_2)$ = 36,08 J / mol K.



1) $$P_f = P_a ; P_a V_f = (N_1 + N_2) R T_f$$

Aplicando el Primer Principio al volumen de control VC indicado en la figura, entre los instantes inicial y final del proceso:

$$0 - W_{VC}^{vol} = \Delta U_{VC}^{vol} - H_{1,entr} \quad \rightarrow \quad \Delta U_{VC}^{vol} = -P_a \Delta V_{VC} + N_1 h_1 + N_2 h_2 \ ;$$

$$N_1 u_1 + N_2 u_2 = -P_a \frac{(N_1 + N_2) R T_f}{P_a} + N_1 h_1 + N_2 h_2$$

$$(N_1 c_{v,1} + N_2 c_{v,2})T_f = -(N_1 + N_2)(c_p - c_v)T_f = N_1 c_{p,1} T_{i,1} + N_2 c_{p,2} T_{i,2}$$

$$\Rightarrow \quad T_f = \frac{3{,}5 \cdot 29{,}12 \cdot 318 + 2 \cdot 36{,}08 \cdot 290}{5{,}5 \cdot 31{,}48} = \underline{308 \text{ K}}$$

$$\left(N_2 = \frac{98}{28} = 3{,}5; \quad N_2 = \frac{88}{44} = 2; \quad c_p = \frac{3{,}5}{5{,}5} \cdot 29{,}12 + \frac{2}{5{,}5} 36{,}80 = 31{,}48 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right)$$

$$W_{VC}^{vol} = W = P_a \Delta V_{VC} = (N_2 + N_2) R T_f = 5{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 308 \cdot 10^{-3} = \boxed{14{,}08 kJ}$$

2)
$$\Delta S = N_1 \Delta s_1 + N_2 \Delta S_2 = S_g$$

$$S_g = 3{,}5 \cdot \left(29{,}12 \cdot ln \frac{308}{318} - 8{,}31 \cdot ln \frac{0{,}631}{3} \right) + 2 \cdot \left(36{,}08 \cdot ln \frac{308}{290} - 8{,}31 \cdot ln\, 0{,}364 \right) = \boxed{63{,}18 \frac{J}{K}}$$

3)
$$B_t = N\left[(h - h_a) - T_a (s - s_a)\right] = 5{,}5 \cdot \left[31{,}48 \cdot \left(308 - 290 - 290 \cdot ln \frac{308}{290} \right) \right] = \boxed{96{,}15 J}$$

$$B = B_t + (P - P_a)V = B_t \Rightarrow \boxed{B = 96{,}15 J}$$

4) Puesto que la transformación es isóbara, el calor intercambiado coincidirá con la variación de entalpía:

$$Q = \Delta H = N c_p (T_a - T_f) = 5{,}5 \cdot 31{,}48 \cdot (290 - 308) = \boxed{-3116{,}5 J}$$

$$\int_{290}^{308} \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) dQ = N c_p \Delta T + T_a N c_p \, ln \frac{290}{308} = -3116{,}7 + 290 \cdot 5{,}5 \cdot 31{,}48 \cdot ln \frac{308}{290} = 96{,}15 J$$

$$\boxed{|B_Q| = 96{,}15 \text{ J}}$$

5) Definiendo el rendimiento exergético como:

$$\eta_{ex} = \frac{\text{exergía obtenida}}{\text{exergía aportada o "gastada"}} = \frac{\Delta B}{N_1 b_{t,1} + N_2 b_{t,2}}$$

Puesto que el gas queda al final en condiciones atmosféricas (estado muerto), su contenido exergético final (exergía obtenida) es nulo, de modo que:

$$\boxed{\eta_{ex} = 0}$$

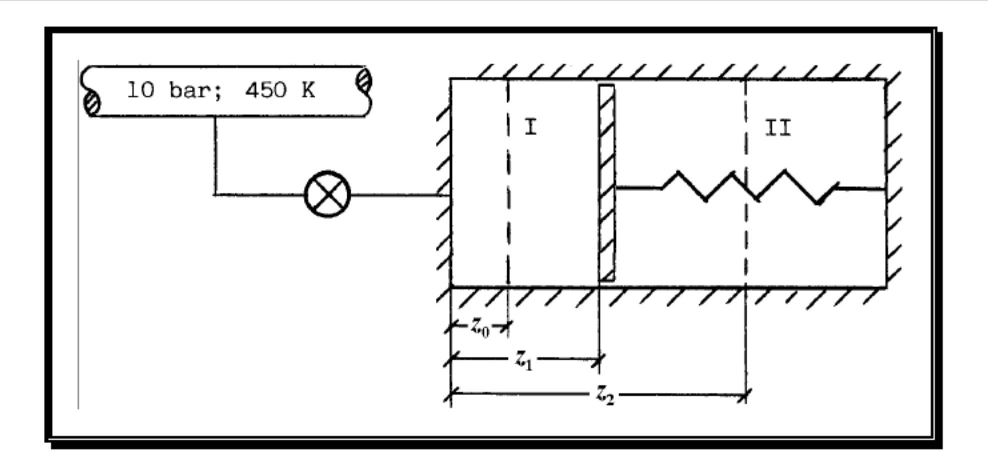
Efectivamente, siempre que se dé una transmisión de calor a la atmósfera, la exergía obtenida, que será el contenido exergético de la energía calorífica transmitida a T_a, será nula. Por ejemplo, el rendimiento exergético de un aparato eléctrico de calefacción de una atmósfera a T_a constante, será nulo.

2.18- En el interior de un cilindro de paredes adiabáticas existe un émbolo **E**, también adiabático, que se desplaza sin rozamientos, y cuya superficie derecha está unida a un muelle, según el esquema de la figura. Dicho émbolo divide al cilindro en dos cámaras: **I** y **II**.

La cámara **I** contiene un gas perfecto monoatómico, inicialmente a 3 bar y 350 K, estando **E** a una distancia de 20 cm de la base izquierda del cilindro. **I** está conectada a una red de distribución del mismo gas, que se encuentra permanentemente en las proximidades de la línea de conexión con el cilindro, a 10 bar y 450 K. El gas entra a **I** a través de una válvula de laminación que regula la presión a la exigida en cada momento según la posición de **E** para el equilibrio de éste.

La sección de **E** es $A = 1\ \text{dm}^2$, y la constante elástica del muelle $k = 5\ \text{bar/m}$, siendo la fuerza sobre **E** proporcional a la deformación $(z - z_0)$, donde z_0 es la correspondiente a la posición de **E** cuando el muelle se encuentra a tensión nula.

Determinar la temperatura final del gas en **I** cuando, por el llenado procedente de la línea, **E** se encuentra a $z = 0{,}6$ m del extremo izquierdo del cilindro.



$$P = k(z - z_0) \Rightarrow 3bar = 5\frac{bar}{m}(0{,}2m - z_0) \Rightarrow z_0 = -0{,}4m$$

$$\left.\begin{array}{l} F = k_1(z - z_0) \\ k_1 = kA = 5000N/m \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} AP_1 = k_1(z_1 - z_0) \\ AP_2 = k_1(z_2 - z_0) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{z_1 - z_0}{z_2 - z_0} = \frac{0{,}6}{1} \Rightarrow \underline{P_2 = 5bar}$$

$$W_{muelle} = \int_{z_1}^{z_2} k_1(z - z_0)dz = \underline{1600\,J}$$

Haciendo un balance de energía:

$$Q - W^* = \Delta E^*_{VC} + [m(h + e_c + e_p)]_2 - [m(h + e_c + e_p)]_1$$

donde: $Q = 0$; $W^* = W_{muelle}$; $\Delta E^*_{VC} = \Delta U = U_2 - U_1$; $m_2 = 0$; $\Delta e_c = \Delta e_p = 0$

En resumen: $m_{entr} h_{entr} = W_{muelle} + (U_2 - U_1) \Rightarrow$

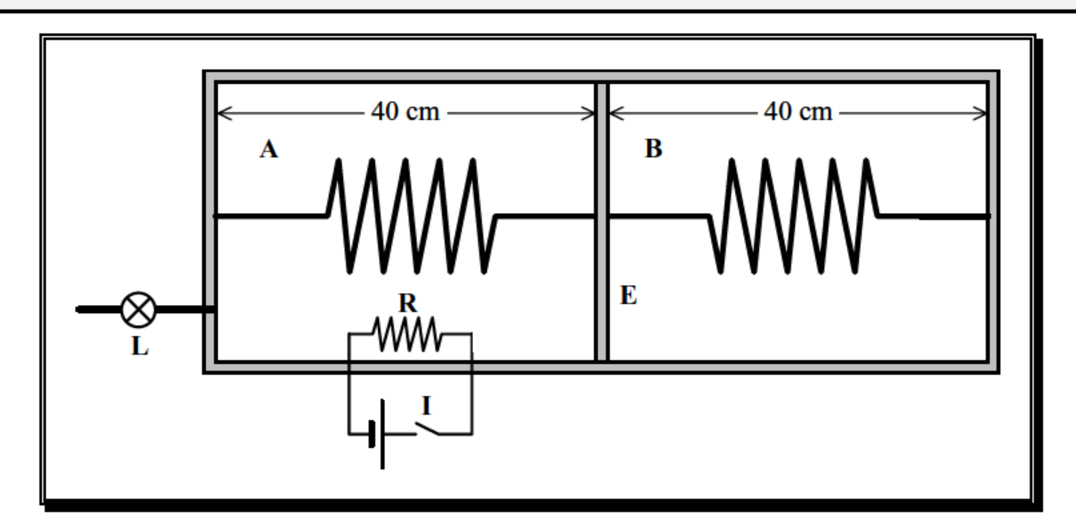
$$(N_f - N_i)h_{entr} = W_{muelle} + \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}; \left(\frac{P_2V_2}{RT_2} - \frac{P_1V_1}{RT_1}\right)c_pT = W_{muelle} + \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$$

Sustituyendo los valores dados: $\boxed{T_2 = 473\,\mathrm{K}}$

2.19- Según la figura adjunta: paredes y émbolo son rígidos, indilatables, adiabáticos y de capacidad calorífica nula. La sección de **E**, que puede desplazarse sin rozamiento, es de 400 cm^2. Inicialmente, **A** y **B** contienen gas perfecto biatómico a la presión exterior (1 kp/cm^2) y 300 K. Los dos resortes, inicialmente sin tensión, son elásticos ($F = -kx$) de constante $k = 10$ kp / cm.

Se cierra el interruptor **I**, y pasa corriente hasta que **E** se ha desplazado 20 cm. Calcular:

1) Temperaturas y presiones finales en **A** y **B**.
2) Calor generado por **R**, por efecto Joule, en el proceso.
3) Se abre la válvula **L** y sale gas lentamente de **A** al exterior hasta que se equilibran las presiones. Calcular temperaturas y presión finales en **A** y **B**, y la fracción de masa de gas contenido en **A** que sale al exterior.



1) $$T_{1,A} = T_{1,B} = 300\ \text{K};\quad S_E = 400\ \text{cm}^2$$

En **B** el gas experimenta una compresión adiabática reversible, de modo que:

$$P_{1,B}V_{1,B}^{\gamma} = P_{2,B}V_{2,B}^{\gamma};\quad \gamma = 1{,}4 \quad\rightarrow\quad \boxed{P_{2,B} = 2{,}64\ \text{kp/cm}^2}$$

$$K = 10\frac{\text{kp}}{\text{cm}} \quad\Rightarrow\quad F = -200\ \text{kp} \quad\rightarrow\quad P_{2,A} = P_{2,B} + 2\frac{F}{S_E} = \boxed{3{,}64\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}}$$

$$T_{1,B}V_{1,B}^{\gamma-1} = T_{2,B}V_{2,B}^{\gamma-1} \quad\Rightarrow\quad \boxed{T_{2,B} = 395{,}85\ \text{K}}$$

$$\frac{P_{1,A}V_{1,A}}{T_{1,A}} = \frac{P_{2,A}V_{2,A}}{T_{2,A}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{2,A} = 1\,638 \text{ K}}$$

2) $$\Delta U_B = W_{A,B} = \frac{P_{2,B}V_{2,B} - P_{1,B}V_{1,B}}{\gamma - 1} = \cdots = 12\,800 \text{ kp}\cdot\text{cm} = 1\,254{,}4 \text{ J}$$

$$W_A^{1,2} = W_{A,B} + 2\frac{1}{2}kx^2 = \cdots = 16\,800 \text{ kp}\cdot\text{cm}$$

$$Q_A^{1,2} = W_A^{1,2} + \left(U_A^2 - U_A^1\right) = \cdots = 195200 kp \cdot cm = \boxed{19{,}13 kJ}$$

3) $$P_{3,A}{}^{(1-\gamma)/\gamma}\, T_{3,A} = P_{2,A}{}^{(1-\gamma)/\gamma}\, T_{2,A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{3,A} = 1132{,}4 \text{ K}}$$

$$P_{3,A} = 1 \text{ kp / cm}^2\,; \quad T_{3,B} = T_{1,B}\,; \quad P_{3,B} = P_{1,B}$$

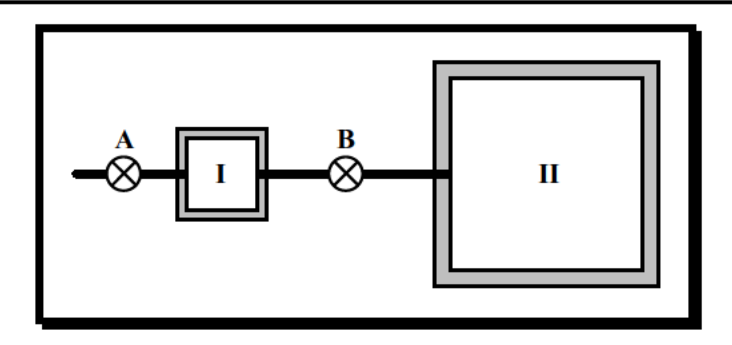
$$N_1 = \frac{P_1V_1}{R\cdot 300}\,; \quad N_1 - N_{sale} = \frac{P_1V_1}{R\cdot 1132{,}4} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_{sale}}{N_1} = 0{,}74 = \boxed{74\%}$$

2.20- Por una tubería calorifugada fluye aire en condiciones (P_e,T_e). Dicha tubería está conectada a un pequeño depósito de paredes adiabáticas **I** de volumen V_I a través de la válvula **A**. A su vez, el depósito **I** está conectado a través de la válvula **B** con otro depósito más grande **II** de volumen V_{II} y de paredes también adiabáticas.

Inicialmente, cuando **A** y **B** están cerradas, **I** contiene aire a P_I y T_I, mientras que **II** está vacío.

Se abren simultáneamente ambas válvulas, permitiendo el paso de un gasto $\dot{m}$, el mismo a través de **A** y **B**, que se mantiene constante. Se pregunta:

1) Presión y temperatura en **I** al cabo del tiempo z de abrirse las válvulas.
2) Obtener la ecuación diferencial que, una vez integrada, permita conocer la temperatura en **II** al cabo del tiempo z.



1)
$$\frac{dU_{VC}}{dz} = m_e h_e - m_s h_s \,; \quad m c_v \frac{dT}{dz} + T c_v \frac{dm}{dz} = \dot{m} c_p T_e - \dot{m} c_p T$$

$$m\frac{dT}{dz} + \gamma \dot{m}(T - T_e) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{T - T_e} = -\gamma \frac{\dot{m}}{m} dz \Rightarrow$$

$$ln\frac{T - T_e}{T_I - T_e} = -\gamma \frac{\dot{m}}{m} z \Rightarrow T = T_e + (T_I - T_e) e^{-\gamma \frac{\dot{m}}{m} z}$$

siendo
$$m = \frac{P_I V_I}{R_m T_I}$$

2)
$$\frac{dU}{dz} - \dot{m} h_e = 0 \,; \quad m_D c_v \frac{dT}{dz} + c_v T \frac{dm_D}{dz} - c_p \dot{m} T_{e,D} = 0$$

siendo
$$m_D = \dot{m} z \,; \quad T_{e,D} = T$$

$$\dot{m} z \frac{dT}{dz} + T - \gamma \left[T_e + (T_I - T_e) e^{-\gamma \frac{\dot{m}}{m} z} \right] \dot{m} = 0; z\,dT + T\,dz - \gamma \left[T_e + (T_I - T_e) e^{-\gamma \frac{\dot{m}}{m} z} \right] dz = 0$$

$$\boxed{d(Tz) - \left[T_e + (T_I - T_e) e^{-\gamma \frac{\dot{m}}{m} z} \right] dz = 0}$$

2.21- En el depósito **D** (véase figura), que está en contacto térmico perfecto con **A** a través de la pared diatérmana **p**, hay vapor húmedo de agua que se mantiene a la presión de 150 kp / cm^2 constantemente. La válvula **L** está inicialmente cerrada.

A contiene 340 g de NH_3, ocupando un volumen inicial de 200 l, y que se supone cumple la ecuación térmica de Van der Waals en todos los estados del proceso.

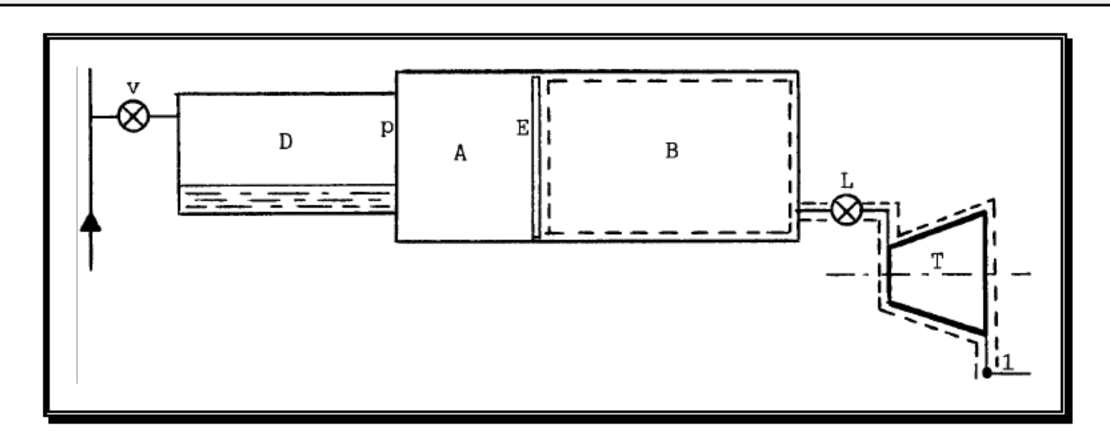
B tiene un volumen inicial de 400 l, y contiene un gas perfecto biatómico inicialmente a 450 K.

El émbolo **E**, adiabático, puede desplazarse sin rozamiento. El resto de paredes y conducciones son asimismo adiabáticas, indilatables y de capacidad calorífica nula. El volumen de la turbina **T** se supone despreciable.

Se abre **L**, que permanece abierta hasta que se duplica el volumen de **A**, produciéndose un derrame suficientemente lento y observándose que la temperatura en el punto **1**, a la salida de la turbina, permanece constantemente igual a 300 K. Se pide:

1) Masa de vapor condensada en **E**.
2) Trabajo técnico obtenido en la turbina.

Datos: Las ecuaciones térmica y energética para un gas de Van Der Waals son, respectivamente: $[P+(a/v^2)](v-b)=RT$ y $u=f(T)-a/v$.



1) $$m_{1,A}=340\text{ g}\equiv\frac{340}{17}=20\text{ mol NH}_3\text{ ; }\quad v_{1,A}=10\frac{\text{l}}{\text{mol}}$$

De las tablas correspondientes:

$$T(150\text{ kp/cm}^2)=613{,}6\text{ K ; }\quad a=4{,}194\text{ atm}(\text{l/mol})^2\text{ ; }\quad b=0{,}073\text{ l/mol}$$

$$P_{1,A} = \frac{0{,}082 \cdot 616{,}6}{10 - 0{,}0373} - \frac{4{,}194}{100} = 5{,}026 \text{ atm}\,; \quad P_{2,A} = \cdots = 2{,}5098 \text{ atm}$$

$$w_{NH_3} = \int_{1,2} P dv = RT\, ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} - a\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = 34{,}76 \frac{atml}{mol}$$

$$\Rightarrow \quad W_{NH_3} = 20 \cdot 34{,}76 = \underline{695{,}2 \text{ atm l}}$$

$$u_2 - u_1 = a\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = \frac{a}{20}; U_2 - U_1 = 20(u_2 - u_1) = 4{,}194 atml$$

$$Q = (U_2 - U_1) + W_{1,2} = 699{,}394 atml = 70570{,}221 J$$

De las tablas del H_2O saturada:

$$r(150 \text{ kp / cm}^2) = 243{,}1 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

Por tanto: $\boxed{m_{H_2O \text{ cond.}} = \frac{Q}{r} = 70 \text{ g}}$

2) Aplicando el Primer Principio al volumen de control indicado en la figura con trazo discontinuo, entre los estados inicial y final:

$$Q - (W_t + W_{vol}) = \Delta U_{VC} - H_1$$

Siendo la expansión en **D** adiabática reversible:

$$T_2 = 450 \cdot \left(\frac{5{,}0265}{2{,}5093}\right)^{\frac{-0{,}4}{1{,}4}} = 369{,}01 K$$

y empleando las expresiones $U = \frac{PV}{\gamma - 1}; \quad H = \gamma \frac{PV}{\gamma - 1}$

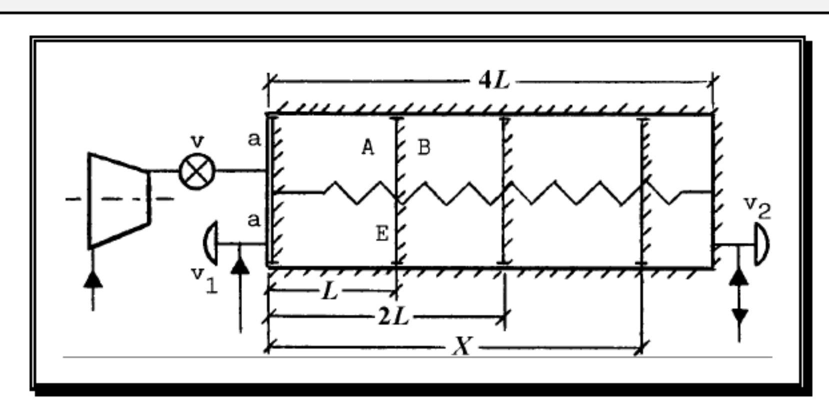
$$-W_t + 695{,}2 = \frac{200 \cdot 2{,}5099 - 400 \cdot 5{,}0260}{0{,}4} - 300\left(\frac{400 \cdot 5{,}026}{450} - \frac{200 \cdot 2{,}5099}{369{,}01}\right)\frac{1{,}4}{0{,}4}$$

obteniéndose $\boxed{W_t = 1\,203{,}71 \text{ atm / l}}$

2.22- En la figura se representa un recipiente cilíndrico de longitud $4L$ y sección L^2. La longitud natural del muelle (cuando su tensión es nula) es $4L$, siendo K su constante de recuperación ($F = -Kx$).

El émbolo **E** es delgado, rígido, adiabático, y se puede desplazar sin rozamiento. Todas las paredes son adiabáticas excepto **aa**. **E** divide al cilindro en dos cámaras: llamaremos **A** a la de la izquierda, y **B** a la de la derecha.

1) Previamente se hace el vacío completo en el cilindro. Con $\mathbf{v_1}$ y $\mathbf{v_2}$ cerradas, se introduce en **A** gas atmosférico hasta que **E** se desplaza L. A continuación se suministra calor lentamente. Determinar la energía calorífica Q_1 necesaria para que su volumen se duplique.
2) Con **v** cerrada, se abren $\mathbf{v_1}$ y $\mathbf{v_2}$ hasta que se establece el nuevo estado de equilibrio, en cuyo momento se cierran. A continuación se abre **v** hasta que **E** se vuelve a desplazar **L**, momento en el cual se cierra **v** y, seguidamente, se suministra calor hasta que el volumen de **A** se duplica. Calcular la Q_2 necesaria.
3) En el estado final anterior, se aísla térmicamente la base **aa** y se abre $\mathbf{v_2}$. Calcular a qué distancia X de **aa** se quedará **E** en el equilibrio final.
4) **Aplicación numérica**: $K = 1\,000$ N / m ; $L = 60$ cm ; $\gamma = 1{,}4$; $P_0 = 1$ bar.



Nota: analizar cuidadosamente el desarrollo de la resolución expuesta. No se explica detalladamente el razonamiento hecho en cada paso: ello hará su exposición más breve y su interpretación más interesante y pedagógica.

1)
$$Q_1 = W + (U_f - U_i) = \int_L^{2L} K\,l\,dl + \frac{\frac{K2L}{S}2LS - \frac{KL}{S}LS}{\gamma - 1} = \cdots = \boxed{3KL^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma - 1}\right)}$$

2) $$P_0(4L)^\gamma = P_1^B(3L)^\gamma \Rightarrow P_1^B = P_0\left(\frac{4}{3}\right)^\gamma ; P_1^A = P_1^B + \frac{KL}{L^2} = P_0\left(\frac{4}{3}\right)^\gamma + \frac{K}{L}$$

$$P_0(4L)^\gamma = P_2^B(2L)^\gamma \Rightarrow P_2^B = P_0 2^\gamma ; P_2^A = P_2^B + \frac{K2L}{L^2} = P_0 2^\gamma + \frac{2K}{L}$$

$$Q_2 = \Delta U^A + W^{A,B} = \Delta U^A + \left(\Delta U^B + \Delta E^M\right) = \frac{\left(P_2^A V_2^A - P_1^A V_1^A\right) + \left(P_2^B V_2^B - P_1^B V_1^B\right)}{\gamma - 1} + \int_L^{2L} K l\,dl$$

Sustituyendo y operando:

$$\boxed{Q_2 = \frac{4P_0L^3}{\gamma-1}\left[2^\gamma - \left(\frac{4}{3}\right)^\gamma\right] + 3KL^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma-1}\right)}$$

Naturalmente se comprueba que, en el caso particular $P_0 = 0$, se obtiene $Q_2 = Q_1$.

3) Ecuación que define X: $\boxed{\left(P_0 2^\gamma + \frac{2K}{L}\right)(2L)^\gamma = \left(P_0 + \frac{KX}{L^2}\right)X^\gamma}$

4) Sustituyendo los valores numéricos dados se obtiene:

$$\boxed{Q_1 = 3\,240 \text{ J} ; \quad Q_2 = 250\,144 \text{ J} ; \quad 124{,}18 = 36X^{1{,}4} + X^{2{,}4} \underset{\text{(por tanteo)}}{\rightarrow} X = 2{,}316 \text{ m}}$$

2.23- Se quiere cargar un depósito de 100 m^3 de capacidad con propano. La carga se realiza en un ambiente isotermo cuando la temperatura es de 20ºC, considerando las paredes del recipiente perfectamente diatérmanas. Se prevé que, durante el día, el depósito puede alcanzar la temperatura de 70ºC, ya que está a la intemperie. Para evitar el peligro de explosión se quiere que, en estas condiciones, quede en el depósito un 5% de espacio libre por encima del líquido.

Determinar la masa de propano que debe haber en el depósito, así como el nivel del líquido al terminar la carga.

Datos: densidad del C_3H_8 líquido, en kg / m^3, midiendo t en ºC: $d = 532{,}6 - 1{,}62\,t$; volúmenes específicos del vapor saturado: $v''_{70ºC} = 16{,}5$ l / kg ; $v''_{20ºC} = 55$ l / kg.

A 70ºC: $$m''_1 = \frac{V''_1}{v''_1} = \frac{5\ \text{m}^3}{0{,}0165\ \text{m}^3/\text{kg}} = 303\ \text{kg}$$

$$m'_1 = V'_1 d(70º\,C) = 100 \cdot 0{,}95 \cdot (532{,}6 - 1{,}62 \cdot 70) = 39824 kg$$

$$m = m'_1 + m''_1 = \boxed{40\,127\ \text{kg}} = m'_2 + m''_2 \qquad [1]$$

A 20ºC: $$v'_2 = \frac{1}{d(20º\,\text{C})} = 2 \cdot 10^3\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

de modo que: $$V = \text{cte.} = 100\ \text{m}^3 = m'_2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + m''_2 \cdot 55 \cdot 10^{-3} \qquad [2]$$

De [1] y [2] se obtiene: $m'_2 = 39\,747$ kg ; $m''_2 = 380$ kg

Por lo tanto: $$V'_2 = V_{líq,20ºC} = 39\,747 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = \boxed{79{,}5\ \text{m}^3}$$

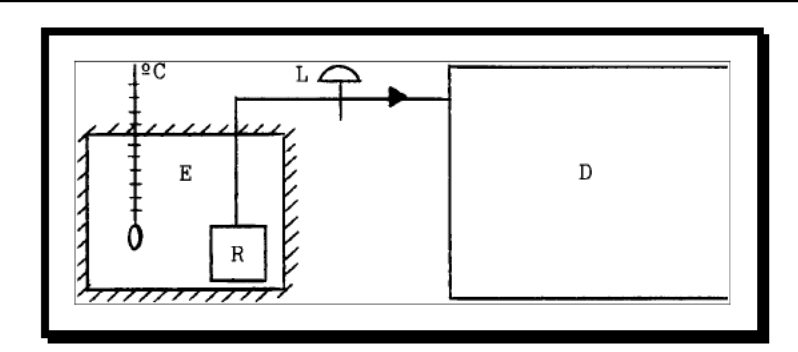
que es el volumen que deberá ocupar, como máximo, el líquido una vez completada la carga a 20ºC.

2.24- Tenemos un calorímetro **E** (ver figura) adiabático, cuya capacidad calorífica C, que es desconocida, queremos calcular. Para ello, se introduce en **E** un pequeño recipiente **R** rígido, indilatable, de paredes diatérmanas y capacidad calorífica nula, cuyo volumen es 20 cm^3, lleno completamente de agua líquida, cuyos volumen específico y calor específico se supondrán: $v = 1$ l/kg y $c = 1$ cal/g ºC, ambos constantes.

R comunica con un tubo con su llave **L** (inicialmente cerrada) con un gran depósito que contiene un gas completamente seco. Cuando la temperatura marcada por el termómetro se estabiliza, éste marca $t_1 = 41{,}5$ºC.

Se abre **L** y, al cabo del tiempo suficiente, se estabiliza de nuevo la temperatura, marcando el termómetro $t_2 = 10{,}9$ºC.

Admitiendo que el calor de vaporización del agua es $r(\text{cal/g}) = 616{,}7 - 0{,}733 \cdot t(\text{ºC}) = a - b\,t$, calcular la capacidad calorífica C del calorímetro.



Al abrir **L**, el agua en **R** comenzará a vaporizarse, proceso que ocurriría en tanto **D** no estuviera saturado de humedad. Supongamos que, en un instante z, la masa de agua que queda en **R** es m; y la temperatura, t. (Suponemos que **L**, poco abierta, permite que el agua se vaporice lentamente y, en todo instante, se establezca el equilibrio térmico.) En el siguiente dz se vaporizará una masa de agua dm, y la temperatura variará en dt:

$$(a - bt)(-dm) = (C + m)(-dt) \Rightarrow \int_{m_1}^{0} \frac{dm}{C+m} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dT}{a - bt} \Rightarrow \boxed{C = \frac{m_1}{\left(\dfrac{a - bt_1}{a - bt_2}\right)^{\frac{-1}{b}} - 1}}$$

Para los valores dados: $\boxed{C = 373{,}73 \text{ cal/º C}}$

2.25- Un recinto cerrado de paredes adiabáticas e impermeables está lleno de aire (considerado G.P. de exponente adiabático γ) a una presión P_1, menor que la P_a atmosférica exterior, pues se ha vaciado parcialmente para realizar en él cierto experimento; y a temperatura T_1.

Se produce una perforación en la pared del recinto, y el aire atmosférico, que está a la temperatura T_a, penetra en el recinto.

Se pide calcular la temperatura del aire en el interior cuando la presión alcance en él el valor P_2.

Aplicación numérica: $\gamma = 1{,}4$; $T_1 = T_a = 300$ K ; $P_2 / P_1 = 2$.

Haciendo un balance de energía al VC definido por las paredes del depósito entre los instantes inicial y final del proceso considerado:

$$Q - W_{VC} = \Delta U_{VC} + H_{sal} - H_{entr} \; ; \quad Q = 0 \; ; \quad W_{VC} = 0$$

$$0 = (m_2 u_2 - m_1 u_1) - (m_2 - m_1) h_a \Rightarrow m_2 (u_2 - h_a) = m_1 (u_1 - h_a)$$

$$m_1 = \frac{P_1 V}{R_m T_1} \; ; \quad m_2 = \frac{P_2 V}{R_m T_2} \; ; \quad u_1 = c_v T_1 \; ; \quad u_2 = c_v T_2 \; ; \quad h_a = c_p T_a \; ; \quad \frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

Sustituyendo:

$$\frac{P_2 V}{R_m T_2} (c_v T_2 - c_p T_a) = \frac{P_1 V}{R_m T_1} (c_v T_1 - c_p T_a) \Rightarrow \boxed{T_2 = \frac{1}{\dfrac{P_2 - P_1}{\gamma P_2 T_a} + \dfrac{P_1}{P_2 T_1}}}$$

Aplicación: $\boxed{T_2 = 350 \text{ K}}$

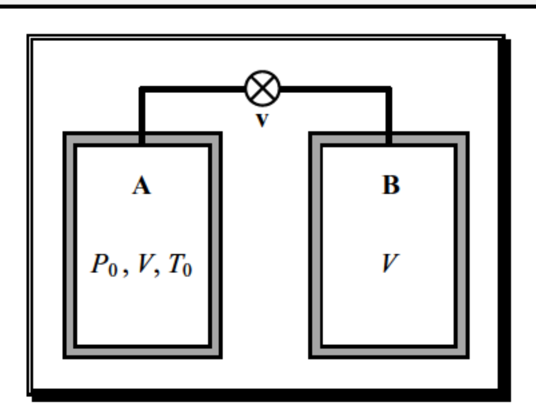
2.26- **A** y **B** (véase figura) son dos depósitos de igual volumen, indilatables y de paredes perfectamente adiabáticas. Están unidos por una conducción, cuyo volumen es despreciable, también perfectamente adiabática, como lo es asimismo la válvula **v**, que está inicialmente cerrada.

B está vacío, y **A** contiene una cierta masa de G.P. cuyo exponente adiabático es γ.

Se abre parcialmente **v**, y pasa gas de **A** a **B** lentamente, de modo que la expansión del gas en **A** se puede considerar isoentrópica, hasta que se igualan las presiones en **A** y **B**. En ese momento se cierra **v**, con lo que se impide todo flujo másico y energético entre **A** y **B**.

1) Calcular la relación T_B/T_A entre las temperaturas absolutas del gas en ambos depósitos, en función de γ. Aplicación: $\gamma = 1{,}4$.
2) Los parámetros iniciales son tales que, establecida la igualdad de presiones, queda en **B** una masa de $N_B = 1$ mol de gas. Calcular:
   a) Número de moles de gas que había inicialmente en **A**.
   b) Destrucción de exergía en el proceso, tomando $R = 2$ cal/mol K.

Temperatura atmosférica: $T_a = 300$ K.



1) Siendo P_0 la presión inicial en **A**, y P_1 la presión final común en **A** y **B**, aplicando el Primer Principio a la masa de control (contenida inicialmente en **A**) entre los estados inicial y final del proceso:

$$Q = \Delta U + W\,; \quad Q = W = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{P_0 V}{\gamma - 1} = \frac{P_1 V}{\gamma - 1} + \frac{P_1 V}{\gamma - 1} \quad \Rightarrow \quad \underline{P_1 = \frac{P_0}{2}}$$

Al ser isoentrópica la expansión en **A**:

$$T_0 P_0^{(1-\gamma)/\gamma} = T_A \left(\frac{P_0}{2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow \underline{\frac{T_A}{T_0} = 2^{(1-\gamma)/\gamma}} \qquad [1]$$

Balance de masa:

$$\frac{P_0 V}{T_0} = \frac{P_0 V/2}{T_A} + \frac{P_0 V/2}{T_B} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2T_0 2^{(1-\gamma)/\gamma}} + \frac{1}{2T_B} \quad \Rightarrow \quad \underline{\frac{T_B}{T_0} = \frac{1}{2-2^{(\gamma-1)/\gamma}}} \qquad [2]$$

Dividiendo [1] y [2]: $\boxed{\frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{2^{1/\gamma}-1}} \underset{(\gamma=1,4)}{=} \boxed{1{,}561}$

2) a)

$$\left.\begin{array}{l} P_0 V = N_A R T_0 \\ \frac{P_0}{2} V = N_B R \frac{T_0}{2-2^{(\gamma-1)/\gamma}} \end{array}\right\} \Rightarrow 2 = \frac{N_A}{N_B}\left(2-2^{(\gamma-1)/\gamma}\right) \Rightarrow \boxed{N_A = \frac{N_B}{1-2^{-1/\gamma}}} = 2{,}561 mol$$

b) Dado que la expansión en **A** es isoentrópica y que no hay intercambio de calor con el exterior, el incremento total de entropía del universo será el que corresponda a la masa de gas N_B entre sus estados inicial y final:

$$\Delta S_{univ} = N_B \left(c_p \ln \frac{T_B}{T_0} - R \ln \frac{P_0/2}{P_0} \right) = \cdots = \underline{3{,}1167 \frac{cal}{K}}$$

Según Gouy-Stodola: $I = T_a \Delta S_{univ} = \cdots = \boxed{935\ \text{cal}}$

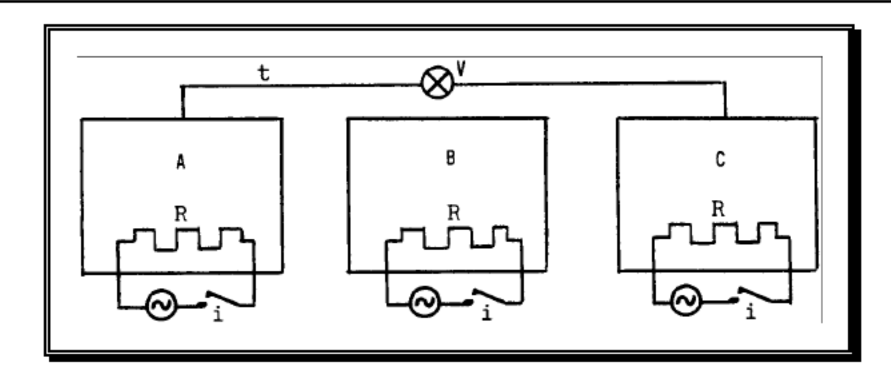
2.27- **A**, **B** y **C** son tres depósitos iguales, indilatables, de paredes perfectamente adiabáticas y capacidad calorífica nula, de $V = 100$ l. La tubería **t** y la válvula **v** están perfectamente aisladas térmicamente y tienen un volumen propio despreciable. Inicialmente **v** está cerrada.

Estos depósitos, empleados habitualmente por una empresa de mantenimiento de instalaciones frigoríficas, contienen refrigerante R-12, inicialmente a $T_a = 290$ K. Las masas contenidas en cada uno de los depósitos son: $m_A = 17{,}4703$ kg, $m_B = 58{,}823529$ kg y $m_C = 101{,}112235$ kg. Se pide:

1) Cuáles son las presiones y títulos de vapor iniciales en cada depósito.

A continuación se cierran los interruptores **i** (las **R** son resistencias puras) y permanecen cerrados, en cada depósito, justamente hasta que se llega al equilibrio monofásico en cada uno de ellos:

2) Cuáles son la temperatura, la presión y el título en cada depósito en el momento de abrir cada **i**. Explicar los procesos que tienen lugar.
3) Para **A**, calcular la energía eléctrica disipada por efecto Joule en **R** durante el proceso y el rendimiento exergético del mismo.
4) Se abre **v** (una vez abiertos los **i** de **A** y **C**): encontrar el título de vapor de la masa de R-12 contenido en el conjunto de **A** y **C**.



1) $$v_A = \frac{V}{m_A} = \frac{0{,}1}{17{,}4703} = 0{,}005724 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}; \quad v_B = \frac{V}{m_B} = \frac{0{,}1}{58{,}823529} = 0{,}0017 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

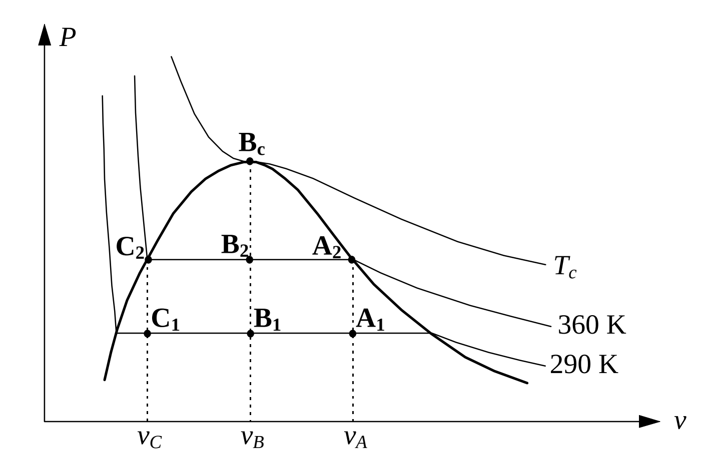
$$v_C = \frac{V}{m_C} = \frac{0{,}1}{101{,}112235} = 0{,}000989 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

De la tabla del R-12 saturado obtenemos los valores:

T (K)	P (MPa)	$v´$ (m³/kg)	$v´´$ (m³/kg)	$h´$ (kJ/kg)	$h´´$ (kJ/kg)	$s´$ (kJ/kg K)	$s´´$ (kJ/kg K)
290	0,5183	0,000746	0,03362	80,7	223,37	0,3308	0,8228
360	2,628	0,000989	0,005724	157,27	241,86	0,5604	0,7953
385,17	4,116	0,0017	0,0017	209,51	209,51	0,6950	0,6950

y se comprueba: $v_A = v''(360\text{ K})$; $v_B = v_c(385{,}17\text{ K})$; $v_C = v'(360\text{ K})$

de modo que la representación de los estados inicial y final en los tres procesos isócoros, sería:



Así que, sustituyendo valores numéricos:

$$x_{A_1} = \frac{0{,}005724 - 0{,}000746}{0{,}03362 - 0{,}000746} = \boxed{0{,}15143}$$

y análogamente se obtienen: $\boxed{x_{B_1} = 0{,}029}$; $\boxed{x_{C_1} = 0{,}0074}$

e, igualmente: $T_{A_1} = T_{B_1} = T_{C_1} = \underline{290\text{ K}}$; $P_{A_1} = P_{B_1} = P_{C_1} = P_s(290\text{ K}) = \boxed{5{,}183\text{ bar}}$

2) De la figura se desprende claramente cuáles son los estados finales del proceso en cada depósito, de modo que:

$\boxed{x_{A_2} = 1}$ (vapor saturado seco); $\boxed{x_{C_2} = 0}$ (líquido saturado)

$$x_{B_2} = \frac{0{,}017 - 0{,}000989}{0{,}05724 - 0{,}000989} = \boxed{0{,}15016}$$

y: $P_{A_2} = P_{B_2} = P_{C_2} = \boxed{P_2 = 26{,}28\text{ bar}}$; $T_{A_2} = T_{B_2} = T_{C_2} = \boxed{T_2 = 360\text{ K}}$

Para **B** en el punto crítico:

$\boxed{P_c = 41{,}16\text{ bar}}$; $\boxed{T_c = 385{,}17\text{ K}}$

3) $$w_A = q_A^{1,2} = (u_2 - u_1)_A = [(h_2 - P_2 v) - (h_1 - P_1 v)]_A = h_{A_2} - h_{A_1} - v_A(P_2 - P_1)$$

$$h_{A_2} = 241{,}86\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\,; \quad x_{A_1} = 0{,}15143 = \frac{h_{A_1} - 80{,}7}{223{,}37 - 80{,}7} \quad \Rightarrow \quad h_{A_1} = 102{,}3041\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$v_a\left(P_2 - P_1\right) = \cdots = 12{,}076\,\frac{kJ}{kg}$$

$$Q_A^{1,2} = m_A\left(u_{A_2} - u_{A_1}\right) = \cdots = \boxed{2222{,}6kJ}$$

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta_1^2 B_A}{Q_A^{1,2}};\Delta_1^2 B_A = \left[u_A - T_a s_A + P_a v_A\right]_1^2 = q_A^{1,2} - T_a\left(s_{A_2} - s_{A_1}\right) + P_a\left(v_{A_2} - v_{A_1}\right)$$

$$x_{A_1} = \frac{s_{A_1} - 0{,}3308}{0{,}8228 - 0{,}3308} \quad \Rightarrow \quad s_{A_1} = 0{,}4053\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}\,; \quad s_{A_2} = s''(360\text{ K}) = 0{,}7953\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\eta_{ex} = 1 - \frac{T_a\left(s_{A_2} - s_{A_1}\right)}{q_A^{1,2}} = \cdots = \boxed{0{,}113}$$

4)

$$x_{A+C} = \frac{17{,}4703}{17{,}4703 + 101{,}112235} = \boxed{0{,}14733}$$

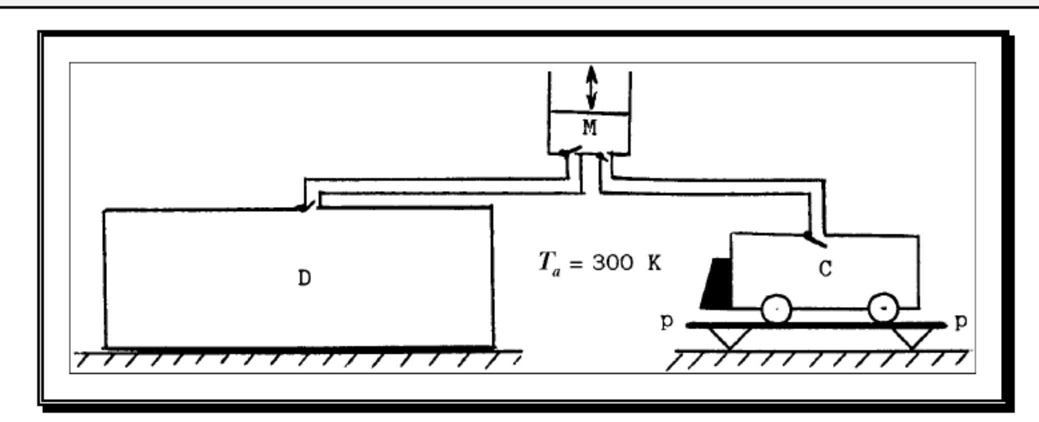
2.28- **D** (véase figura) es un depósito de almacenamiento de butano de 100 m^3, de paredes rígidas, perfectamente diatérmanas y capacidad calorífica nula, que contiene inicialmente 10 000 kg de butano.

C es la cisterna, de 10 m^3 de capacidad y carga máxima útil de 5 500 kg, cuyas paredes son como las de **D**. Inicialmente contiene solamente vapor saturado seco de butano, y está sobre la plataforma **pp** que limita la carga a su valor máximo.

Mediante una máquina alternativa **M** (cuyo funcionamiento se interpreta fácilmente en la figura) que funciona reversiblemente, como se supone todo el proceso, se trasvasa butano hasta que la cisterna recibe su carga útil máxima.

La temperatura atmosférica de 300 K es constante durante todo el proceso. Se pide:

1) Título de vapor inicial del butano en **D** y masa, en kg, de butano contenido inicialmente en **C**.
2) Cantidad de energía calorífica que intercambia **D** con la atmósfera durante el proceso de carga.
3) Trabajo de **M** durante el proceso.



1) De la correspondiente tabla del butano se obtiene:

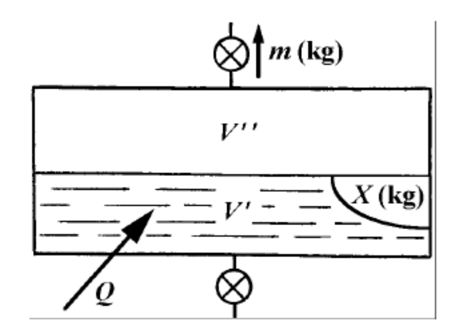
T (K)	P (MPa)	v' (m^3/kg)	v'' (m^3/kg)	$h''-h'$ (kJ/kg)
300	0,2559	0,001753	0,1541	356,46

$$v_1^D = \frac{100}{10\,000} = 0{,}01\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}; \quad x_1^D = \frac{0{,}01 - 0{,}001753}{0{,}1541 - 0{,}001753} = \boxed{0{,}054133}$$

$$m_1^C = \frac{10}{0{,}1541} = \boxed{64{,}893\ \text{kg}}$$

Esta cuestión es la misma, prácticamente, que la resuelta en el problema 2.4-, apartado 2), y que resolveremos según el segundo procedimiento allí empleado, que es más sencillo:

Pasarán a **C**: $m = 5\,500 - 64{,}893 = 5\,435{,}107$ kg de butano



Si salen m kg de vapor, cuyo volumen es $m\,v''$, para que siga el equilibrio, habrán de vaporizarse X kg de líquido, de forma que debe cumplirse (piénsese detenidamente esta expresión):

$$\underline{m\,v'' + X\,v' = X\,v''} \quad \Rightarrow \quad X = m\frac{v''}{v''-v'}$$

De modo que, dado que el proceso es isóbaro, la aportación de calor habrá de ser la entalpía de vaporización de X kg de líquido saturado a esa presión:

$$Q = X(h''-h') = \boxed{m\frac{v''}{v''-v'}(h''-h')}$$

y sustituyendo valores se obtiene: $\boxed{Q = 1\,959{,}7\ \text{MJ}}$

3) Se supone que el funcionamiento de **M**, como todo el proceso, es reversible. El trabajo neto intercambiado por **M** con la atmósfera será nulo, supuesto un número entero de emboladas, dado que en cada ida del émbolo se intercambiará el mismo trabajo, y de signo opuesto, que en cada vuelta. Igualmente, el trabajo de trasvasamiento del butano es nulo, ya que la presión en **D** y **C** es constantemente igual en ambos depósitos, igual a la de saturación a la temperatura de 300 K.

En resumen: $\boxed{W_M = 0}$

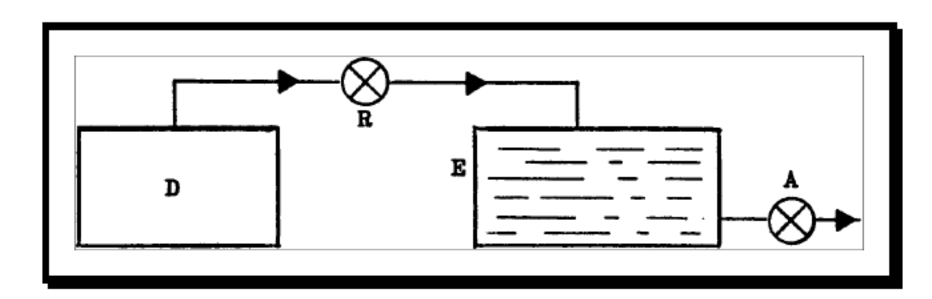
2.29- El conjunto representado en la figura, de paredes rígidas, adiabáticas y de capacidad calorífica nula, comprende: un depósito **D** lleno de N_2, que se supone gas perfecto biatómico; otro depósito **E** lleno de un líquido prácticamente incompresible y no volátil; una tubería, de volumen despreciable, que comunica con el regulador de presión **R**, y una válvula **A**.

Inicialmente, con **A** cerrada, el N_2 se encuentra en **D** a $40\ kp/cm^2$ de presión absoluta y 60ºC. **R** mantiene en todo momento una presión absoluta constante de $7\ kp/cm^2$ sobre el líquido.

Se abre **A**, lo que permite que el N_2 fluya lentamente trasvasándose de **D** a **E**, permaneciendo abierta hasta que el volumen de líquido medido a la salida de **E** es de $0{,}25\ m^3$.

Calcular el volumen de **D** y las temperaturas finales del gas en **D** y **E**.

Nota: Supóngase despreciable el calor intercambiado en **E** entre el gas y el líquido, al igual que Δe_c y Δe_p.



a) Desde el punto de vista de sistema cerrado, aplicando el Primer Principio a la masa de control constituida por el N_2 entre los instantes inicial y final considerados:

$$Q_{i,f} = 0 = U_f - U_i + W_{i,f} \quad \Rightarrow \quad U_i - U_f = W_{i,f} = V_{sal} P_E \quad \Rightarrow$$

$$\frac{40V_D}{1{,}4-1} - \frac{7(V_D + 0{,}25)}{1{,}4-1} = 7 \cdot 0{,}25 \Rightarrow \boxed{V_D = 0{,}07424 m^3}$$

b) Desde el punto de vista de sistema abierto, aplicando el Primer Principio al VC definido por las paredes de **D**, con su sección de salida:

$$Q - W_{VC} = \Delta U_{VC} + H_2 - H_1 \Rightarrow 0 - 0 = \left(\frac{7V_D}{1{,}4-1} - \frac{40V_D}{1{,}4-1}\right) + 1{,}4\frac{0{,}25 \cdot 7}{1{,}4-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_D = 0{,}07424\ m^3}$$

En **D** el N_2 experimenta una expansión isoentrópica:

$$TP^{(1-\gamma)/\gamma} = cte. \Rightarrow T_D^f = (273+60)\cdot\left(\frac{40}{7}\right)^{\frac{-0,4}{1,4}} = \boxed{202,38K}$$

Balance de masas del N_2:

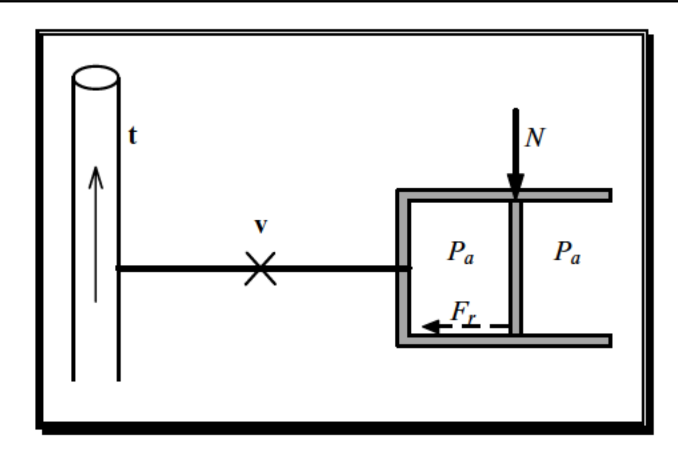
$$\frac{40\cdot 0,07424}{333} = \frac{7\cdot 0,07424}{202,38} + \frac{7\cdot 0,25}{T_E} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_E = 275,6\text{ K}}$$

2.30- Por una tubería circula vapor de agua saturado a $t = 181{,}35$ºC. Se deriva una pequeña línea de $\dot{m} = 96$ kg / h que, a través de una válvula de laminación, se introduce en un conjunto cilindro–émbolo de sección $A = 2\,600$ cm^2, con paredes rígidas, adiabáticas y capacidad calorífica nula, que contiene inicialmente una masa de 10 kg de agua a $T_1 = T_a = 25$ºC y $P_1 = P_a = 1$ atm.

Entre el émbolo y las paredes del cilindro hay una fuerza normal de apriete $N = 670$ kp, siendo el coeficiente de rozamiento entre ambos $\mu = 0{,}2$ (estático = dinámico).

1) Se abre la válvula, y se mantiene abierta durante 1 min. Se quiere calcular la temperatura del agua en el interior del cilindro en el momento del cierre, el volumen del mismo y el trabajo intercambiado con el exterior.
2) Expresión de la exergía destruida durante el proceso.
3) Si existiera una máquina capaz de realizar el proceso reversiblemente, ¿cuál sería el estado del agua en el cilindro al final del proceso, y cuál el trabajo total obtenido?

Nota: el agua líquida subsaturada se podrá considerar de densidad constante 1 g / cm^3 y calor específico constante 1 cal / g K.



1) Una vez se abre **v**, la presión aumenta en el cilindro, y el émbolo "tiende" a moverse hacia la derecha; aparece entonces la fuerza de rozamiento, que llegará a su valor máximo $F_r = \mu N$, instante en que el émbolo comenzará a desplazarse. En ese instante la presión en el cilindro, que permanecerá constante, será:

$$P_2 = P_1 + \frac{F_r}{A} = P_a + \frac{F_r}{A} = \cdots = 1{,}1 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$$

Las condiciones a la entrada, supuesto el equilibrio local, serán:

$$t_e = t_s = 181{,}35^{o}\,\mathrm{C}\,; \quad h_e = h''_s \underset{(tabla)}{=} 663{,}53\,\mathrm{kg/cm^2}$$

Balance de energía al VC:

$$Q_{1,2} - W_{1,2}^{vol} = \Delta U_1^2 - m_e h_e \Rightarrow - P_a (V_2 - V_1) = (m_2 u_2 - m_1 u_1) - (m_2 - m_1) h_e \qquad [1]$$

[Se podría haber escrito “desde dentro”:

$$V_{1,2}^{vol} = \int_{1,2} PdV - |W_r|_{1,2} = P_2 (V_2 - V_1) - F_r \frac{V_2 - V_1}{A} = \left(P_2 - \frac{F_r}{A} \right)(V_2 - V_1) = P_a (V_2 - V_1)$$

que es, efectivamente, el mismo valor del trabajo volumétrico de [1].]

$$- P_a (m_2 v_2 - m_1 v_1) = (m_2 u_2 - m_1 u_1) - (m_2 - m_1) h_e \Rightarrow$$

$$-\left(P_2 - \frac{F_r}{A} \right) m_2 v_2 + P_1 m_1 v_1 = m_2 (h_2 - P_2 v_2) - m_1 (h_1 - P_1 v_1) - (m_2 - m_1) h_e \Rightarrow$$

$$h_2 = \frac{(m_2 - m_1) h_e + m_1 h_1}{m_2} + \frac{F_r}{A} v_2 = \frac{1{,}6 \cdot 663{,}53 + 10 \cdot 25}{11{,}6} + \frac{F_r}{A} v_2$$

y sustituyendo: $h_2 = 113{,}0731 + 1{,}5686634\, v_2$ [2]

$$x = \left(\frac{h_2 - h'}{h'' - h'} \right)_{1{,}1 kp/cm^2} = \left(\frac{v_2 - v'}{v'' - v'} \right)_{1{,}1 kp/cm^2} \qquad [3]$$

De las tablas correspondientes, a 1,1 $\mathrm{kp/cm^2}$:

$$h' \approx 423{,}3 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}; \quad h'' \approx 2\,677 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}; \quad v' \approx 0{,}001044 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}; \quad v'' \approx 1{,}618 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}} \qquad [4]$$

Sustituyendo en [3] la expresión [2] y los valores [4] se obtiene:

$$v' < \underline{v_2 \approx 0{,}0388} < v''$$

de modo que el estado final corresponderá a un vapor húmedo a:

$$\boxed{t = t_s \approx 101^{o}\,C}\,; V_2 = m_2 v_2 \approx \boxed{0{,}45 m^3}\,; W_{1,2}^{vol} = P_a (V_2 - V_1) = \boxed{44{,}5713 kJ}$$

2) Según la expresión de Gouy-Stodola:

$$I = T_a \Delta S_{univ} = T_a (S_2 - S_1) = T_a \{ m_2 s_2 - [m_1 s_1 + (m_2 - m_1) s_e] \} = T_a [m_1 (s_e - s_1) - m_2 (s_e - s_2)]$$

3) En este caso, dada la total reversibilidad del proceso, la entropía del universo permanece constante:

$$\Delta S_{univ} = 0 = m_2 s_2 - (m_1 s_1 + m_e s_e) \Rightarrow s_2 = \frac{m_1 s_1 + m_e s_e}{m_2}; s_1 \approx ln \frac{273 + 25}{273} = 0{,}0867 \frac{kcal}{kg}$$

$$s_e \approx 1{,}5698 \quad \Rightarrow \quad s_2 \approx 0{,}292041\,(< s'_{1{,}1\,\mathrm{kp/cm^2}}) \equiv \underline{\text{líquido subsaturado}}$$

$$s_2 \approx \ln \frac{T_2^{rev}}{273} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_2^{rev} \approx 92{,}6^{\mathrm{o}}\,\mathrm{C}}$$

Igualmente $$-W^{rev} = \left(m_2 u_2 - m_1 u_1\right) - m_e h_e$$

donde $$u_2 \approx 92{,}6\ \mathrm{cal/g}\,; \quad u_1 \approx 25\ \mathrm{cal/g}$$

Por tanto: $$\boxed{W^{rev} \approx 998{,}5\ \mathrm{kJ}}$$

2.31- **A** y **B** (véase figura) son dos depósitos de paredes perfectamente diatérmanas, rígidas y capacidad calorífica nula. Sus volúmenes son $V_A = V$ y $V_B = 3V$.

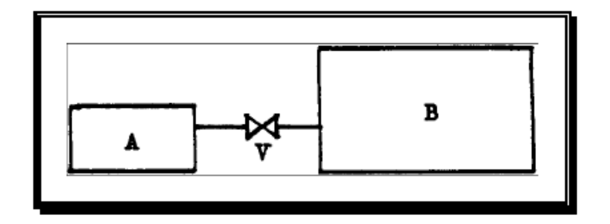
Inicialmente la válvula **v** está cerrada, **A** contiene $N_A = N$ moles de etileno, y **B** contiene $N_B = 3N$ moles de O_2. Se admite que en el intervalo de temperaturas y presiones del proceso, ambos gases cumplen la ecuación de Van der Waals: $(P + a / v^2)(v - b) = RT$.

Se abre **v** y, una vez establecido el nuevo equilibrio, se pide:

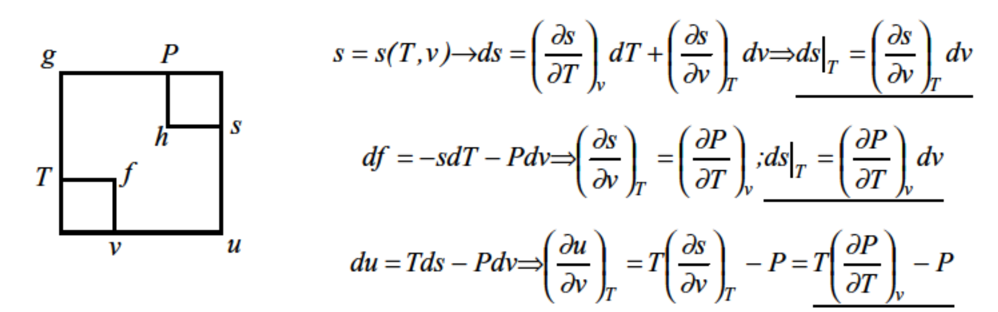
1) Variación de entropía en el sistema **A** + **B**.
2) Cantidad de energía calorífica intercambiada por los gases con la atmósfera.
3) Exergía física destruida en el proceso, constatando que es igual a la disminución de la energía interna libre (Helmholtz) del conjunto.
4) Aplicación numérica: $N = 100$ mol; $V = 40$ l; $T_a = 300$ K.

Notas: · Se obtendrán los valores de las constantes necesarias de la tabla correspondiente.

· Se supone que no hay ningún tipo de interacción entre las moléculas de etileno y de oxígeno.



Recordatorio previo:



$$s = s(T,v) \rightarrow ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv \Rightarrow \underline{ds|_T = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv}$$

$$df = -sdT - Pdv \Rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v ; \underline{ds|_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv}$$

$$du = Tds - Pdv \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - P = \underline{T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P}$$

1) De Van der Waals: $P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v-b}$

$$s_2 - s_1 = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{R}{v-b} dv = R\,ln\frac{v_2 - b}{v_1 - v}$$

$$\Delta S^A = N_A R \ln \frac{\frac{V_A + V_B}{N_A} - b_A}{\frac{V_A}{N_A} - b_A} = NR \ln \frac{4V - Nb_A}{V - Nb_A}$$

$$\Delta S^B = N_B R \ln \frac{\frac{V_A + V_B}{N_B} - b_B}{\frac{V_B}{N_B} - b_B} = 3NR \ln \frac{4V - 3Nb_B}{3V - 3Nb_B}$$

$$\boxed{\Delta S^{A+B} = NR\,ln\left[\frac{4V - Nb_A}{V - Nb_A}\left(\frac{4V - 3Nb_B}{3V - 3Nb_B}\right)^3\right]} \quad [1]$$

2) El calor total intercambiado por **A**+**B** será la variación de su energía interna:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\frac{R}{v-b} - T\frac{R}{v-b} + \frac{a}{v^2} = \frac{a}{v^2} \Rightarrow u_2 - u_1 = \int_{v_1}^{v_2} \frac{a}{v^2} dv = a\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right)$$

$$\Delta U^A = N_A a_A \left(\frac{1}{V_A/N_A} - \frac{1}{(V_A + V_B)/N_A}\right) = N_A{}^2 a_A \left(\frac{1}{V_A} - \frac{1}{V_A + V_B}\right) = Na_A\left(\frac{1}{V} - \frac{1}{4V}\right) = \frac{3N^2 a_A}{4V}$$

$$\Delta U^B = N_B a_B \left(\frac{1}{V_B/N_B} - \frac{1}{(V_A + V_B)/N_B}\right) = N_B{}^2 a_B \left(\frac{1}{V_B} - \frac{1}{V_A + V_B}\right) = \cdots = \frac{3N^2 a_B}{4V}$$

De modo que: $\boxed{Q_{atm}^{A+B} = \Delta U^{A+B} = \frac{3N^2}{4V}(a_A + a_B)}$ [2]

3) $$\Delta S_{univ} = \Delta S^{A+B} - \frac{\Delta U^{A+B}}{T_a} = \Delta S^{A+B} - \frac{3N^2(a_A + a_B)}{4VT_a}$$

$$I = T_a \Delta S_{univ} = \boxed{T_a \Delta S^{A+B} - \Delta U^{A+B}}$$

donde ΔS^{A+B} y ΔU^{A+B} son las expresiones de [1] y [2].

Efectivamente, definida la energía interna libre como $F = U - TS$, se observa que:

$$\boxed{I = \nabla F^{A+B}}$$

4) De la tabla correspondiente:

Comp.	a (atm (m^3 / kmol)^2)	b (m^3 / kmol)
C_2H_4 (**A**)	4,514	0,0575
O_2 (**B**)	1,36	0,0316

Sustituyendo estos valores, con ***N*** = 100 mol, ***V*** = 40 l, ***R*** = 0,082 atm l / mol K, se obtiene:

$$\Delta S^{A+B} = 19{,}94 \frac{\text{atm l}}{\text{K}} = \boxed{2{,}02 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}; \quad Q_{at}^{A+B} = 1101{,}38 \text{ atm l} = \boxed{111{,}5 \text{ kJ}}; \quad I = \boxed{494{,}5 \text{ kJ}}$$

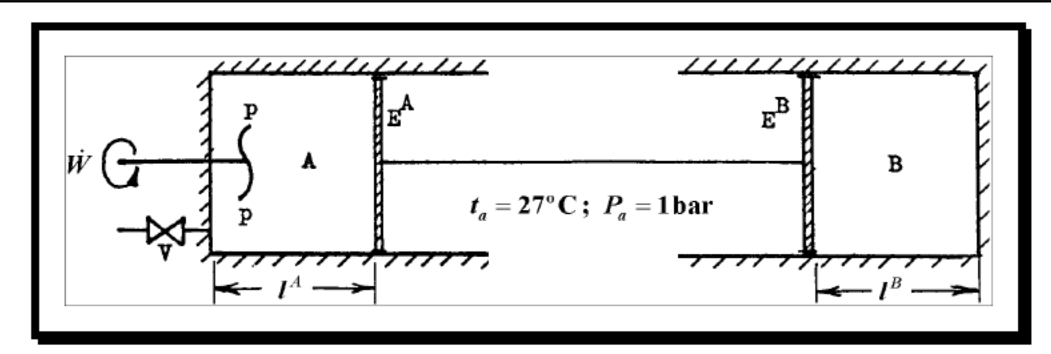
2.32- **A** y **B** (véase figura) son dos conjuntos cilindro–émbolo coaxiales, de paredes adiabáticas, rígidas y de capacidad calorífica nula. Los émbolos están unidos por un vástago rígido e indilatable; la superficie de ambos es *S*.

Inicialmente ambos cilindros contienen aire atmosférico (G.P. de exponente adiabático γ) a temperaturas $t_1^A = t_1^B = \boldsymbol{t_a}$, y presiones $P_1^A = P_1^B = \boldsymbol{P_a}$, siendo las distancias iniciales de los émbolos a las bases de sus cilindros, iguales en ambos, $l_1^A = l_1^B = \boldsymbol{l_1}$.

Comienzan a girar las paletas **pp** por la acción de un motor cuya potencia, que se supone empleada únicamente en el frotamiento de **pp** con el aire, es $\dot{\boldsymbol{W}}$.

En $\mathbf{E^B}$ no hay rozamiento. Entre $\mathbf{E^A}$ y las paredes de **A** existen una fuerza normal de apriete ***N*** y un coeficiente de rozamiento **μ** (estático = dinámico). Se pide:

1) Tiempo z_1 que transcurre desde que empieza a funcionar el motor hasta que se inicia el movimiento de los émbolos, y temperatura, en ese instante, en **A**.
2) Temperaturas en **A** y **B** cuando el volumen de **B** se ha reducido hasta la mitad de su valor inicial, y tiempo z_2 transcurrido hasta ese instante.
3) Representar esquemáticamente en (P,V) los procesos, supuestos cuasiestáticos, que han tenido lugar en los gases de **A** y **B**, así como los trabajos intercambiados.
4) Se para el motor y se abre **V**: ¿a qué distancia de su base queda $\mathbf{E^B}$ y cuál es la temperatura en **B**?
5) Aplicación numérica para los datos dados.
   Datos: $\gamma = 1{,}4$; $t_a = 27$ºC; $P_a = 1$ bar; $\mu = 0{,}2$; $N = 5$ kN; $l_1 = 40$ cm; $S = 0{,}1$ m^2; $\dot{W} = 0{,}1$ kW.



1) Inicialmente $F_r = 0$, ya que las presiones interior y exterior son iguales. Cuando **pp** empiezan a girar, $\mathbf{E^A}$ tiende a desplazarse hacia la derecha, apareciendo la fuerza de rozamiento entre émbolo y cilindro, cuyo valor máximo será $F_r = \mu N$: en ese instante comenzará el desplazamiento de $\mathbf{E^A}$. El gas de **A** habrá experimentado un proceso isócoro:

$$P_2^A S = P_1 S + \mu N \quad \Rightarrow \quad \underline{P_2^A = P_1 + \frac{\mu N}{S}}$$

Balance de energía en **A**:

$$Q_1^A = \dot{W} z_1 = \Delta U_{1,2}^A = \frac{P_2^A V - P_1 V}{\gamma - 1} = \frac{\left(P_2^A - P_1\right)V}{\gamma - 1} = \frac{\frac{\mu N}{S} V}{\gamma - 1} = \underline{\frac{\mu N l_1}{\gamma - 1}} \Rightarrow \boxed{z_1 = \frac{\mu N l_1}{(\gamma - 1)\dot{W}}}$$

$$\frac{P_2^A}{T_2^A} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow T_2^A = T_1 \frac{P_2}{P_1} = \boxed{T_1\left(1 + \frac{\mu N}{P_1 S}\right)}$$

2) El gas de **B** experimentará una compresión isoentrópica; por tanto:

$$P_1 l_1^{\gamma} = P_3^B \left(\frac{l_1}{2}\right)^{\gamma} \Rightarrow \underline{P_3^B = P_1 2^{\gamma}} \rightarrow \boxed{T_3^B = T_1 2^{\gamma - 1}}$$

Análogamente en **A**:

$$\boxed{P_3^A = P_1 2^{\gamma} + \frac{\mu N}{S}}; \frac{P_1 l_1}{T_1} = \frac{\left(P_1 2^{\gamma} + \frac{\mu N}{S}\right)\frac{3}{2} l_1}{T_3^A} \Rightarrow \boxed{T_3^A = T_1 \frac{3}{2}\left(2^{\gamma} + \frac{\mu N}{S P_1}\right)}$$

$$Q_2^A = \Delta U^{A+B} + W_{2,3}^B + W_{2,3}^A = \Delta U^{A+B} + \left\{\int_{(B)} P dV + \int_{(A)} P dV - \left|W_r\right|_{2,3}^{A}\right\} = \Delta U^{A+B}$$

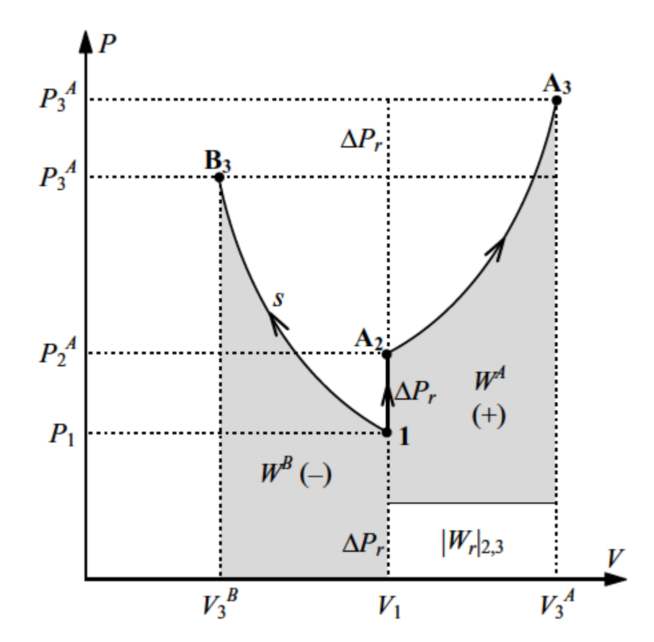
ya que la expresión entre llaves tiene valor nulo, por representar el trabajo volumétrico del conjunto **A**+**B**. (Todo el trabajo que “realiza” **A** es “recibido” por **B**.)

$$\dot{W} z_2 = Q_2 = N c_v \left[\left(T_3^A - T_2^A\right) + \left(T_3^B - T_2^B\right)\right] =$$

$$= \frac{P_1 V_1}{R T_1} c_v \left[T_1 \frac{3}{2}\left(2^{\gamma} + \frac{\mu N}{S P_1}\right) - T_1\left(1 + \frac{\mu N}{S P_1}\right) + T_1 2^{\gamma - 1} - T_1\right]$$

y operando esta expresión: $\boxed{z_2 = \frac{l_1}{2(\gamma - 1)\dot{W}}\left[4\left(2^{\gamma} - 1\right)S P_1 + \mu N\right]}$

3)



4) Al parar el motor y abrir **V**, se desplazarán los émbolos hasta que $P_4^A = P_1$. **B** experimentará una expansión isoentrópica hasta $P_4^B = P_1 + \mu N / S$.

Aplicando la ecuación del proceso isoentrópico al gas de **B** entre su estado inicial **1** y su estado final **4**, una vez alcanzado el equilibrio mecánico de **A** con la atmósfera:

$$P_1 l_1^{\gamma} = P_4^B l_4^{B\,\gamma} = \left(P_1 + \frac{\mu N}{S}\right) l_4^{B\,\gamma} \Rightarrow \boxed{l_4^B = l_1 \left(\frac{P_1}{P_1 + \mu N / S}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

5) Sustituyendo los valores dados se obtiene:

$\boxed{z_1 = 10 \text{ s}}$; $\boxed{T_2^A = 330 \text{ K}}$; $\boxed{T_3^B = 395{,}852 \text{ K}}$; $\boxed{l_4^B = 0{,}3737 \text{ m}}$; $\boxed{T_4^B = 308{,}28 \text{ K}}$

CAPÍTULO III

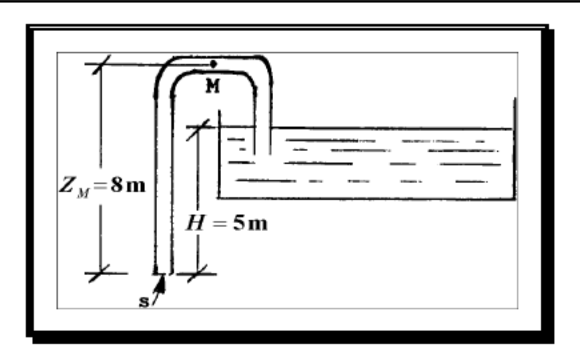
Procesos de Derrame. Fluido Incompresible. Fluido Compresible. Toberas y difusores. Intercambiadores de calor.

3. Problemas Relativos a:

Procesos de Derrame. Fluido Incompresible. Fluido Compresible. Toberas y Difusores. Intercambiadores de Calor.

3.1- Con el fin de descargar un gran depósito de agua, se construye un sifón como se indica en la figura. Siendo el diámetro de la tubería $D = 200$ mm, $H = 5$ m y $Z_M = 8$ m, y suponiendo despreciables las pérdidas de carga, se pide:

1) Velocidad y caudal de desagüe.
2) Presiones absoluta y relativa en el punto más alto del sifón **M**.
3) Contestar a la pregunta 1) si las pérdidas de carga son de 1 m. La presión barométrica es 1,05 bar.



1)

$$H_s = H = \frac{P_s}{\rho g} + Z_s + \frac{c_s^2}{2g}$$

donde

$$\frac{P_s}{\rho g} = Z_s = 0 \quad \Rightarrow \quad c_s = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 9{,}81} = \boxed{9{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

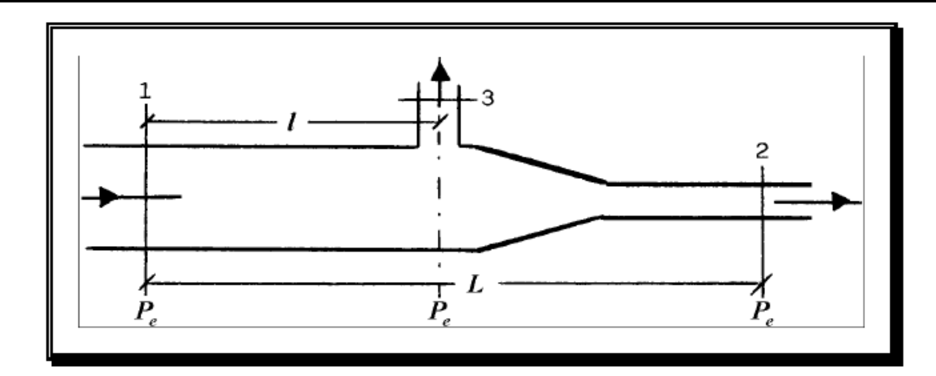
$$\dot{Q} = \frac{\pi D^2}{4} c_s = \frac{\pi \cdot 0{,}2^2}{4} \cdot 9{,}9 = \boxed{310{,}8\,\frac{\text{l}}{\text{s}}}$$

2) $$H_M = \frac{P_M}{\rho g} + Z_M + \frac{{c_M}^2}{2g} = 5; \frac{{c_M}^2}{2g} = \frac{{c_s}^2}{2g} = H = 5; Z_M = 8; \frac{P_M}{\rho g} = 5 - (5+8) = -8$$

$$P_M = -8\rho g = \cdots = -0{,}78 \text{ bar}; \quad P_{a,M} = P_a + P_M = 1{,}05 - 0{,}78 = \boxed{0{,}27 \text{ bar}}$$

3.2- Una parte del sistema de conductos del aire acondicionado de un edificio corresponde al esquema de la figura adjunta. El caudal que circula por el conducto principal es $\dot{Q}$, siendo A_1 la sección en **1**, y A_2 en **2**. Siendo constante la presión estática a lo largo del conducto principal e igual a P_e, y suponiendo que: a) es despreciable la variación de la densidad ρ del aire; y b) las pérdidas de carga por metro lineal de conducto y unidad de masa son δ_L. Se pide:

1) El caudal y la sección en **3**.
2) Dibujar el perfil de presiones a lo largo del conducto principal.
3) Si la pérdida de carga total en el sistema de conductos es Δ_L, determinar la potencia del ventilador requerido.
4) La lectura de un termómetro colocado en el interior del conducto en la sección **1** (se admite la aproximación de gas perfecto).



1) Aplicando Bernouilli entre las secciones **1** y **2** del derrame:

$$\frac{P_e}{\rho}+\frac{1}{2}c_1^2=\frac{P_b}{\rho}+\frac{1}{2}c_2^2+\delta_L L \Rightarrow c_2=\sqrt{c_1^2-2\delta_L L}=\sqrt{\left(\frac{\dot{Q}}{A_1}\right)^2-2\delta_L L}$$

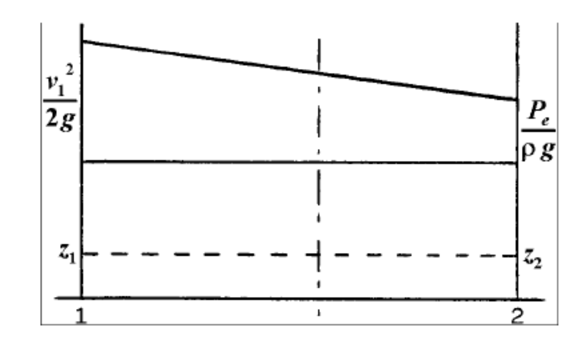
$$\dot{Q}=A_1c_1;\dot{Q}_2=A_2c_2=A_2\sqrt{\left(\frac{\dot{Q}}{A_1}\right)^2-2\delta_L L};\dot{Q}_3=\dot{Q}-\dot{Q}_2=\dot{Q}-A_2\sqrt{\left(\frac{\dot{Q}}{A_1}\right)^2-2\delta_L L}$$

$$\dot{Q}_3=A_3c_3;\frac{1}{2}c_1^2-c_3^2=\delta_L l;c_3=\sqrt{\left(\frac{\dot{Q}}{A_1}\right)^2-2\delta_L l}$$

obteniéndose:

$$\boxed{A_3 = \frac{\dot{Q} - A_2\sqrt{\left(\dfrac{\dot{Q}}{A_1}\right)^2 - 2\delta_L L}}{\sqrt{\left(\dfrac{\dot{Q}}{A_1}\right)^2 - 2\delta_L l}}}$$

2)



3)

$$\boxed{\dot{W} = \rho \dot{Q} \Delta_L}$$

4)

$$T_1 = \frac{P_e}{\rho R_a}; \quad h_T = h_1 + \frac{1}{2}c_1^{\,2} \quad \Rightarrow \quad c_p T_t = c_p T_1 + \frac{1}{2}c_1^{\,2}$$

$$\Rightarrow \quad T_t = T_1 + \frac{1}{2}\frac{c_1^{\,2}}{c_p} = \boxed{\frac{P_e}{\rho T_a} + \frac{1}{2}\frac{c_1^{\,2}}{T_t}}$$

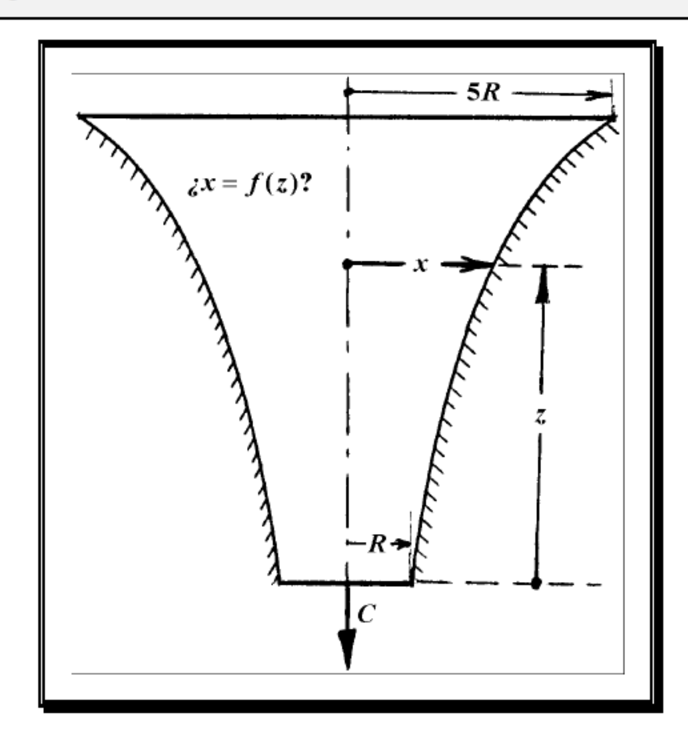
3.3- En un lugar donde la intensidad del campo gravitatorio terrestre es g constante, se quiere construir un depósito de revolución, de eje vertical, abierto a la atmósfera por arriba y por abajo (ver figura), con una salida circular de radio R en su parte inferior.

El depósito es para un líquido incompresible, y se ha de diseñar para que la velocidad de salida sea constante C, independientemente de la cota que alcance el líquido en el depósito. No se considerarán pérdidas de carga. Se pide:

1) Dados g, R y C, calcular el radio x de la sección cuya altura sea z sobre la sección de salida. Se supone el derrame isoentrópico.

Aplicación: para $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$ y $C = 10\ \mathrm{m/s}$, calcular:

2) La altura total del depósito si el radio de la sección superior es $5R$.
3) Cuál serían la altura máxima posible del depósito y el máximo volumen que podrá contener, en función de R.



1) Las presiones en la superficie libre del líquido y en la de salida serán la presión atmosférica P_0. Aplicando Bernouilli entre la sección de la superficie libre, de cota z, y la de salida, de cota 0, ya que se ha tomado como nivel de referencia:

$$\frac{P}{\rho}+\frac{1}{2}c^2+gz=\text{cte.} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_0}{\rho}+\frac{1}{2}c^2+gz=\frac{P_0}{\rho}+\frac{1}{2}C^2 \quad \Rightarrow \quad c^2=C^2-2gz$$

$$\dot{Q}=c\pi x^2=C\pi R^2 \quad \Rightarrow \quad c=C\frac{R^2}{x^2} \quad \Rightarrow \quad C^2\frac{R^4}{x^4}=C^2-2gz \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{x=\frac{R}{\sqrt[4]{1-\frac{2g}{C^2}z}}}$$

2) $$5R=\frac{R}{\sqrt[4]{1-\frac{z}{5}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{z=4\,992\text{ m}}$$

3) $$1-\frac{z}{5}=0 \quad \Rightarrow \quad x=\infty$$

de modo que el tal depósito no podrá tener una altura que supere:

$$\boxed{z_{máx}=5\text{ m}}$$

Las paredes serían asintóticas al plano de $z_{máx}$ = 5 m.

$$W_{máx}=\int_0^{5m}\pi x^2 dz; 1-\frac{z}{5}=\frac{R^4}{x^4} \Rightarrow z=5-5R^4x^{-4} \Rightarrow dz=20R^4x^{-5}dx$$

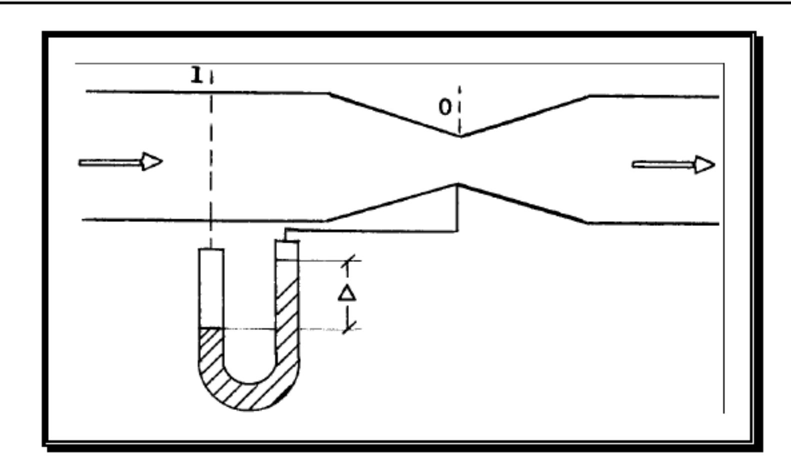
$$W_{máx}=\int_R^{\infty}\pi x^2 20R^4x^{-5}dx=20\pi R^4\int_R^{\infty}x^{-3}dx=20\pi R^4\left[\frac{x^{-2}}{-2}\right]_R^{\infty}=\boxed{10\pi R^2}$$

3.4- La figura adjunta representa el esquema de una tubería circular horizontal que presenta un estrechamiento, con una zona convergente y otra divergente. La diferencia de presión entre las secciones **1** y **0** es Δ; A es la sección de la tubería, y A_0 la de la sección mínima **0**.

Considerando que el derrame es adiabático reversible, determinar en función de los datos aportados, el caudal másico que pasa por la tubería en los dos casos siguientes:

1) Suponiendo que se trata de un fluido incompresible de densidad ρ.
2) Suponiendo que se trata de un gas perfecto de exponente adiabático γ, siendo (P_1,T_1) las condiciones en la sección **1** (equilibrio local).

En ambos casos se supondrá el flujo unidimensional.



1) $$P_1 - P_0 = \Delta$$

Ecuación de continuidad, siendo i y j dos secciones cualesquiera del derrame:

$$\dot{m} = (\rho c A)_i = (\rho c A)_j$$

En el caso de un líquido incompresible:

$$c_1 A = c_0 A_0 \quad \Rightarrow \quad c_0 = c_1 \frac{A}{A_0}$$

Aplicando Bernouilli entre las secciones **1** y **0**:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}c_1^2 = \frac{P_0}{\rho} + \frac{1}{2}c_0^2 \Rightarrow \frac{P_1 - P_0}{\rho} = \frac{1}{2}\left(c_0^2 - c_1^2\right) = \frac{1}{2}c_1^2\left[\left(\frac{A}{A_0}\right)^2 - 1\right]$$

$$\Rightarrow c_1 = \sqrt{\frac{2\Delta}{\rho\left[\left(\frac{A}{A_0}\right)^2 - 1\right]}}$$

y por tanto el caudal másico será: $\dot{m} = \rho c_1 A = A\sqrt{\frac{2\rho\Delta}{\left(\frac{A}{A_0}\right)^2 - 1}}$

2) $$\rho_1 c_1 A = \rho_0 c_0 A_0 \quad \Rightarrow \quad c_0 = \frac{\rho_1 c_1 A}{\rho_0 A_0}$$

Bernouilli: $$\int_{P_1}^{P_0} \frac{d\rho}{\rho} + \frac{1}{2}\left(c_2^{\,2} - c_1^{\,2}\right) = 0 \qquad [1]$$

Calculemos ambos términos:

$$\frac{c_0^{\,2} - c_1^{\,2}}{2} = \frac{c_1^{\,2}}{2}\left[\left(\frac{\rho_1 A}{\rho_0 A_0}\right)^2 - 1\right] = \frac{c_1^{\,2}}{2}\left[\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left(\frac{A}{A_0}\right)^2 - 1\right]$$

ya que se trata de un gas perfecto y el derrame es adiabático reversible, por lo que:

$$P_1\left(\frac{1}{\rho_1}\right)^{\gamma} = P_0\left(\frac{1}{\rho_0}\right)^{\gamma} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\int_{P_1}^{P_0} \frac{dP}{\rho} = \int_{P_1}^{P_0} v\,dP = \frac{-\gamma P_1 v_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] = \frac{-\gamma}{\gamma - 1} R T_1\left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]$$

Sustituyendo estos resultados en la ecuación de balance [1]:

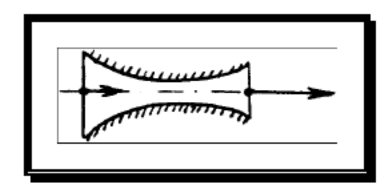
$$\frac{c_1^{\,2}}{2}\left[\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2\gamma}\left(\frac{A}{A_0}\right)^2 - 1\right] = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_1\left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]$$

Por tanto: $$c_1 = \sqrt{\frac{2\frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1\left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]}{\left(\frac{A}{A_0}\right)^2\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2/\gamma} - 1}}$$

así que: $$\dot{m} = \frac{P_1 A}{R T_1}\sqrt{\frac{2\frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1\left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]}{\left(\frac{A}{A_0}\right)^2\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2/\gamma} - 1}}$$

3.5- Encarga usted a un joven ingeniero que trabaja bajo su dirección el diseño de una tobera para el derrame isoentrópico de un líquido incompresible, para lo que le suministra todos los datos necesarios.

Al cabo de cierto tiempo, él le muestra su diseño, acompañado de los cálculos correspondientes. Ha diseñado una tobera convergente–divergente como se muestra en la figura. Inmediatamente le dice usted: "Es imposible que la tobera tenga esta forma". Explique por qué.



En toda tobera convergente–divergente adiabática que funciona reversiblemente, en la sección crítica (mínima) el derrame alcanza la velocidad del sonido correspondiente al estado del fluido en esa sección.

Según Laplace, la velocidad de propagación del sonido en un fluido en equilibrio isoentrópico está dada por:

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{1 \Big/ \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_s}$$

Si el fluido es incompresible, su densidad es constante, de modo que:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_s = 0$$

Por tanto, la velocidad en la sección crítica de una tobera convergente–divergente (isoentrópica) se haría infinita para todo fluido incompresible, cosa evidentemente imposible.

Es decir: una tobera para el derrame isoentrópico de un fluido incompresible debe ser necesariamente convergente.

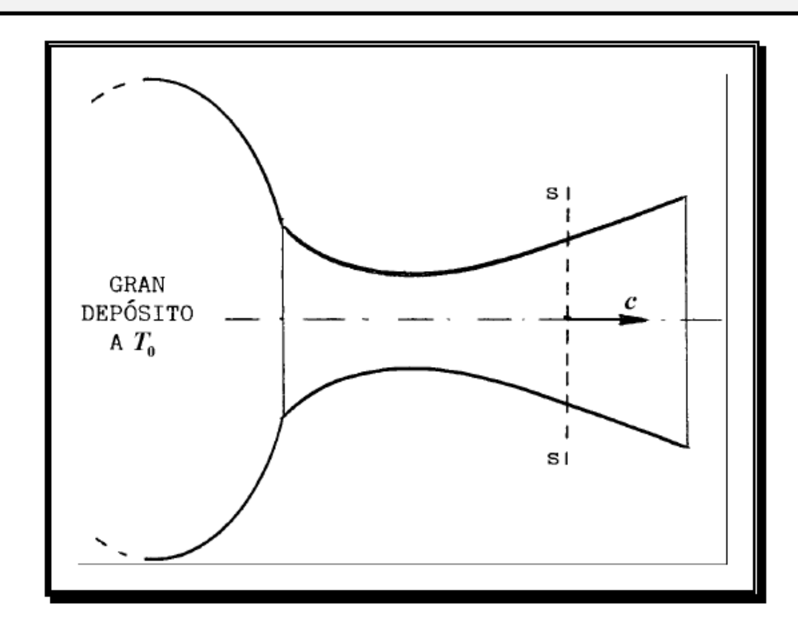
Igualmente puede razonarse que un difusor para un líquido incompresible puede únicamente tener forma divergente.

3.6- Por una tobera de Laval se produce un derrame isoentrópico de gas procedente de un gran depósito cuya temperatura es T_0 constante. Dicho gas se supone perfecto de exponente adiabático γ, y de calor específico a presión constante c_p.

En una determinada sección de la tobera **ss** se mide la temperatura (con una sonda apropiada) que es T_s.

Calcular la velocidad del fluido y el número de Mach en esa sección **ss**, así como la temperatura del fluido en la sección crítica de la tobera $\mathbf{T_c}$.

Aplicación numérica: $T_0 = 300$ K; $\gamma = 1{,}4$; $c_p = 1$ kJ / kg K; $T = 280$ K. ¿Podría ser **ss** la sección que se representa en la figura? ¿Por qué?



Siendo **e** la sección de entrada a la tobera, h_e la entalpía específica del gas en ella, c_e su velocidad, y representando h_0 la entalpía de parada:

$$h_0 = h_e + \frac{1}{2}c_e^2 = h_s + \frac{1}{2}c_s^2 \Rightarrow c_s^2 = 2(h_0 - h_s) = 2c_p(T_0 - T_s)$$

$$\Rightarrow \boxed{c_s = \sqrt{2c_p(T_0 - T_s)}}$$

Número de Mach: $$M = \frac{c}{a}$$

En un gas perfecto, $$a = \sqrt{\gamma R_m T} = \sqrt{c_p(\gamma - 1)T}$$

de modo que: $$M_s = \sqrt{\frac{2c_p(T_0 - T_s)}{c_p(\gamma - 1)T_s}} = \boxed{\sqrt{\frac{2(T_0 - T_s)}{(\gamma - 1)T_s}}}$$

En la sección crítica: $$c_c = a_c \Rightarrow 2c_p(T_0 - T_c) = c_p(\gamma - 1)T_c$$

$$\Rightarrow (\gamma - 1)T_c + 2T_c = 2T_c \Rightarrow \boxed{T_c = \frac{2T_0}{\gamma + 1}}$$

Aplicación numérica:

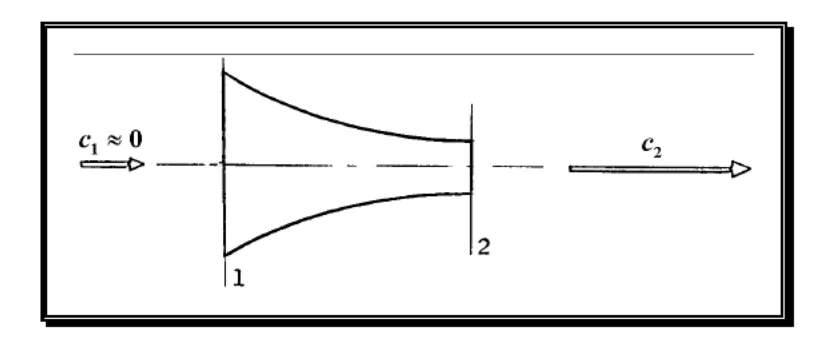
$$\boxed{c_s = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}; \quad M_s = \sqrt{\frac{5}{14}} = \boxed{0{,}6}; \quad \boxed{T_c = 250\ \text{K}}$$

A partir de la sección crítica, en el sentido del derrame, el fluido se acelera por encima de $M = 1$, es decir, funciona en régimen supersónico. Si en la sección **ss** el valor de M_s es 0,6, entonces dicha sección debe estar antes de la sección crítica en el sentido del derrame. Por tanto, no correspondería a su situación en la figura.

3.7- Una tobera adiabática es alimentada con vapor de agua a 200ºC y 3,5 kp / cm^2. La presión de descarga es 1 kp / cm^2. Se pide:

1) Suponiendo que es reversible, calcular la velocidad del vapor a la salida de la tobera y su título.
2) El chorro de salida, cuyo caudal másico es $\dot{m}$ = 16 kg / min, se hace incidir normalmente sobre una placa que anula su velocidad en la dirección del derrame, y se mide la fuerza ejercida sobre dicha placa, que resulta ser 17 kp. Deducir de este experimento el título real del vapor a la salida de la tobera y su rendimiento isoentrópico.

En cualquier caso se supone despreciable la velocidad del vapor a la entrada de la tobera, cuyo eje es horizontal.



Entre la entrada y la salida podemos escribir:

$$h_1 + \frac{1}{2}c_1^{\,2} = h_2 + \frac{1}{2}c_2^{\,2} \approx h_1$$

De las tablas del vapor recalentado a P = 3,5 kp / cm^2 y t = 200ºC, se obtiene:

$$h_1 = 685\ \text{kcal / kg}\ ; \quad s_1 = 1{,}73\ \text{kcal / kg K}$$

Como el derrame del gas es isoentrópico, $s_2 = s_1$. Para P_2 = 1 kp / cm^2, en las tablas del agua (o en un diagrama de Mollier) se lee:h_2 = 628 kcal / kg.

$$c_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2)} \Rightarrow \cdots = \boxed{690 m/s}$$

$$x_2 = \left.\frac{h_2 - h'}{h'' - h'}\right|_{1\,\text{kp/cm}^2} = \boxed{0{,}975}$$

En el choque del chorro con la placa:

$$Fz = \Delta(mc) \Rightarrow F = \dot{m}c'_2 \Rightarrow c'_2 = \frac{F}{\dot{m}} = \frac{17 \cdot 9{,}8}{16/60} = 625\frac{m}{s}$$

$$c'_2 = \sqrt{2(h_1 - h'_2)} \Rightarrow h'_2 = 638 kcal/kg$$

que dan el valor del título a la salida: $\boxed{x'_2 = 0{,}995}$

El rendimiento isoentrópico de la tobera es:

$$\eta_s = \frac{c'^2_2/2}{c_2^2/2} = \frac{625^2}{690^2} = \boxed{0{,}82}$$

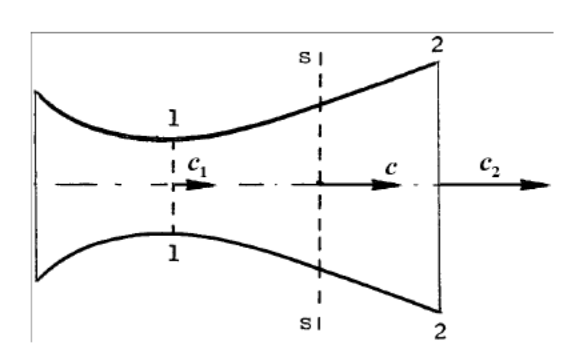
3.8- Una tobera convergente–divergente presenta un área en la garganta (sección mínima o crítica) de 6 cm^2, siendo el área de la sección de salida 14 cm^2.

Por dicha tobera fluye aire (G.P. de $\gamma = 1{,}4$ y $M_m = 28{,}9$), siendo las condiciones estacionarias (o de parada) $P_0 = 1{,}3 \cdot 10^6$ Pa, $T_0 = 500$ K.

Sabiendo que el derrame es isoentrópico (que la tobera maneja el gasto máximo, acelerando hasta la velocidad máxima), determinar:

1) Temperatura y presión en la garganta.
2) Gasto en kg / s.
3) Presión, temperatura y densidad en la sección de salida.
4) ¿Puede la parte divergente de la tobera funcionar como un difusor subsónico? Explicarlo.

1)



Balance de energía entre el estado de parada y el correspondiente a la sección crítica **11**:

$$h_0 = h_1 + \frac{1}{2}c_1^{\,2}$$

donde c_1 coincide con la velocidad del sonido en ese estado, y $c_1 = a_1 = \sqrt{\gamma R T_1}$:

$$c_p T_0 = c_p T_1 + \frac{1}{2}\gamma R T_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_0 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_1 + \frac{1}{2}\gamma R T_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_0}{\gamma - 1} = \frac{T_1}{\gamma - 1} + \frac{T_1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_1 = T_0 \frac{2}{\gamma + 1} = 416{,}67 \text{ K}}$$

$$P_0 T_0^{\gamma/(1-\gamma)} = P_1 T_1^{\gamma/(1-\gamma)} = P_1 \left(T_0 \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \Rightarrow$$

$$\boxed{P_1 = P_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}} = 0{,}53 P_0 = \boxed{0{,}687 \cdot 10^6 Pa}$$

2) $$c_1 = \sqrt{\gamma R T_1} = \sqrt{1{,}4 \cdot \frac{8{,}31 \cdot 1\,000}{28{,}9} \cdot 416{,}67} = 409{,}55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{m} = \frac{A_1 c_1}{v_1} = \frac{A_1 c_1}{RT/P_1} = \cdots = \boxed{1{,}409 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

3) Conservación de la energía entre el estado de parada y el de salida:

$$h_0 = h_2 + \frac{1}{2} c_2^{\,2}\ ; \quad \frac{A_1 c_1}{v_1} = \frac{A_2 c_2}{v_2} \quad \Rightarrow \quad c_2 = \frac{A_1 c_1 v_2}{A_2 v_1}$$

Por ser el proceso isoentrópico:

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} ; c_2 = \frac{A_1}{A_2} c_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 = \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_2 + \frac{1}{2} c_2^{\,2}$$

de donde, sustituyendo c_2 y operando, se obtiene la expresión:

$$\underline{500 = T_2 + \frac{1{,}59 \cdot 10^{14}}{T_2^{\,5}} = f(T_2)}$$

ecuación que debemos resolver numéricamente para obtener T_2:

$$\left.\begin{array}{l} T_2 = 220K \rightarrow f(T_2) = 528{,}52 \\ T_2 = 230K \rightarrow f(T_2) = 477{,}03 \\ T_2 = 225K \rightarrow f(T_2) = 500{,}7 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{T_2 \approx 225K}$$

$$P_0\, T_0^{\,\gamma/(1-\gamma)} = P_2\, T_2^{\,\gamma/(1-\gamma)} \quad \Rightarrow \quad P_2 = \cdots = 0{,}0794 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_2}{\rho_2} = R T_2 \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = \cdots = \boxed{1{,}281 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

4) Sí. Escuetamente:

En un difusor subsónico, en el sentido del derrame: $dc < 0$, $dP > 0$, $dA > 0$; es decir, un difusor adiabático subsónico tiene que ser divergente en el sentido del derrame, y así lo es la parte divergente de esta tobera convergente–divergente.

3.9- Una tobera adiabática funciona reversiblemente con vapor de agua. Condiciones de entrada: P_e = 8 bar; T_e = 660ºC; velocidad del vapor c_e = 53,69 m / s. Presión en la sección de salida: P_s = 1 bar. Se pide:

1) Calcular la relación entre las secciones de salida y entrada A_s / A_e. ¿Cuál es la temperatura del vapor a la salida?
2) Siendo A_1 el aire de la sección de derrame en que la presión del vapor es P_1 = 2 bar, calcular la relación A_1 / A_e. ¿Cuál es la temperatura en esa sección? Dibujar esquemáticamente el perfil de la tobera.
3) Suponiendo que, en el estado de salida, el vapor se comporta como un gas perfecto de γ = 1,41, calcular el número de Mach del derrame en dicha sección de salida.

1)

$$e\begin{cases} P_e = 8 bar \\ T_e = 660^o\,C \\ c_e = 53{,}69 m/s \end{cases} ;(tablas) \rightarrow \begin{cases} v_e = 0{,}5369 m^3/kg \\ h_e = 3833 kJ/kg \\ s_e = 8{,}280 kJ/kg K \end{cases}$$

$$s\begin{Bmatrix} P_s = 1 bar \\ s_s = s_e = 8{,}280 kJ/kg K \end{Bmatrix} \underset{(tablas)}{\rightarrow} \begin{cases} \boxed{t_s = 320^o\,C} \\ v_s = 2{,}731 m^3/kg \\ h_s = 3114 kJ/kg \end{cases}$$

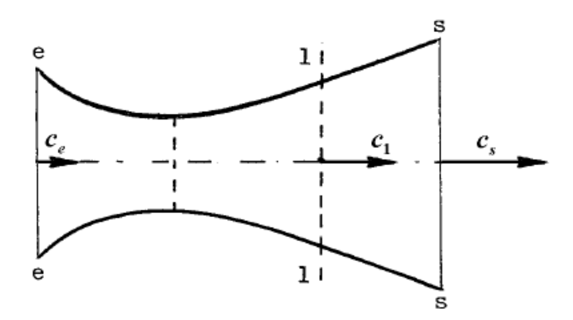
$$h_e - h_s = \frac{1}{2}\left(c_s^{\,2} - c_e^{\,2}\right) \Rightarrow c_s = \sqrt{53{,}69^2 + 2\cdot(3833 - 3114)\cdot 10^3} = 1200\,\frac{m}{s}$$

$$\dot{m} = A_e c_e \rho_e = A_s c_s \rho_s \quad \Rightarrow \quad \frac{A_s}{A_e} = \frac{c_e/v_e}{c_s/v_s} = \frac{53{,}69/0{,}5369}{1\,200/2{,}731} = \boxed{0{,}23}$$

2)

$$1\begin{Bmatrix} P_1 = 2 bar \\ s_1 = s_e = 8{,}280 kJ/kg K \end{Bmatrix} \underset{(tablas)}{\rightarrow} \begin{cases} \boxed{t_1 = 420^o\,C} \\ v_1 = 1{,}595 m^3/kg \\ h_1 = 3318 kJ/kg \end{cases}$$

$$c_1 = \sqrt{53{,}69^2 + 2\cdot(3833 - 3318)\cdot 1000} = 1016\,\frac{m}{s};\frac{A_1}{A_e} = \frac{v_1/c_1}{v_e/c_e} = \cdots = \boxed{0{,}16}$$



3) Laplace: $$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

En el caso de un gas perfecto:

$$a = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{1{,}41 \cdot \frac{8{,}31}{18} \cdot 1000 \cdot (273 + 320)} = 621{,}3\,\frac{m}{s}$$

$$M_s = \frac{c_s}{a_s} = \frac{1\,200}{621{,}3} = \boxed{1{,}93}$$

Sin la hipótesis del comportamiento del vapor como gas perfecto a la salida de la tobera, podríamos haber determinado el valor de $(\partial P/\partial \rho)_s$ a la salida, de un modo aproximado, utilizando las tablas de vapor recalentado, tomando un pequeño incremento de P, a entropía constante, leyendo los valores de v correspondientes:

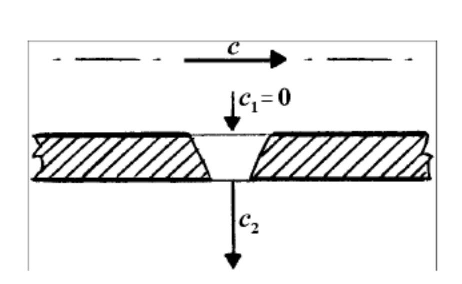
$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{\lim_{\Delta P \to 0}\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)_s} \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{\Delta (1/v)}\right)_s}$$

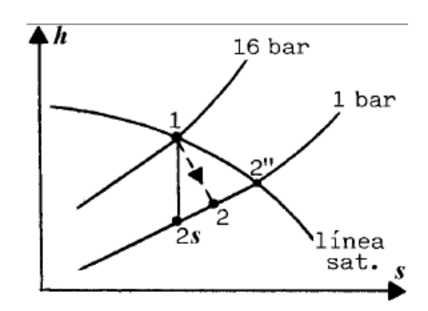
Pasando en la tabla del vapor recalentado de 1 bar a 1,2 bar, a entropía constante:

$$a \approx \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 10^5}{(1/2{,}371) - (1/2{,}731)}} \approx 600\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{M_s = 2}$$

3.10- Por una tubería circula vapor de agua saturado seco a 16 bar. Si en el conducto se produce un orificio de diámetro $D = 15$ mm, por donde se fuga el vapor, calcular los kg / h de vapor que escaparán, considerando que el orificio se comporta como una tobera adiabática muy irreversible de rendimiento isoentrópico 0,4. Presión ambiental $P_a = 1$ bar.

Si el vapor se genera en una caldera a partir de agua a 50ºC y 1 bar, utilizando como combustible propano gaseoso y quedando el agua producto de la combustión en estado de vapor, siendo el rendimiento de la caldera del 80%, calcular el exceso de combustible consumido, debido a la fuga, durante una jornada de trabajo.





Del diagrama de Mollier del agua obtenemos: $h_1 = 2\,790$ kJ / kg ; $h_{2_s} = 2\,325$ kJ / kg .

$$\eta_s = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2_s}} = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad h_2 = 2\,604 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

valor con el cual fijamos sobre el diagrama el punto **2**, leyendo sobre él: $x_2 = 0{,}97$.

Con las tablas del agua saturada:

$$v'_2 = 0{,}00104 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}; \quad v''_2 = 1{,}6795 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}; \quad x_2 = \frac{v_2 - v'_2}{v''_2 - v'_2} = 0{,}97 \quad \Rightarrow \quad v_2 = 1{,}63 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

En la tobera adiabática: $\frac{1}{2} c_2{}^2 = h_1 - h_2 \quad \Rightarrow \quad \underline{c_2 = 610 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$$\dot{m} = \frac{c_2 A}{v_2} = \frac{c_2\, \pi D^2/4}{v_2} = \cdots = 0{,}07 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 238 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

El vapor "fugado" en una jornada de 8 horas será pues: $\dot{m} = 8 \cdot 238 = \underline{1904 \text{ kg}}$

Por tanto el calor perdido en 8 horas:

$$Q = \frac{1904 \cdot (h_1 - h_{ag})}{0{,}8} = \frac{1904 \cdot (2790 - 50 \cdot 4{,}19)}{0{,}8} = 6141590 J$$

De las tablas de poderes caloríficos obtenemos:

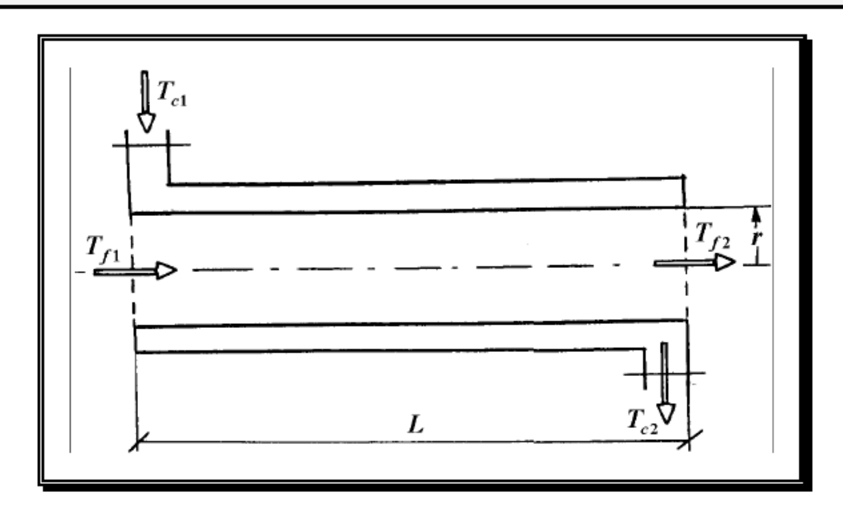
$$PCI_{C_3H_8(\mathrm{g})} = 11\,072\,\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg}}$$

de modo que el incremento de consumo de combustible en 8 horas será:

$$\Delta\dot{m}_{C_3H_8} = \frac{6\,141\,590}{11\,072 \cdot 4{,}19} = \boxed{132{,}4\,\frac{\mathrm{kg}}{8\ \mathrm{h}}}$$

3.11- Sea el intercambiador de calor de sección circular de la figura, donde el subíndice *c* se refiere al fluido caliente, y el *f* al frío. De acuerdo con la teoría de transmisión del calor, el calor intercambiado dQ entre ambos fluidos en una sección diferencial del intercambiador de longitud dL, se puede escribir según la expresión: $dQ = U\,2\,\pi\,r\,(T_c - T_f)\,dL$, donde U es el denominado coeficiente total de transmisión, que se considerará constante a lo largo de L.

Teniendo en cuenta esa relación, y mediante el apropiado balance de energía en una sección diferencial del intercambiador, obtener, tras integrar la ecuación diferencial resultante, la relación que liga el calor total intercambiado por ambos fluidos Q con los valores L, r, U, $T_{c,1}$, $T_{c,2}$, $T_{f,1}$, T_{f2}.



$$dQ = U2\pi r\left(T_c - T_f\right)dL; dQ = m_f\,c_{p,f}\,dT_f = -m_c\,c_{p,c}\,dT_c$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dT_f}{T_c - T_f} &= \frac{U2\pi r dL}{m_f c_{p,f}}\\ \frac{-dT_c}{T_c - T_f} &= \frac{U2\pi r dL}{m_c c_{p,c}}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{-d\left(T_c - T_f\right)}{T_c - T_f} = U2\pi r dL\left(\frac{1}{m_c c_{p,c}} + \frac{1}{m_f c_{p,f}}\right)$$

$$-\int_{1,2}\frac{d\left(T_c - T_f\right)}{T_c - T_f} = ln\frac{T_{c,1} - T_{f,1}}{T_{c,2} - T_{f,2}} = U2\pi r L\left(\frac{1}{m_c c_{p,c}} + \frac{1}{m_f c_{p,f}}\right)$$

y como:

$$\left.\begin{aligned}Q &= m_c\,c_{p,c}\left(T_{c,1} - T_{c,2}\right)\\ Q &= m_f\,c_{p,f}\left(T_{f,2} - T_{f,1}\right)\end{aligned}\right\}\Rightarrow \left.\begin{aligned}\frac{1}{m_c c_{p,c}} &= \frac{T_{c,1} - T_{c,2}}{Q}\\ \frac{1}{m_f c_{p,f}} &= \frac{T_{f,2} - T_{f,1}}{Q}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$ln\frac{T_{c,1}-T_{f,1}}{T_{c,2}-T_{f,2}}=U2\pi rL\left(\frac{T_{c,1}-T_{c,2}}{Q}+\frac{T_{f,2}-T_{f,1}}{Q}\right)\Rightarrow \boxed{Q=U2\pi rL\frac{\left(T_{c,1}-T_{f,1}\right)-\left(T_{c,2}-T_{f,2}\right)}{ln\frac{T_{c,1}-T_{f,1}}{T_{c,2}-T_{f,2}}}}$$

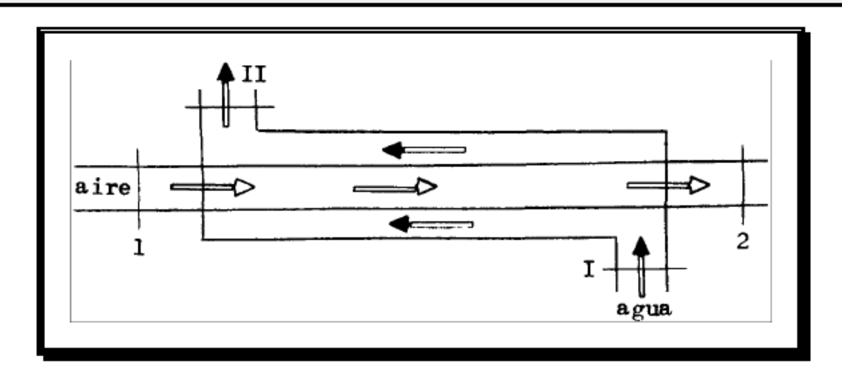
3.12- En un intercambiador de calor aire–agua a contracorriente se enfría un caudal de aire de 1 kg / s desde una temperatura de 120ºC hasta 30ºC en la salida. Las presiones del aire en la entrada y en la salida del intercambiador son 250 pz y 140 pz respectivamente, y las áreas de las secciones transversales de entrada y salida son ambas de 0,1 m^2.

A la entrada del intercambiador la presión del agua es de 25 atm, y la temperatura de 20ºC, siendo su entalpía específica $h = 86{,}3$ kJ / kg, y a la salida es un vapor húmedo a la misma presión de 25 atm con título $x = 0{,}05$.

Se admite que el derrame del agua es interiormente reversible y que son despreciables las variaciones de energía cinética entre la entrada y la salida.

Admitiendo que el aire es un gas perfecto de masa molecular $M_m = 28{,}9$, siendo su ecuación energética de estado $u = 0{,}725\ T + B$, donde u viene expresado en kJ / kg, y B es una constante, determinar:

1) Velocidades del aire a la entrada y a la salida del intercambiador.
2) Calor cedido por el aire por unidad de tiempo.
3) Caudal másico de agua.



1) De las tablas del agua saturada:

t (ºC)	P (atm)	h' (kJ / kg)	h'' (kJ / kg)
224	25	962	2 803

Para el agua: **I**: ($P_I = 25$ atm, $t_I = 20$ºC, $h_1 = 83{,}6$ kJ / kg); **II**: ($P_{II} = P_I$, $x_{II} = 0{,}05$)

Para el aire: **1**: ($P_1 = 200$ pz, $t_1 = 120$ºC); **2**: ($P_2 = 140$ pz, $t_2 = 30$ºC)

Caudal másico de aire: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dfrac{S_1 c_1}{v_1} = \dfrac{S_2 c_2}{v_2} \quad \Rightarrow$

$$c_1 = \frac{\dot{m}_1 v_1}{S_1} = \frac{\dot{m}_1 R T_1}{M_m P_1 S_1} = \frac{1\frac{kg}{s} \cdot 8{,}3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 393\,\text{K}}{28{,}9 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot \frac{1\,\text{kg}}{10^3\,\text{g}} \cdot 200 \cdot 10^3\,\text{Pa} \cdot 0{,}1\,\text{m}^2} = \boxed{5{,}64 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Igualmente, para c_2 se obtiene: $\boxed{c_2 = 6{,}21 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

2)
$$\dot{Q} = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\left(c_2^{\ 2} - c_1^{\ 2}\right)\right]; h_2 - h_1 = u_2 - u_1 + \frac{R}{M_m}(T_2 - T_1) =$$

$$= 0{,}725 \cdot (303 - 393)\frac{kJ}{kg} + \frac{8{,}3\,J/mol\,K}{28{,}9\,g/mol} \cdot (303 - 393) = -90{,}65 \frac{kJ}{kg}$$

Sustituyendo estos valores: $\boxed{\dot{Q} = -90{,}65\,\text{kW}}$

3) El calor cedido por el aire será el absorbido por el agua (siempre que no se diga nada en contra, los intercambiadores de calor se suponen perfectamente aislados térmicamente:

$$-\dot{Q} = 90{,}65 kW = \dot{m}_{ag}\left(h_{II} - h_I\right)$$

donde h_{II} es la entalpía de un vapor húmedo de título $x_{II} = 0{,}05$:

$$h_{II} = 962 + 0{,}05 \cdot (2803 - 962) = 1054 kJ/kg; 90{,}65 = \dot{m}_{ag}(1054 - 86{,}3) \Rightarrow$$

$$\boxed{\dot{m}_{ag} = 5{,}62\ \text{kg / min}}$$

3.13- En un intercambiador de calor aire–agua a contracorriente entra un caudal de agua de 5 kg / s a 1 atm y 20ºC, saliendo como vapor recalentado a 240ºC y la misma presión (los derrames en intercambiadores se suponen isóbaros siempre que no se diga nada en contra –se den valores de pérdida de carga, etc.)

El aire, que se puede considerar como mezcla ideal de gases perfectos O_2 (21% en vol.) y N_2 (79%), entra en el intercambiador a 800ºC y sale a 150ºC. El calor cedido a la atmósfera a través de la superficie del intercambiador es nulo.

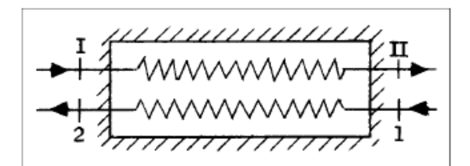
Suponiendo que tanto el derrame del aire como el del agua son interiormente reversibles, y siendo despreciables las variaciones de energías cinética y potencial, determinar:

1) Variaciones de entalpía y entropía específicas del aire y del agua entre la entrada y la salida del intercambiador.
2) Aumento de entropía del universo por unidad de tiempo. ¿A qué es debido dicho aumento de entropía?

Representar esquemáticamente el proceso del agua en el intercambiador en (T,s) y (h,s).

Datos: $c_p(O_2) = 35$ J / mol K; $c_p(N_2) = 31$ J / mol K; $c_{ag} = 4{,}19$ J / g K; $r_{1\ atm} = 2\ 256$ kJ / kg; $c_{p,v} = 1{,}86$ J / mol K.

1) Balance de energía en el intercambiador:



$$\dot{m}_{ag}h_1 + \dot{m}_a h_I = \dot{m}_{ag}h_2 + \dot{m}_a h_{II} \quad \Rightarrow$$

$$\dot{m}_a(h_I - h_{II}) = \dot{m}_{ag}(h_2 - h_1)$$

Calor recibido por cada kg de agua (pues el derrame es isóbaro e interiormente reversible):

$$q_{1,2} = h_2 - h_1 = \int_{1,2} Tds$$

$$h_2 - h_1 = 4{,}19 \cdot (100 - 20) + 2256 + 1{,}86 \cdot (240 - 100) = \boxed{2851 kJ/kg}$$

$$|\Delta h_a| = h_I - h_{II} = \int_{T_{II}}^{T_{II}} \sum (x_i c_{p,i}) dT = \int_{T_{II}}^{T_I} (0{,}21 c_{p,O_2} + 0{,}79 c_{p,N_2}) dT =$$

$$= (0{,}21 c_{p,O_2} + 0{,}79 c_{p,N_2})(T_I - T_{II}) = 20{,}696 \frac{kJ}{mol} = \boxed{717{,}61 \frac{kJ}{kg}}$$

$$5 \cdot 2851{,}6 = \dot{m}_a \cdot 717{,}61 \quad \Rightarrow \quad \underline{\dot{m}_a = 19{,}87 \text{ kg / s}}$$

Variación de entropía del aire:

$$s_a(T_{II},P)=\sum\left[x_i s_i(T_{II},P_i)\right];\Delta s_a=s_a(T_{II},P)-s_a(T_I,P)=\sum\left(x_i\Delta s_i\right)$$

$$\Delta s_{O_2}=s_{O_2}(T_{II},P_{O_2})-s_{O_2}(T_I,P_{O_2})=c_{p,O_2}\ln\frac{T_{II}}{T_I}=35\cdot\ln\frac{150+273}{800+273}=-32{,}58\frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$s_{N_2}=s_{N_2}(T_{II},P_{N_2})-s_{N_2}(T_I,P_{N_2})=c_{p,N_2}\ln\frac{T_{II}}{T_I}=-28{,}856\frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

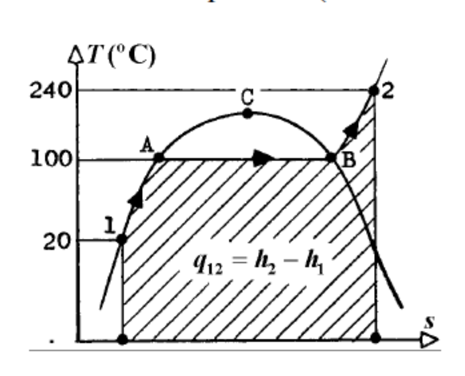
$$\Delta s_a=-(0{,}21\cdot 32{,}58+0{,}79\cdot 28{,}856)=-29{,}648J/molK=\boxed{-1{,}028kJ/kgK}$$

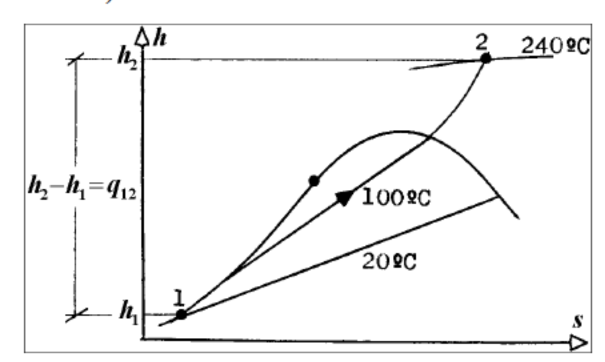
Variación de entropía del agua:

$$\Delta s_{ag}=c\ln\frac{T_v}{T_1}+\frac{r}{T_v}+c_{p,v}\ln\frac{T_2}{T_v}=4{,}19\cdot\ln\frac{373}{293}+\frac{2256}{373}+1{,}86\cdot\ln\frac{240+273}{373}=7{,}652\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\dot{S}_{univ}=\dot{m}_a\Delta s_a+\dot{m}_{ag}\Delta s=19{,}87\cdot(-1{,}028)+5\cdot 7{,}652=\boxed{17{,}834kW/K}$$

Esta entropía generada es debida a las irreversibilidades en la transmisión de calor con un salto finito de temperaturas (irreversibilidad térmica).

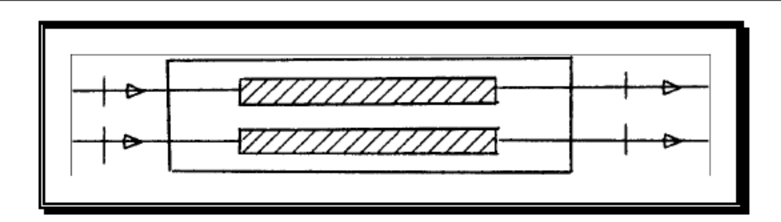




3.14- En el condensador de una máquina térmica de vapor se condensa un caudal de 300 t / h de vapor húmedo de título $x = 0{,}8$ y a temperatura de 30ºC.

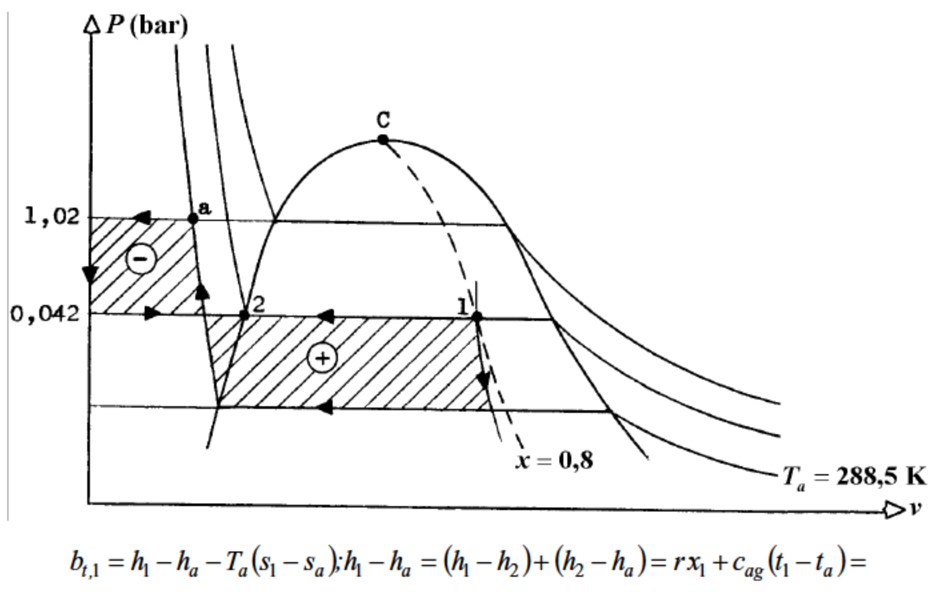
El proceso de derrame del vapor del agua de refrigeración, que entra al condensador a presión y temperatura ambientales ($P_a = 1{,}02$ bar, $t_a = 15{,}5$ºC), es interiormente reversible, saliendo el agua a 23ºC. Considerando el agua líquida incompresible y de capacidad térmica específica $c_{ag} = 4{,}19$ kJ / kg K e igualmente despreciables las variaciones de energías cinética y potencial en ambos derrames, se pregunta:

1) Exergía física específica de flujo (con trasvasamiento) del vapor a la entrada del condensador.
2) Representar esquemáticamente dicha exergía en (P,v). Asimismo, representar en (T,s) la variación de exergía específica de flujo del vapor entre la entrada y la salida del condensador.
3) Destrucción de exergía por unidad de tiempo en el condensador.



1) De las tablas del agua saturada:

P (bar)	t (ºC)	r (kJ / kg)
0,042	30	2 430



$$b_{t,1} = h_1 - h_a - T_a(s_1 - s_a); h_1 - h_a = (h_1 - h_2) + (h_2 - h_a) = r x_1 + c_{ag}(t_1 - t_a) =$$

$$= 2430 \cdot 0{,}8 + 4{,}19 \cdot (30 - 15{,}5) = \boxed{2004{,}75 kJ/kg}$$

(Obsérvese que se ha despreciado el término $v(P_1 - P_a)$, efectivamente mucho menor que el resto de energías intercambiadas. El líquido se considera prácticamente incompresible, aunque en la figura no se representa como tal.)

$$s_1 - s_a = (s_1 - s_2) + (s_2 - s_a) = \frac{r x_1}{T_1} + c_{ag} \ln \frac{T_1}{T_a} = \frac{2430 \cdot 0{,}8}{303} + 4{,}19 \ln \frac{203}{288{,}5} = \boxed{6{,}62 \frac{kJ}{kg K}}$$

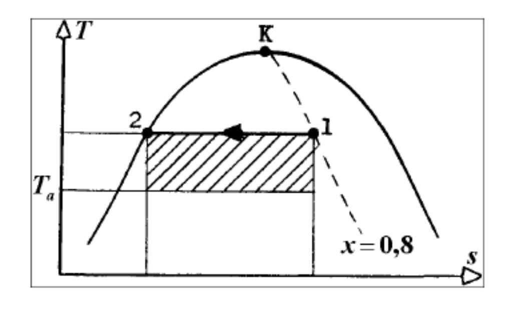
$$b_{t,1} = 2004{,}75 - 288{,}5 \cdot 6{,}621 = \boxed{94{,}59 \text{ kJ / kg}}$$

2) La $b_{t,1}$ estará representada en (P,v) por la suma algebraica de las áreas de las superficies rayadas, cada una con el signo con que aparece representada en la figura.

Balance de exergías en el intercambiador:

$$\dot{m}_v b_{t,1} + \dot{m}_{ag} b_{t,I} = \dot{m}_v b_{t,2} + \dot{m}_{ag} b_{t,II} + \dot{I} \Rightarrow \dot{I} = \dot{m}_v (b_{t,1} - b_{t,2}) - \dot{m}_{ag} (b_{t,II} - b_{t,I})$$

$$b_{t,1} - b_{t,2} = rx\left(1 - \frac{T_a}{T_1}\right) = 2430 \cdot 0{,}8 \cdot \left(1 - \frac{288{,}5}{303}\right) = \boxed{93{,}03 \frac{kJ}{kg}}$$



3) $$b_{t,I} = 0; b_{t,II} = h_{II} - h_a - T_a(s_{II} - s_a) = c_{ag}(T_{II} - T_a) - T_a c_{ag} \ln \frac{T_{II}}{T_a} =$$

$$= 4{,}19 \cdot (23 - 15{,}5) - 288{,}5 \cdot 4{,}19 \cdot \ln \frac{296}{288{,}5} = 0{,}401 \frac{kJ}{kg}$$

Balance de energía (= entalpía, en este caso) para calcular $\dot{m}_{ag}$:

$$\dot{m}_v (h_1 - h_2) = \dot{m}_{ag} (h_{II} - h_I) \Rightarrow$$

$$\dot{m}_{ag} = \frac{\dot{m}_v r x_1}{c_{ag}(t_{II} - t_I)} = \frac{300000}{3600} \cdot \frac{2430 \cdot 0{,}8}{4{,}19 \cdot (23 - 15{,}5)} = 5155{,}13 \frac{kg}{s}$$

Por tanto: $$\dot{I} = \frac{300\,000}{3\,600} \cdot 93{,}03 - 5155{,}13 \cdot 0{,}401 = \boxed{5\,690{,}4 \text{ kW}}$$

que sería realmente la exergía destruida por irreversibilidad en el intercambiador por unidad de tiempo. Las pérdidas reales, si no se aprovecha el contenido exergético del agua de refrigeración a la salida del condensador, se verían incrementadas en este valor. Por tanto, las pérdidas reales son:

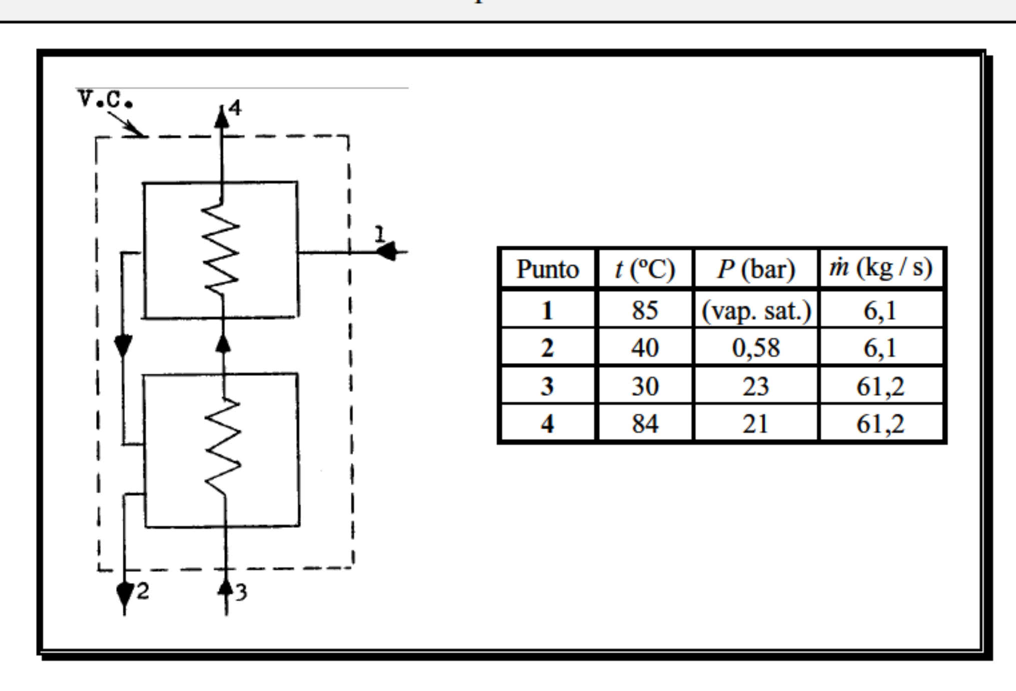
$$\nabla \dot{B} = \dot{I} + \dot{m}_{ag} b_{t,II} = \cdots = \boxed{7{,}75 \text{ MW}}$$

3.15- La figura adjunta representa el esquema de dos intercambiadores–precalentadores que forman parte de una central termoeléctrica. Como se sabe, el objeto de estos intercambios es precalentar el agua que va a entrar en el generador de vapor, a expensas del vapor extraído de la turbina.

Los estados **1**, **2**, **3** y **4** están caracterizados por los valores que se señalan en la tabla, en la que se indican también los caudales. Determinar:

1) Calor perdido por unidad de tiempo en el conjunto de los precalentadores.
2) Valor de las variables b, g y b_t para el vapor saturado en el estado **1**.
3) Ídem de la variable fugacidad f, siendo la ecuación térmica de estado del vapor a esa temperatura: $v = R\,T / P + b - a / (R\,T) + a\,b\,P / (R\,T)^2$, donde a y b son sendas constantes.
4) Destrucción de exergía por unidad de tiempo.

Todos los derrames se suponen isóbaros e interiormente reversibles.



Punto	t (ºC)	P (bar)	$\dot{m}$ (kg / s)
1	85	(vap. sat.)	6,1
2	40	0,58	6,1
3	30	23	61,2
4	84	21	61,2

1) Del diagrama de Mollier, o correspondiente tabla, obtenemos los siguientes valores:

Punto	h (kJ / kg)	s (kJ / kg K)
1	2 652	7,53
2	167	0,57
3	128	0,44
4	352	1,22

Haciendo un balance de energía en el VC señalado en la figura:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1(h_2 - h_1) + \dot{m}_2(h_4 - h_3) = 6{,}1 \cdot (167 - 2652) + 61{,}2 \cdot (353 - 128) = \boxed{-1413{,}35 KW}$$

2) $$b_1 = u_1 - u_a - T_a(s_1 - s_a) + P_a(v_1 - v_a)\text{; donde } u_a = c_l t_a \text{ y } s_a = c \ln\frac{T_a}{273\,\text{K}}$$

Sustituyendo valores: $b_1 = 2\,652 - 0{,}58 \cdot 10^2 \cdot 2{,}85 -$

$$-4{,}18 \cdot 17 - 290 \cdot \left(7{,}53 - 4{,}18 \cdot ln\frac{290}{273}\right) + 1{,}013 \cdot 10^2 \cdot \left(2{,}85 - 1 \cdot 10^{-3}\right) = \boxed{593\frac{kJ}{kg}}$$

$$b_{t,1} = h_1 - h_a - T_a(s_1 - s_a) =$$

$$= 2652 - \left(4{,}18 \cdot 17 + 1{,}013 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3}\right) - 290 \cdot \left(7{,}53 - 4{,}18 \cdot ln\frac{290}{273}\right) = \boxed{470{,}7\frac{kJ}{kg}}$$

$$g_1 = h_1 - T_1 s_1 = 2\,652 - 358 \cdot 7{,}53 = \boxed{-43{,}74 \text{ kJ / kg}}$$

3) $$f = Pe^{\int_0^P \left(\frac{v}{RT} - \frac{1}{P}\right) dP} \Rightarrow RT\, ln\frac{f}{P} = -\int_0^P \left(\frac{RT}{P} - v\right) dP =$$

$$= -\int_0^P \frac{a}{RT} dP + \int_0^P b dP + \int_0^P \frac{abP}{(RT)^2} dP = \frac{-aP}{RT} + bP + \frac{abP^2}{2(RT)^2}$$

Por tanto: $$\boxed{ln\, f_1 = ln\, P_1 - \frac{aP_1}{(RT_1)^2} + \frac{bP_1}{RT_1} + \frac{abP_1^2}{2(RT_1)^3}}$$

4) $$\dot{I} = T_a \Delta\dot{S}_{univ} = T_a\left[\dot{m}_1(s_2 - s_1) + \dot{m}_3(s_4 - s_3) - \frac{Q}{T_a}\right] =$$

$$= 290 \cdot [6{,}1 \cdot (0{,}57 - 7{,}53) + 61{,}2 \cdot (1{,}12 - 0{,}44)] + 1413{,}3 = \boxed{1169{,}7 kW}$$

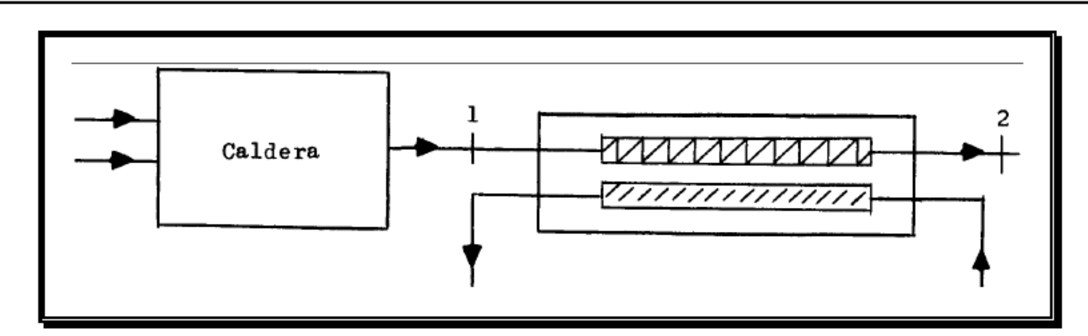
3.16- Los humos procedentes de una caldera, en la que se realiza la combustión de propano, tiene la siguiente composición en fracciones molares: 7,9% CO_2, 10,6% H_2O, 6,6% O_2 y el resto N_2. Dichos humos salen de la caldera a la presión de 985 mbar y temperatura 160ºC, siendo su caudal másico $\dot{m} = 1{,}2$ kg / s.

Con el fin de realizar un aprovechamiento integral de la energía, y dadas las necesidades de calefacción, se hacen pasar los humos por un intercambiador de calor, donde son enfriados hasta la temperatura de 46ºC, siendo la presión a la salida de 890 mbar. Las secciones de entrada y salida son ambas de 0,15 m^2. Por su parte, el agua de calefacción entra al intercambiador a la temperatura ambiente de 15ºC y a la presión de 5 kp / cm^2. Se pregunta:

1) La velocidad de los humos a la entrada y a la salida del intercambiador.
2) Calor cedido por los humos por unidad de tiempo.
3) Caudal másico de agua.
4) Mínima temperatura a la que se podrían enfriar los humos sin que se produjera condensación de vapor de agua.

Los humos se considerarán gases ideales de $c^*_p = a + b\,T + c\,T^2$.

Calor específico del agua líquida $c_l \approx$ cte. = 1,003 cal / g K.



1) De la tabla de c^*_p y del enunciado:

Const.	a	$b \cdot 10^2$	$c \cdot 10^5$	M_i	x_i (%)	$x_i M_i$
CO_2	5,316	1,428	0,836	44	7,9	3,476
H_2O	7,700	0,046	0,252	18	10,6	1,908
O_2	6,085	0,363	–0,171	32	6,6	2,112
N_2	6,903	–0,037	0,193	28	74,6	20,972
Σ					100	M_m = 28,47

$$Pv = R_m T \Rightarrow \rho = \frac{1}{v} = \frac{P}{R_m T} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \dfrac{P_1}{R_m T_1} = \dfrac{0{,}985 \cdot 10^5}{\dfrac{8{,}31}{28{,}47} \cdot 433} = 779{,}29 \dfrac{g}{m^3} \\ \rho_2 = \dfrac{P_2}{R_m T_2} = \dfrac{0{,}890 \cdot 10^5}{\dfrac{8{,}31}{28{,}47} \cdot 319} = 955{,}77 \dfrac{g}{m^3} \end{cases}$$

$$\dot{m} = \frac{cA}{v} \Rightarrow c = \frac{\dot{m}}{A\rho} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = \dfrac{\dot{m}}{A_1 \rho_1} = \dfrac{1{,}2}{0{,}15 \cdot 0{,}7793} = \boxed{10{,}26 \dfrac{m}{s}} \\ c_2 = \dfrac{\dot{m}}{A_2 \rho_2} = \dfrac{1{,}2}{0{,}15 \cdot 0{,}95577} = \boxed{8{,}37 \dfrac{m}{s}} \end{cases}$$

2) Balance de energía entre la entrada **1** y la salida **2** del intercambiador:

$$\dot{Q} = \dot{m}\left[h_2 - h_1 + \frac{1}{2}\left(c_2^{\,2} - c_1^{\,2}\right)\right]; h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T)\,dT$$

donde:

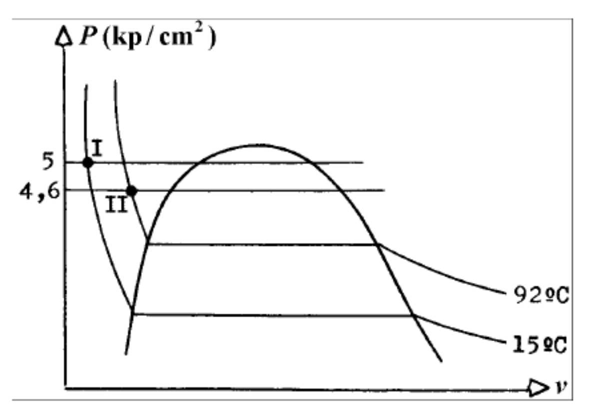
$$c_p(T) = \sum \left(x_i \cdot c_{p,i}(T)\right) = \cdots = 6{,}808 + 0{,}1135 \cdot 10^{-2} \cdot T + 0{,}094 \cdot 10^{-5} \cdot T^2$$

y operando: $h_2 - h_1 = -3{,}5113 \dfrac{\text{kJ}}{\text{mol}} = -3{,}5113 \dfrac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \dfrac{1\,\text{mol}}{28{,}47\,\text{g}} \cdot \dfrac{10^3\,\text{g}}{\text{kg}} = -123{,}34 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$$\dot{Q} = 1{,}2 \cdot \left[123{,}34 \frac{kJ}{kg} + \frac{1}{2}\left(8{,}37^2 - 10{,}26^2\right)\frac{m^2}{s^2}\right] = \cdots = \boxed{-148 kW}$$

3)

$$-\dot{Q} = \dot{m}_{ag}\left(h_{II} - h_I\right)$$



Las tablas del agua se han construido eligiendo como origen de energía interna el agua líquida en el punto triple (u del agua líquida en el P.T. = 0). La entalpía de cualquier estado en fase líquida se calcula (como función de estado que es) considerando un proceso cuasiestático

cualquiera entre el estado considerado y el agua líquida en el punto triple. El camino más sencillo es una isoterma y una isóbara. Siendo el agua líquida prácticamente incompresible:

$$h_I = h_0 + v_l(P_I - P_0) + c_l(t_I - t_0); h_{II} = h_0 + v_l(P_{II} - P_0) + c_l(t_2 - t_0)$$

$$h_{II} - h_I = v_l(P_{II} - P_I) + c_l(t_{II} - t_I) \approx c_l(t_{II} - t_I) = 1{,}003 \cdot 4{,}18 \cdot (92 - 15) = 322{,}82 kJ/kg$$

$$\dot{m}_{ag}(h_{II} - h_I) = 148 kW \Rightarrow \dot{m}_{ag} = \frac{148}{322{,}82} = \boxed{0{,}458 \frac{kg}{s}}$$

4) $$P_v = x_{H_2O} P = 0{,}106 \cdot 890 = 94{,}34 \text{ mbar}$$

La condensación se producirá a partir del punto de rocío, es decir, cuando la presión parcial del vapor se iguala a la presión de saturación. Buscamos en la tabla del agua saturada la temperatura a la que $P_s(t)$ = 94,34 mbar, y encontramos $t_{PR} \approx$ 44ºC. Esta temperatura es el punto de rocío de los humos: por debajo de ella habrá condensación.

3.17- La figura representa el esquema de un intercambiador de calor industrial instalado para: a) acondicionar el CO_2 (procedente de una cámara de combustión) para llenado de botellas; b) acondicionar el SO_2 (procedente de cierto proceso industrial, para su vertido; y c) obtener agua caliente para uso sanitario.

Las condiciones de entrada y salida de los fluidos en el intercambiador y sus respectivos caudales másicos son:

Para **A**: $P_1 = 1$ bar, $t_1 = 0$ºC; $P_2 = 0,8$ bar, $t_2 = 90$ºC; $\dot{m}_A = 4,5$ kg / s.

Para **B**: $P_I = 10$ atm, $t_I = 130$ºC; $P_{II} = 8$ atm, $x_{II} = 0,1$; $\dot{m}_B = 2,6$ kg / s.

Para **C**: $P_e = 19,425$ atm, $t_e = 243$ºC; $P_s = 2,2533$ atm, $t_s = 28$ºC; $\dot{m}_C = 1,8$ kg / s.

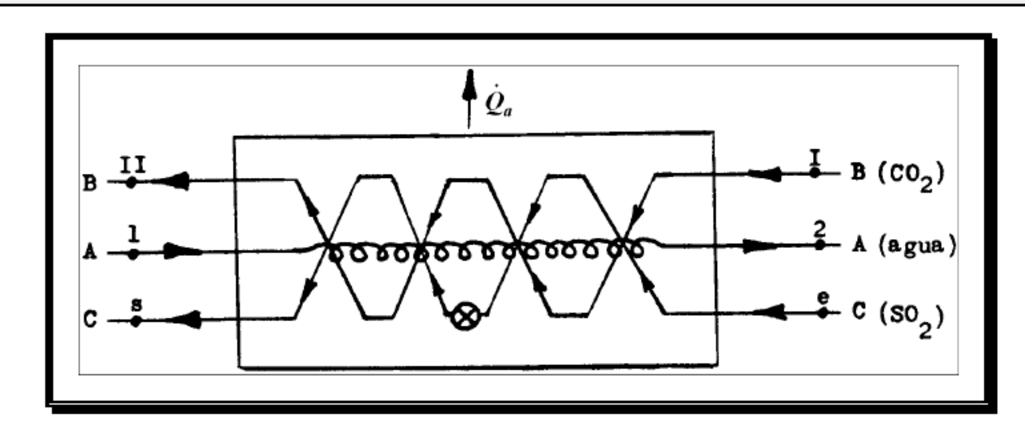
Debido a deficiencias del aislamiento térmico en las paredes del intercambiador, hay un flujo calorífico a la atmósfera, cuya temperatura es de 27ºC, de 6 kcal / s.

Calcular, en kW, la destrucción de exergía.

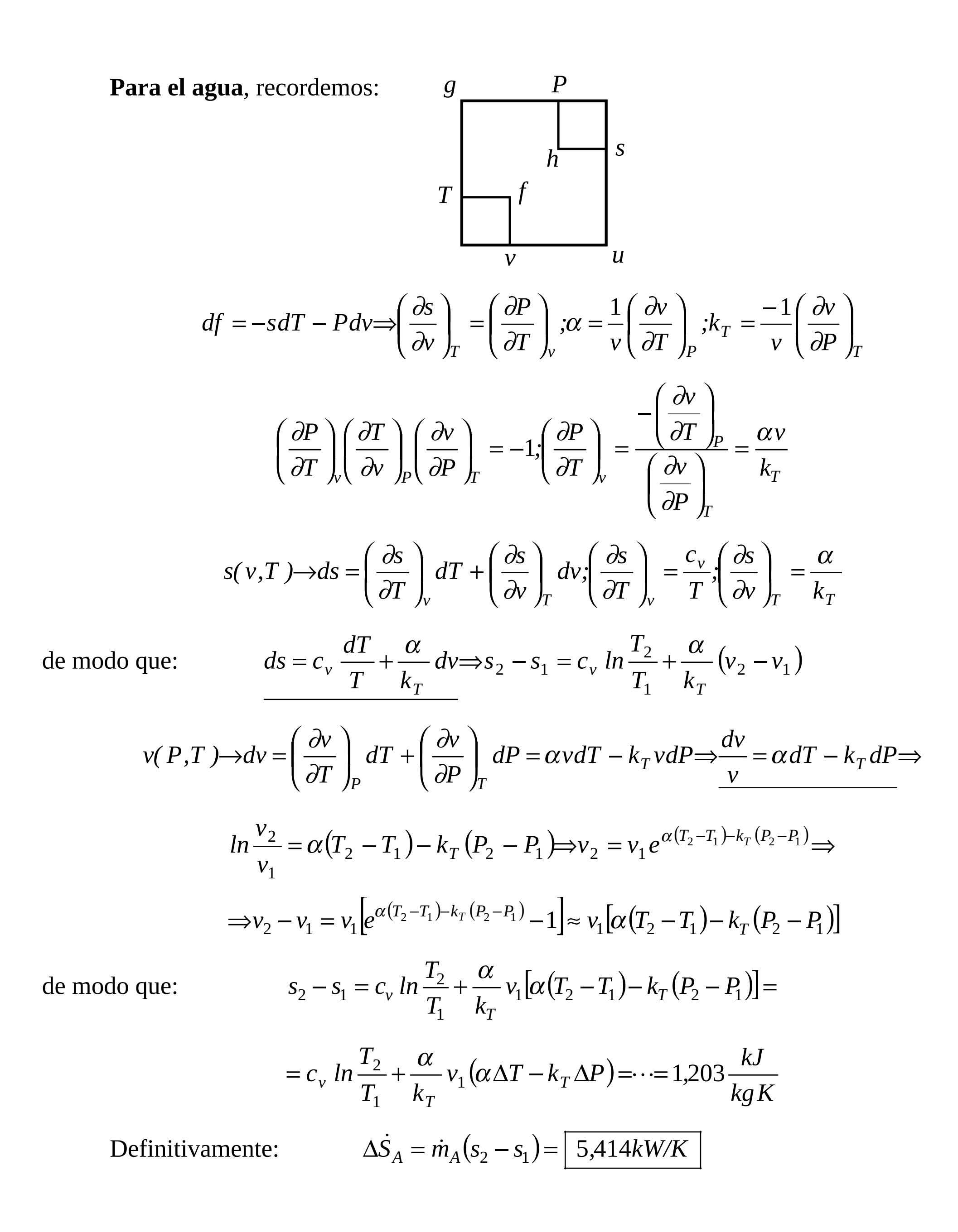
Nota: el agua líquida se considerará de c_v = cte. = 4,19 kJ / kg K; coeficiente de dilatación isobárica α = cte. = 10^{-4} ºC^{-1}; coeficiente de compresibilidad isoterma k_T = cte. = 10^{-5} bar^{-1}; y $v_1 = 1$ dm^3 / kg.

Obtener la variación de entropía para el agua literalmente en función de los datos, y hacer la aplicación numérica posteriormente.

Para el CO_2 utilizar el diagrama de Mollier; y para el SO_2, el método de discrepancias.



Para el agua, recordemos:



$$df = -sdT - Pdv \Rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v ; \alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P ; k_T = \frac{-1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T = -1 ; \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T} = \frac{\alpha v}{k_T}$$

$$s(v,T) \rightarrow ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv ; \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v = \frac{c_v}{T} ; \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \frac{\alpha}{k_T}$$

de modo que: $$\underline{ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{\alpha}{k_T} dv} \Rightarrow s_2 - s_1 = c_v \, ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\alpha}{k_T}(v_2 - v_1)$$

$$v(P,T) \rightarrow dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP = \alpha v dT - k_T v dP \Rightarrow \underline{\frac{dv}{v} = \alpha dT - k_T dP} \Rightarrow$$

$$ln \frac{v_2}{v_1} = \alpha(T_2 - T_1) - k_T(P_2 - P_1) \Rightarrow v_2 = v_1 e^{\alpha(T_2 - T_1) - k_T(P_2 - P_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = v_1\left[e^{\alpha(T_2 - T_1) - k_T(P_2 - P_1)} - 1\right] \approx v_1\left[\alpha(T_2 - T_1) - k_T(P_2 - P_1)\right]$$

de modo que: $$s_2 - s_1 = c_v \, ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\alpha}{k_T} v_1\left[\alpha(T_2 - T_1) - k_T(P_2 - P_1)\right] =$$

$$= c_v \, ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\alpha}{k_T} v_1(\alpha \Delta T - k_T \Delta P) = \cdots = 1{,}203 \frac{kJ}{kg K}$$

Definitivamente: $$\Delta \dot{S}_A = \dot{m}_A(s_2 - s_1) = \boxed{5{,}414 kW/K}$$

Para el CO_2, del diagrama de Mollier, se obtiene:

$$\text{I}(10 atm, 130^o C) \begin{cases} h_I = 215 kcal/kg \\ s_I = 1{,}12 kcal/kgK \end{cases} ; \text{II}(8\ atm, x = 0{,}1) \begin{cases} h_{II} = 104 kcal/kg \\ s_{II} = 0{,}687 kcal/kgK \end{cases}$$

de modo que: $$s_2 - s_1 = -0{,}433 \text{ kcal / kg K} \quad \Rightarrow \quad \Delta \dot{S}_B = \cdots = \boxed{-4{,}717 \text{ kW}}$$

Para el SO_2, de las tablas correspondientes:

$$M = 64{,}07 ; \quad T_c = 430 \text{ K} ; \quad P_c = 77{,}7 \text{ atm} ; \quad c_p^*(\text{cal / mol K}) = 6{,}157 + 1{,}384 \cdot 10^{-2}\, T$$

(Para c_p^* tomamos únicamente los dos primeros coeficientes, para mayor sencillez.)

$$s_s - s_e = -(s_{s*} - s_s) + (s_{s*} - s_{e*}) + (s_{e*} - s_e)$$

$$\left.\begin{array}{l} t_e = 243^o\,C \Rightarrow t_{r,e} = 1{,}2 \\ P_e = 19{,}425\,atm \Rightarrow P_{r,e} = 0{,}25 \end{array}\right\} \underset{\substack{diagrama \\ (s^*-s)}}{\rightarrow} s_{e*} - s \approx 0{,}27\,\frac{cal}{mol\,K}$$

$$\left.\begin{array}{l} t_s = 28^o\,C \Rightarrow t_{r,s} = 0{,}7 \\ P_s = 2{,}2533\,atm \Rightarrow P_{r,s} = 0{,}029 \end{array}\right\} \underset{\substack{diagrama \\ (s^*-s)}}{\rightarrow} s_{e*} - s \approx 0{,}27\,\frac{cal}{mol\,K}$$

es decir, las discrepancias de entalpía a la entrada y a la salida del SO_2 dan igual valor, así que:

$$s_s - s_e = s_{s*} - s_{e*} = \int_{273+243}^{273+28} c_p^* \frac{dT}{T} - R\ln\frac{2{,}2533}{19{,}425} = \cdots = -0{,}3415\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

Definitivamente: $\boxed{\Delta\dot{S}_c = -0{,}614\ \mathrm{kW/K}}$

$$\Delta\dot{S}_{A+B+C} = 5{,}414 - 4{,}717 - 0{,}614 = \underline{0{,}083\ \mathrm{kW/K}}$$

Por último: $\dot{I} = T_a \Delta\dot{S}_{univ} = 300 \cdot \left(0{,}083 + \frac{6 \cdot 4{,}19}{300}\right) = \boxed{50{,}04\,kW}$

CAPÍTULO IV

Balances de Masa, Energía y Exergía en Volúmenes de Control con reacciones químicas. Combustión, Generadores de Vapor.

4. PROBLEMAS RELATIVOS A:

BALANCES DE MASA, ENERGÍA Y EXERGÍA EN VOLÚMENES DE CONTROL CON REACCIONES QUÍMICAS. COMBUSTIÓN. GENERADORES DE VAPOR.

4.1- Realizado el análisis gravimétrico de un combustible líquido, se encuentra que tiene la composición: 84% de carbono y 16% de hidrógeno. Se realiza la combustión de dicho combustible en el interior de un hogar, y a continuación se efectúa el análisis volumétrico de los humos mediante un aparato de Orsat (en dicho aparato se condensa prácticamente todo el vapor de agua contenido en los humos, por lo que el resultado del análisis viene referido a los humos secos).

Se obtiene que en los humos secos hay CO_2, CO, O_2 y N_2, siendo la fracción molar de CO_2 del 10%; y la de CO, del 1%.

Se supone el aire formado por un 21% de O_2 y un 79% en fracciones molares. Se pide:

1) Masa de agua separada en el Orsat por kg de combustible quemado.
2) Masa m, en g de carbono / kg de combustible, que se oxida completamente a CO_2.
3) Coeficiente de exceso de aire λ utilizado en la combustión.
4) Fracciones molares de O_2 y N_2 en los humos secos.
5) Fracciones másicas en los humos secos.

En 1 kg de combustible hay m g de C que se oxidan a CO_2; $(840 - m)$ g de C que pasan a CO; 160 g de H.

Cuadro general de balance de masas, en mol, por kg de combustible quemado, siendo λ el coeficiente de exceso de aire empleado:

			Productos de la combustión (mol / kg combustible)				
N_i	Reacción	N_{O_2} (mín)	CO_2	CO	H_2O	O_2	N_2
$\frac{m}{12}$ (C)	$C + O_2 \rightarrow CO_2$	$\frac{m}{12}$	$\frac{m}{12}$				
$\frac{840-m}{12}$ (C)	$C + ½O_2 \rightarrow CO$	$\frac{840-m}{12}\cdot\frac{1}{2}$		$70-\frac{m}{12}$			
160 (H)	$H_2 + ½O_2 \rightarrow H_2O$	$\frac{160}{2}\cdot\frac{1}{2}$			80		
		$\Sigma = 75+\frac{m}{24}$					
del aire en exceso						$\left(75+\frac{m}{24}\right)(\lambda-1)$	$\left(75+\frac{m}{24}\right)\lambda\frac{79}{21}$

1) N_{H_2O} (formados en la combustión de 1 kg de combustible) = 80. Por tanto:

Masa de agua condensada en el Orsat: $m_{H_2O} = \frac{80\cdot 18}{1\,000} = \boxed{1{,}44 \text{ kg}}$

2)

$$\begin{matrix}\textit{En los} \\ \textit{humos :} \\ \textit{secos}\end{matrix}\left\{\begin{matrix} x_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{\Sigma N_i} = \frac{m/12}{\Sigma N_i} = 0{,}1\,[1] \\ x_{CO} = \frac{N_{CO}}{\Sigma N_i} = \frac{70-m/12}{\Sigma N_i} = 0{,}01 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{0{,}1}{0{,}01} = 10 = \frac{m/12}{70-m/12} \Rightarrow \frac{m}{12} = \frac{700}{11}$$

$$\boxed{m = 763{,}64 \text{ g} = 90{,}9\% \text{ del C existente en el combustible}}$$

3) De [1]: $\Sigma N_i = \left(N_{CO_2} + N_{CO}\right) + N_{O_2} + N_{N_2} = \frac{m}{1{,}2} = \frac{7000}{11} =$

$$= 70 + (\lambda-1)\left(75+\frac{m}{24}\right) + \left(75+\frac{m}{24}\right)\lambda\frac{79}{21} = 70 + (\lambda-1)\left(75+\frac{700}{22}\right) + \lambda\left(75+\frac{700}{22}\right)\frac{79}{21}$$

de donde se obtiene: $\boxed{\lambda = 1{,}323}$

4)

$$x_{O_2} = \frac{\left(75+\frac{m}{24}\right)(\lambda-1)}{\Sigma N_i} = \frac{\left(75+\frac{700}{22}\right)\cdot 0{,}323}{7000/11} = \boxed{0{,}0543} = 5{,}43\%$$

$$x_{N_2} = \frac{\left(75+\frac{m}{24}\right)\lambda\frac{79}{21}}{\Sigma N_i} = \frac{\left(75+\frac{700}{22}\right)\cdot 1{,}323\frac{79}{21}}{7000/11} = \boxed{0{,}8357} = 83{,}57\%$$

5) Obtención de las y_i en los humos secos:

Comp. (i)	M_i	x_i	$x_i M_i$	$y_i = x_i M_i / M_m$
CO_2	44	0,1	4,4	0,1476
CO	28	0,01	0,28	0,094
O_2	32	0,0543	1,7376	0,058
N_2	28	0,8357	23,4	0,785
Σ		1	M_m = 29,82	≈ 1

4.2- Realizado el análisis gravimétrico de un carbón, se obtuvo el siguiente resultado: 51,7% C, 4% H, 0,6% S, 20,7% O, 1% N, 16% H_2O (humedad y agua combinada) y 6% cenizas.

Determinar la masa de aire utilizada en la combustión de 1 t de dicho carbón, así como la masa de los humos resultantes y su composición molar y másica en los dos casos siguientes:

1) Combustión completa con un coeficiente de exceso de aire $\lambda = 1,3$.
2) Combustión con el mismo λ, pero sólo el 80% del C se oxida completamente (a CO_2).

Aire = 21% O_2 + 79% N_2 molar.

1) Tabla balance de masas de la combustión en mol por kg de combustible quemado:

			Productos de la combustión (mol / kg combustible)					
i (y_i%)	Reacción	N_{O_2} (mín)	CO_2	H_2O	SO_2	N_2	O_2	Cenizas
C (51,7)	$C + O_2 \rightarrow CO_2$	$\frac{517}{12} = 43{,}08$	43,08					
H (4)	$H_2 + ½O_2 \rightarrow H_2O$	$\frac{40}{2} \cdot \frac{1}{2} = 10$		20				
S (0,6)	$S + O_2 \rightarrow SO_2$	$\frac{6}{32} = 0{,}19$			0,19			
O (20,7)		$-\frac{207}{32} = -6{,}47$						
N (1)						0,36		
H_2O (16)				8,89				
cen. (6)								0,06
del aire						$0{,}79 \cdot l =$ 228,88	14,04	
Σ		46,8	43,08	28,29	0,19	229,24	14,04	

O_2 mínimo necesario para la combustión: $(O_2)_{mín}$ = 46,8 mol / kg comb.

Aire mínimo necesario: $$l_{mín} = \frac{46{,}8}{0{,}21} = 222{,}86 \frac{\text{mol aire}}{\text{kg comb.}}$$

Con $\lambda = 1,3$: $$l = \lambda\, l_{mín} = 289{,}72 \frac{\text{mol aire}}{\text{kg comb.}}$$

Aire:

i	M_i	x_i	$x_i M_i$
O_2	32	0,21	6,72
N_2	28	0,79	22,12
Σ			M_m = 28,84

Por consiguiente, para 1 t de combustible:

$$L = 289{,}72 \text{ kmol aire} = 289{,}72 \cdot 28{,}84 = \boxed{8\,355{,}5 \text{ kg}}$$

Composición de los humos (fracciones molares x_i% y fracciones másicas y_i%); las cenizas se han eliminado previamente de los humos:

Comp. (i)	N_i	$x_i\% = \frac{100 N_i}{N}$	M_i	$M_i x_i$	$y_i = \frac{x_i M_i}{M_m} \cdot 100$
CO_2	43,08	13,66	44	6,01	20,4
H_2O	28,89	9,16	18	1,65	5,6
SO_2	0,19	0,0006	64	0,00039	0,0013
N_2	229,24	72,67	28	20,35	69,12
O_2	14,04	4,46	32	1,43	4,87
Σ	N = 315,44	≈ 100		M_m = 29,44	≈ 100

2) Si sólo el 80% del C pasa a CO_2, el número de moles de CO_2 formado por kg de combustible será: $N'_{CO_2} = N_{CO_2} \cdot 0{,}8 = 34{,}46$

De CO se formarán: $N'_{CO} = 43{,}08 \cdot 0{,}2 = 8{,}62$

De O_2 habrá un menor consumo, de 8,62 / 2 = 4,31 mol / kg de combustible, que aparecerán en los humos. $N'_{O_2} = N_{O_2} + 4{,}31 = 14{,}04 + 4{,}31 = 18{,}35$.

En resumen:

Comp. (i)	N_i	$x_i\% = \frac{100 N_i}{N}$	M_i	$M_i x_i$	$y_i = \frac{x_i M_i}{M_m} \cdot 100$
CO_2	34,46	10,78	44	4,7432	16,32
CO	8,62	2,69	28	0,7532	2,6
H_2O	28,89	9,03	18	1,6254	5,6
O_2	18,35	5,74	32	1,8368	6,32
N_2	229,24	71,69	28	20,0732	69,05
SO_2	0,19	0,06	64	0,0384	0,0013
Σ	N = 319,75	≈ 100		M_m = 29,07	≈ 100

4.3- Efectuada la combustión completa a P = 1,2 bar de un combustible líquido en cuya composición intervienen sólamente carbono e hidrógeno, se procede a enfriar los humos resultantes, observándose que el vapor de agua comienza a condensarse cuando la temperatura ha descendido a 50ºC. A continuación se realiza el análisis volumétrico de los humos mediante un aparato de Orsat, obteniéndose los resultados siguientes: 9,3% CO_2, 30,3% O_2 y 64,4% N_2.

Siendo la composición molar del aire 0,21 O_2 y 0,79 N_2, determinar las presiones parciales de cada uno de los componentes de los humos, y asimismo, hallar la proporción en masa que hay de carbono e hidrógeno en el combustible.

$$P_s(50^\circ\text{C}) \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}123 \text{ bar} = \text{presión parcial del agua en los humos} = P_{H_2O} = x_{H_2O} P$$

$$\Rightarrow \quad x_{H_2O} = \frac{0{,}123}{1{,}2} = 0{,}103$$

$$N_{H_2O} = 0{,}103 \cdot N = 0{,}103 \cdot \left(N_{H_2O} + N_{CO_2} + N_{O_2} + N_{N_2}\right) = 0{,}103 \cdot N_{H_2O} + 0{,}103 \cdot N_{hs}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{N_{H_2O} = 0{,}115 \cdot N_{hs}}$$

$$N_h = N_{hs} + N_{H_2O} = N_{hs} + 0{,}115 \cdot N_{hs} = 1{,}115 \cdot N_{hs}$$

$$P_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_h} P = \frac{N_{CO_2}}{N_{hs}} \frac{N_{hs}}{N_h} P = \frac{0{,}093}{1{,}115} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 = \boxed{100{,}1 \text{ mbar}}$$

$$P_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_{hs}} \frac{N_{hs}}{N_h} P = \frac{0{,}303}{1{,}115} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 = \boxed{362 \text{ mbar}}$$

$$P_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_{hs}} \frac{N_{hs}}{N_h} P = \frac{0{,}604}{1{,}115} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 = \boxed{650{,}6 \text{ mbar}}$$

Cálculo de la composición gravimétrica:

$$\frac{y}{12}(\text{C}) + \frac{1-y}{2}(\text{H}) + 0{,}21 \cdot l\,(\text{O}_2) + 0{,}79 \cdot l\,(\text{N}_2) =$$

$$= 0{,}103 \cdot N\,(\text{H}_2\text{O}) + 0{,}1001 \cdot N\,(\text{CO}_2) + 0{,}326 \cdot N\,(\text{O}_2) + 0{,}6506 \cdot N\,(\text{N}_2)$$

siendo l = kmol aire / kg combustible; y N = kmol humos / kg combustible.

$$\left.\begin{array}{l} C: \dfrac{y}{12} = 0{,}1001 \cdot N \\ H_2: \dfrac{1-y}{2} = 0{,}123 \cdot N \end{array}\right\} \Rightarrow 6\,\frac{1-y}{y} = \frac{0{,}123}{0{,}1001} \Rightarrow \underline{y = 0{,}83}$$

Por tanto: 83% C ; 17% H

4.4- Utilizando las tablas de entalpía normal de combustión, y teniendo en cuenta las leyes de Hess y Lavoisier, determinar la entalpía de reacción estándar de las siguientes reacciones:

(1): C (graf) + 2 $H_2 \rightarrow CH_4$ (gas)

(2): C (graf) + CO_2 (gas) $\rightarrow$ 2 CO_2 (gas)

(3): CO (gas) + 2 H_2 (gas) $\rightarrow CH_3OH$ (gas)

Asimismo, conociendo la entalpía normal de combustión del C y del CO, y la entalpía normal de las reacciones siguientes:

(4): Fe_2O_3 (s) + 3 C (graf) $\rightarrow$ 3Fe (s) + 3 CO (g); $\Delta H^0 = 117{,}3$ kcal

(5): FeO (s) + C (graf) $\rightarrow$ Fe (s) + CO (g); $\Delta H^0 = 37{,}3$ kcal

determinar las entalpías normales de formación del FeO (s) y del Fe_2O_3 (s).

(1)

$$\left.\begin{array}{l}(I)\,C(s)+O_2(g)\rightarrow CO_2(g)\\ (II)\,H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow H_2O(g)\\ (III)\,CH_4(g)+2O_2(g)\rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)\end{array}\right\}\Rightarrow(1)=(I)+2(II)-(III)$$

$$\Delta H_1^0=\Delta H_I^0+2\Delta H_{II}^0-\Delta H_{III}^0=\Delta h_{c,C}^0+2\Delta h_{c,H_2}^0-\Delta h_{c,CH_4}^0=$$

$$=-393{,}52+2\cdot(-285{,}89)-(-890{,}33)=\boxed{-74{,}85kJ}$$

(2)

$$\left.\begin{array}{l}(I)\,C(s)+O_2(g)\rightarrow CO_2(g)\\ (II)\,CO(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow CO_2(g)\end{array}\right\}\Rightarrow(2)=(I)-2(II)$$

$$\Delta H_2^0=\Delta H_I^0-2\Delta H_{II}^0=\Delta h_{c,C}^0-2\Delta h_{c,CO}^0=-393{,}52-2\cdot(-282{,}99)=\boxed{172{,}46kJ}$$

(3)

$$\left.\begin{array}{l}(I)\,CO(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow CO_2(g)\\ (II)\,H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow H_2O(g)\\ (III)\,CH_3OH(g)+\frac{3}{2}O_2(g)\rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)\end{array}\right\}\Rightarrow(3)=(I)+2(II)-(III)$$

$$\Delta H_3^0=\Delta h_{c,CO}^0+2\Delta h_{c,H_2}^0-\Delta h_{c,CH_3OH}^0=-282{,}99+2\cdot(-285{,}83)-(-173{,}64\cdot 4{,}18)=\boxed{-128{,}73kJ}$$

(4)+(5) Reacciones de formación (4) y (5):

$$(4) \quad Fe\ (s) + \frac{1}{2} O_2\ (g) \rightarrow FeO\ (s)$$

$$(5) \quad 2\,Fe\ (s) + \frac{3}{2} O_2\ (g) \rightarrow Fe_2O_3\ (s)$$

$$\left.\begin{array}{l} (I) Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 2Fe + 3CO \\ (II) FeO + C \rightarrow Fe + CO \\ (III) C + O_2 \rightarrow CO_2 \\ (IV) CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (4) = -(II) + (III) - (IV) \\ \Delta H_4^0 = -37{,}3 \cdot 4{,}18 + 393{,}52 - \\ -(-282{,}99) = \boxed{-266{,}44 kJ} \\ (5) = -(I) + 3(III) - 3(4) \\ \Delta H_5^0 = -117{,}3 \cdot 4{,}18 + 3 \cdot (-393{,}52) - \\ -3 \cdot (-282{,}99) = \boxed{-821{,}9 kJ} \end{array}\right.$$

4.5- Un gas de alto horno tiene la siguiente composición volumétrica: 4% H_2, 28% CO, 8% CO_2 y 60% N_2. Se pregunta:

1) Poderes caloríficos superior e inferior de dicho gas.
2) Entalpía de la reacción y energía interna de reacción a -5ºC de la reacción de combustión completa del H_2 (g).
3) Entropía de reacción estándar y a -5ºC para la misma reacción de la pregunta anterior.

Datos: Entalpías de formación y entropías absolutas adjuntas (tomadas de las tablas correspondientes).

Entalpías de formación:

Comp.	Δh_f^0 (kcal / mol)
H_2O (l)	–68,32
H_2O (g)	–57,80
CO_2 (g)	–94,05

Entropías absolutas:

Comp.	s^0 (kcal / mol K)
H_2 (g)	31,23
C_2 (g)	49,05
H_2O (g)	16,72

1)

$$\text{(I)} \quad \mathrm{H_2(g)} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2(g)} \rightarrow \mathrm{H_2O(l)}; \quad \Delta H_I^0 = \Delta h^0_{f,H_2O(l)} = -68{,}32\,\frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$$

$$\text{(II)} \quad \mathrm{CO(g)} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2(g)} \rightarrow \mathrm{CO_2(g)}; \quad \Delta H_{II}^0 = \Delta h^0_{f,CO_2(g)} - \Delta h^0_{f,CO(g)} = \cdots = -67{,}67\,\frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$$

$$-PCS = 0{,}04\cdot\Delta H_I^0 + 0{,}28\cdot\Delta H_{II}^0 = \cdots = -21{,}68\,\frac{\text{kcal}}{\text{mol}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{PCS = 21{,}68\,\frac{\text{kcal}}{\text{mol}}}$$

$$PCI = PCS + 0{,}04\cdot\left(\Delta h^0_{f,H_2O(l)} - \Delta h^0_{f,H_2O(g)}\right) = PCS + 0{,}04\cdot\left[-68{,}32 - (-57{,}8)\right] = \boxed{21{,}26\,\frac{kcal}{mol}}$$

2)

$$\mathrm{H_2(g)} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2(g)} \rightarrow \mathrm{H_2O(s)}\Big|_{\text{1 atm, 5ºC}}$$

$$\Delta H_T^0 = \Delta H_{T_1}^0 + \int_{T_1}^{T} \frac{d\Delta H^0}{dT}\,dT; \frac{d\Delta H^0}{dT} = \Delta c_p^0 \text{ (sin transiciones de fase).}$$

$$\Delta H_{-5}^0 = \Delta H_{25}^0 + \left(h_{H_2O,-5} - h_{H_2O,25}\right) - \frac{1}{2}\left(h_{O_2,25} - h_{O_2,-5}\right) - \left(h_{H_2,25} - h_{H_2,-5}\right) =$$

$$= -68{,}32 - \left(\int_0^{25} c^0_{p,H_2O(l)}dt + r_f + \int_{-5}^{0} c^0_{p,H_2O(s)}dt - \frac{1}{2}\int_{-5}^{25} c_{p,O_2}\,dt - \int_{-5}^{25} c_{p,H_2}\,dt\right)$$

$$c^0_{p,H_2O(l)} \approx 1\frac{\text{kcal}}{\text{kg K}} = 18 \cdot 10^{-3}\frac{\text{kcal}}{\text{mol K}}; \quad c^0_{p,H_2O(s)} \approx 0{,}49\frac{\text{kcal}}{\text{kg K}} = 8{,}82 \cdot 10^{-3}\frac{\text{kcal}}{\text{mol K}}$$

$$r_f = 80\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 1{,}44\frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$$

$$c^0_{p,O_2} = \left(6{,}085 + 0{,}363 \cdot 10^{-2} K^{-1} \cdot T\right)\frac{cal}{molK}; c^0_{p,H_2} = \left(6{,}952 - 0{,}046 \cdot 10^{-2} K^{-1} \cdot T\right)\frac{cal}{molK}$$

$$\Delta H^0_5 + 68{,}32 = \left(18 \cdot 10^{-3} \cdot 25 + 1{,}44 \cdot 8{,}82 \cdot 10^{-3} \cdot 5\right) - \frac{1}{2}\left[6{,}085 \cdot 25 + \frac{0{,}363 \cdot 10^{-2}}{2}\left(298^2 - 268^2\right)\right] \cdot$$

$$\cdot 10^{-3} - \left[6{,}952 \cdot 25 - 0{,}046 \cdot 10^{-2} \cdot \left(298^2 - 268^2\right)\right] \cdot 10^{-3} = -2{,}19\frac{kcal}{mol}$$

$$\Delta H^0_{-5} = -68{,}32 - 2{,}19 = \boxed{-70{,}51 \text{ kcal / mol}}$$

$$\Delta U^0_{-5} = \Delta H^0_{-5} - P^0 \Delta V^0 = \Delta H^0_{-5} - P^0\left(-\frac{3}{2}\frac{RT^0}{P^0}\right) = \Delta H^0_{-5} + \frac{3}{2}RT^0 =$$

$$= -70{,}51 + \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31}{4{,}18} \cdot 10^{-3} \cdot 268 = \boxed{-69{,}71\frac{\text{kcal}}{\text{mol}}}$$

3) $$\text{H}_2\text{(g)} + \frac{1}{2}\text{O}_2\text{(g)} \rightarrow \text{H}_2\text{O(l)}\Big|_{1 \text{ atm}, 5^{\circ}\text{C}} \quad ; \quad \Delta S^0 = s^0_{H_2O(l)} - \frac{1}{2}s^0_{O_2(g)} - s^0_{H_2(g)}$$

Utilizando las tablas de entropías absolutas estándar, se tiene:

$$\Delta S^0 = 16{,}72 - 0{,}5 \cdot 49{,}05 - 31{,}23 = -39{,}03 \text{ cal / mol K}$$

$$\Delta S^0_T = \Delta S^0_{T_1} + \int_{T_1}^{T}\frac{d\Delta S^0}{dT}dT = \Delta S^0_{T_1} + \int_{T_1}^{T}\frac{\Delta c^0_p}{T}dT \quad \text{(sin transiciones de fase).}$$

$$\Delta S^0_{-5} = \Delta S^0 - \left(s_{H_2O,25} - s_{H_2O,-5}\right) + \frac{1}{2}\left(s_{O_2,25} - s_{O_2,-5}\right) + \left(s_{H_2,25} - s_{H_2,-5}\right) =$$

$$= \Delta S^0 - \left(\int_{273}^{299}\frac{c_{p,H_2O(l)}}{T}dT + \frac{r_{f,273}}{273} + \int_{268}^{273}\frac{c_{H_2O(s)}}{T}dT\right) + \frac{1}{2}\int_{268}^{298}\frac{c_{p,O_2}}{T}dT + \int_{268}^{298}\frac{c_{p,H_2}}{T}dT =$$

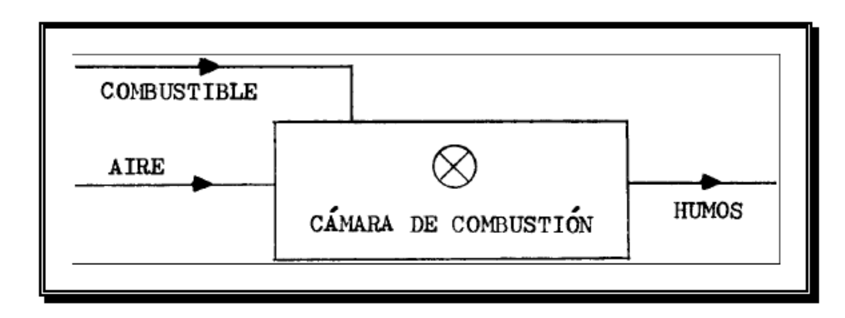
$$= -39{,}03 - \left(18 \cdot 10^{-3} \cdot ln\frac{298}{273} + \frac{1{,}44}{273} + 8{,}82 \cdot 10^{-3} \cdot ln\frac{273}{268}\right) \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(6{,}085 \cdot ln\frac{298}{268} + 0{,}363 \cdot 10^2 \cdot 30\right) + \left(6{,}952 \cdot ln\frac{298}{268} - 0{,}046 \cdot 10^{-2} \cdot 30\right) = \boxed{-44{,}94\frac{kcal}{kmol}}$$

4.6- En una cámara de combustión se produce la combustión completa de un caudal de 1 m^3/s de CO, con un caudal de aire tal que el coeficiente de exceso es $\lambda = 1{,}2$. A la entrada de la cámara tanto el aire como el CO_2 se encuentran a $T_1 = 400$ K y $P_1 = 1{,}2$ bar, siendo la temperatura de los humos a la salida $T_2 = 1\,000$ K.

Siendo la composición molar del aire 0,21 O_2 y 0,79 N_2, y considerando despreciables las variaciones de energías cinética y potencial, determinar el calor intercambiado a través de la cámara de combustión por unidad de tiempo.

Datos: $c_p(\text{J/mol K}) = a + b\,T + c\,T^2$; y tablas adjuntas de valores a, b, c, y de entalpías de formación estándar.

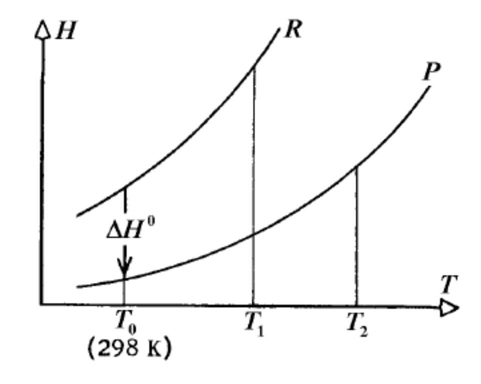


Para $300 \leq T \leq 1\,000$:

i	a	$b \cdot 10^2$	$c \cdot 10^3$
CO	30,83	1,34	3,06
O_2	30,16	–1,56	5,90
CO_2	19,94	7,25	–5,49
N_2	30,50	–11,00	1,93

i	Δh^0_f (kJ/mol)
CO (g)	–110,597
CO_2 (g)	–393,776

El diagrama (H,T) de la reacción exotérmica que tiene lugar tendría la forma:



Reacción de combustión: $\mathrm{CO(g)} + \tfrac{1}{2}\mathrm{O_2(g)} \rightarrow \mathrm{CO_2(g)}$

Aire mínimo necesario: $l_{mín} = \dfrac{0{,}5}{0{,}21} = 2{,}381 \dfrac{\text{mol aire}}{\text{mol CO}}$

Aire empleado: $l = \lambda\, l_{mín} = 1{,}2 \cdot 2{,}381 = 2{,}857 \dfrac{\text{mol aire}}{\text{mol comb}}$

$$\begin{matrix}\textit{Reactivos R} \\ \textit{(mol/molCO)}\end{matrix} \begin{cases} CO(g): 1 \\ O_2(g): 0{,}6 \\ N_2(g): 0{,}6 \cdot 79/21 = 2{,}257 \end{cases} ; \quad \begin{matrix}\textit{Productos P} \\ \textit{(mol/molCO)}\end{matrix} \begin{cases} CO_2(g): 1 \\ O_2(g): 0{,}21 \cdot l_{mín}(\lambda - 1) = 0{,}1 \\ N_2(g): 0{,}6 \cdot 79/21 = 2{,}257 \end{cases}$$

La entalpía de la reacción será:

$$\Delta H = H_P - H_R = \left(H_P - H_P^0\right) + \left(H_P^0 - H_R^0\right) - \left(H_R - H_R^0\right) = \left(H_P - H_P^0\right) - \left(H_R - H_R^0\right) + \Delta H^0$$

$$H_P - H_P^0 = \int_{298}^{T_2} \sum_{i=1}^{P} \left(\nu_i c_{p,i}\right) dT ; H_R - H_R^0 = \int_{298}^{T_1} \sum_{k=1}^{R} \left(\nu_k c_{p,k}\right) dT$$

Teniendo en cuenta que:

$$\int_{T_1}^{T_2} c_p dT = \int_{T_1}^{T_2} \left(a + bT + cT^2\right) dT = a\left(T_2 - T_1\right) + \frac{b}{2}\left(T_2^{\,2} - T_1^{\,2}\right) + \frac{c}{3}\left(T_2^{\,3} - T_1^{\,3}\right)$$

se tiene $$H_P - H_P^0 = \int_{298}^{1000} \left(c_{p,CO_2} + 0{,}1 \cdot c_{p,O_2} + 2{,}257 \cdot c_{p,N_2}\right) dT =$$

$$= 8\,267{,}07 - 8\,442{,}23 + 35\,553{,}58 = 35{,}378 \frac{\text{kJ}}{\text{mol CO}}$$

$$H_R - H_R^0 = \int_{296}^{400} \left(c_{p,CO} + 0{,}6 \cdot c_{p,O_2} + 2{,}257 \cdot c_{p,N_2}\right) dT =$$

$$= 12\,011{,}98 - 659{,}63 + 1\,370{,}83 = 12{,}723 \frac{\text{kJ}}{\text{mol CO}}$$

$$\Delta H^0 = \Delta h^0_{f,CO_2(g)} - \Delta h^0_{f,CO(g)} = -393{,}776 + 110{,}597 = -283{,}179 \frac{\text{kJ}}{\text{mol CO}}$$

De modo que: $\Delta H = 35{,}378 - 283{,}179 - 12{,}723 = -260{,}524 \dfrac{\text{kJ}}{\text{mol CO}}$

Caudal volumétrico:

$$\dot{V} = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} ; \quad \dot{N} = \dot{V}\rho = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{\dot{V}P}{RT} = \frac{1 \cdot 1{,}2 \cdot 10^5}{8{,}31 \cdot 400} = 36{,}10 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

así que el calor cedido al exterior sería:

$$\dot{Q} = \dot{N}\Delta H = 36{,}10 \cdot \left(-260{,}254\right) = \boxed{-9404{,}91 kW}$$

4.7- Un gas combustible tiene la siguiente composición volumétrica: 19% CO, 15% C_2H_4, 41% N_2 y el resto CO_2. Se pide:

1) *PCS* y *PCI* de dicho combustible.
2) ΔU^0 y ΔS^0 en su combustión completa, habiéndose elegido como estado normal para el agua el del agua líquida.
3) ΔG^0 y ΔG_{600} en su combustión completa, habiéndose elegido como estado normal del agua el del gas ideal.

Datos: tabla adjunta.

i (Comp.)	Δh^0_f (kcal / mol)	s^0 (cal / mol K)	c^0_p (cal / mol K) = $a + b\,T$: a	$b \cdot 10^2$
CO (g)	–26,4	47,30	6,73	0,04
CO_2 (g)	–94,2	51,06	5,32	1,43
C_2H_4 (g)	12,5	63,80	0,94	3,73
O_2 (g)		49,00	6,73	0,15
H_2O (l)	–68,4	16,72		
H_2O (g)	–57,8	45,11	7,70	0,05

1)

$$CO(g) + ½O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \qquad [I]$$

$$C_2H_4(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 2H_2O(l) \qquad [II]$$

$$\Delta H_I^0 = \Delta h^0_{f,CO_2} - \Delta h^0_{f,CO} = -94{,}2 - (-26{,}4) = -67{,}8 kcal$$

$$\Delta H_{II}^0 = 2\Delta h^0_{f,H_2O(l)} + 2\Delta h^0_{f,CO_2} - \Delta h^0_{f,C_2H_4(g)} = 2 \cdot (-68{,}4) + 2 \cdot (-94{,}2) - 125 = -337{,}7 kcal$$

$$\Delta H^0 = 0{,}19 \cdot \Delta H_I^0 + 0{,}15 \cdot \Delta H_{II}^0 = -63{,}5 \text{ kcal} = -PCS$$

$$\boxed{PCS = 63{,}5 \text{ kcal / mol}}$$

$$PCI = PCS - 0{,}15 \cdot 2 \cdot (68{,}4 - 57{,}8) = \boxed{60{,}3 kcal/mol}$$

2)

$$\Delta U^0 = \Delta H^0 - P^0 \Delta V^0 \; ; \quad P^0 \Delta V^0 = RT^0 \Sigma \nu_i = 978{,}6 \text{ J / mol} = 0{,}23 \text{ kcal / mol}$$

donde

$$\Sigma \nu_i = 0{,}19 \cdot (1 - 3/2) + 0{,}15 \cdot (2 - 4) = -0{,}395$$

Luego:

$$\Delta U^0 = -63{,}5 - 0{,}23 = \boxed{-63{,}7 \text{ kcal / mol}}$$

$$\Delta S_I^0 = s^0_{CO_2} - \frac{1}{2} s^0_{O_2} - s^0_{CO} = 51{,}06 - \frac{1}{2} \cdot 49 - 47{,}3 = -20{,}74 \frac{\text{cal}}{\text{mol K}}$$

$$\Delta S_{II}^0 = 2s^0_{H_2O(l)} + 2s^0_{CO_2} - 3s^0_{O_2} - s^0_{C_2H_4} = 2 \cdot 16{,}72 + 2 \cdot 51{,}06 - 3 \cdot 49 - 63{,}8 = -75{,}24 \text{ cal / mol K}$$

Luego: $\Delta S^0 = 0{,}19 \cdot \Delta S_I^0 + 0{,}15 \cdot \Delta S_{II}^0 = \boxed{-15{,}23 \text{ cal / mol K}}$

3) $\Delta G^0 = \Delta H^0 - T^0 \Delta S^0 = -60{,}3 - 298 \cdot \left(-15{,}23 \cdot 10^{-3}\right) = \boxed{64{,}83 kcal/mol}$

Recordando que $\left(\dfrac{\partial(\Delta G/T)}{\partial T}\right)_P = -\dfrac{\Delta H}{T^2}$

$$\frac{\Delta G_T^0}{T} = \frac{\Delta G_{T_0}^0}{T_0} - \int_{T_0}^{T} \frac{1}{T^2}\left(\Delta H_{T_0}^0 + \int_{T_0}^{T} \Delta c_p^0 dT\right) dT = \frac{\Delta G_{T_0}^0}{T_0} + \Delta H_{T_0}^0 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) - \int_{T_0}^{T} \frac{1}{T^2}\left(\int_{T_0}^{T} \Delta c_p^0 dT\right) dT$$

siendo $\Delta c_p^0 = (0{,}19 + 2 \cdot 0{,}15) \cdot c_{p,CO_2}^0 + 2 \cdot 0{,}15 \cdot c_{p,H_2O}^0 - \left(0{,}19 \cdot \dfrac{1}{2} + 3 \cdot 0{,}15\right) \cdot c_{p,O_2}^0 -$

$$-0{,}19 \cdot c_{p,CO}^0 - 0{,}15 \cdot c_{p,C_2H_4}^0 = 0{,}49 \cdot c_{p,CO_2}^0 + 0{,}3 \cdot c_{p,H_2O}^0 - 0{,}19 \cdot c_{p,CO}^0 -$$

$$-0{,}15 \cdot c_{p,C_2H_4}^0 - 0{,}83 \cdot c_{p,O_2}^0 = \cdots = -1{,}39 - 0{,}66 \cdot 10^{-2} T$$

$$\frac{\Delta G_{600}^0}{600} = \frac{64{,}83}{298} + (-60{,}3) \cdot \left(\frac{1}{600} - \frac{1}{298}\right) - \int_{298}^{600} \frac{1}{T^2}\left[\int_{298}^{600} 10^{-3} \cdot \left(-1{,}39 - 0{,}66 \cdot 10^{-2} T\right) dT\right] dT =$$

$$= \frac{64{,}83}{298} + 0{,}102 + 1{,}314 \cdot \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{600}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta G_{600}^0 = 193{,}06 \frac{kcal}{mol}}$$

4.8- En una cámara adiabática de combustión, y en régimen estacionario, tiene lugar la combustión de butano líquido con el aire estrictamente necesario.

1) Determinar la temperatura de combustión adiabática, si tanto el aire como el butano entran a la cámara a la temperatura de 25ºC.
2) Determinar también la temperatura teórica de combustión que se alcanzaría si la combustión tuviese lugar con un coeficiente de exceso de aire $\lambda = 4$, y habiéndose precalentado el aire hasta la temperatura de 600 K.

Se considerará el aire mezcla ideal de composición volumétrica: 21% O_2 y 79% N_2.

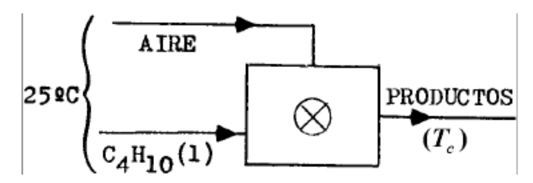
De las tablas de gases ideales (origen de entalpías $T = 0$ K) se obtiene el siguiente cuadro de valores de h en kJ / mol:

	298 K	600 K	1 300 K	1 320 K	2 450 K	2 500 K
CO_2	9,36		59,52	60,66	128,22	131,29
H_2O	9,90		48,81	49,70	106,18	108,87
N_2	8,67	17,56	42,03	42,75	94,15	96,43
O_2	8,68	17,93	40,17	40,85		

De las tablas de entalpías de formación estándar:

Comp.	Δh_f^o (kJ / mol)
C_4H_{10} (l)	–147,21
H_2O (g)	–330,24
CO_2 (g)	–393,52

1)



Combustión completa con el aire mínimo necesario:

$$C_4H_{10}(l) + \frac{13}{2}O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + \frac{5}{2}H_2O(g)$$

$$\begin{matrix} \textit{Reactivos R} \\ (mol/molC_4H_{10}) \end{matrix} \begin{cases} C_4H_{10}(l): 1 \\ O_2(g): 13/2 = 6{,}5 \\ N_2(g): 6{,}5 \cdot 79/21 = 24{,}45 \end{cases} ; \begin{matrix} \textit{Productos P} \\ (mol/molC_4H_{10}) \end{matrix} \begin{cases} CO_2(g): 4 \\ H_2O(g): 5 \\ N_2(g): 24{,}45 \end{cases}$$

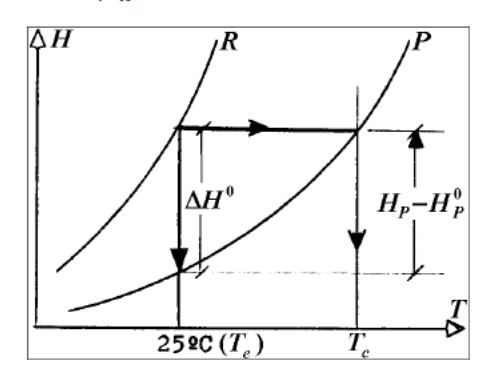
Aire mínimo necesario: $\quad l_{mín} = \dfrac{6{,}5}{0{,}21} = 30{,}95 \dfrac{\text{mol aire}}{\text{mol } C_4H_{10}}$

Haciendo un balance de energía en la cámara de combustión adiabática:

$$\Delta H = H_P - H_R = 0; \left(H_P - H_P^0\right) + \left(H_P^0 - H_R^0\right) - \left(H_R - H_R^0\right) = \left(H_P - H_P^0\right) + \Delta H^0 - \left(H_R - H_R^0\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{P} \nu_i \left(\Delta h_f^0 + h_{Tc} - h_{298}\right)_i - \sum_{k=1}^{R} \nu_k \left(\Delta h_f^0 + h_{Tc} - h_{298}\right)_k = 0$$

$$\Delta h^0 = 4\Delta h^0_{f,CO_2} + 5\Delta h^0_{f,H_2O} - \Delta h^0_{f,C_4H_{10}(l)} = 4 \cdot (-393{,}52) + 5 \cdot (-330{,}24) - (-147{,}21) = -3078{,}07 kJ$$



Puesto que las sustancias reaccionantes entran a la cámara de combustión precisamente a 25ºC, $H_R - H_R^0 = 0$, luego:

$$4 \cdot \left(h_{CO_2,Tc} - h_{CO_2,298}\right) + 5 \cdot \left(h_{H_2O,Tc} - h_{H_2O,298}\right) + 24{,}45 \cdot \left(h_{N_2,Tc} - h_{N_2,298}\right) = 3078{,}07 kJ$$

$$\Rightarrow \quad 4\, h_{CO_2,Tc} + 5\, h_{H_2O,Tc} + 24{,}45\, h_{N_2,Tc} = 3\,377 \text{ kJ}$$

Con los valores de la tabla de entalpías de gases ideales resolvemos esta ecuación por tanteo. Llamando *A*(*T*) al miembro de la izquierda, resulta:

$$T = 2\,450 \text{ K} \;\rightarrow\; A(T) = 3\,345{,}74 \text{ kJ}; \qquad T = 2\,500 \;\rightarrow\; A(T) = 3\,427{,}22 \text{ kJ}$$

Así pues: $\quad \boxed{2\,450 < Tc < 2\,500}$

2)

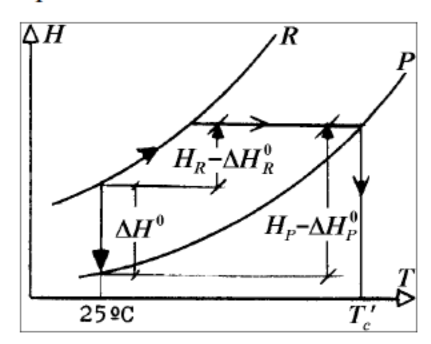
AIRE (600 K)
PRODUCTOS
(T_c)
C_4H_{10}(líq.) 25ºC

En este caso, el aire utilizado será:

$$l = \lambda\, l_{mín} = 30{,}95 \cdot 4 = 123{,}8 \text{ mol aire / mol comb.}$$

$$\begin{matrix}\textit{Reactivos R} \\ (mol/molC_4H_{10})\end{matrix}\begin{cases}C_4H_{10}(l):1 \\ O_2(g):6{,}5\cdot 4=26 \\ N_2(g):24{,}45\cdot 4=97{,}81\end{cases};\quad \begin{matrix}\textit{Productos P} \\ (mol/molC_4H_{10})\end{matrix}\begin{cases}CO_2(g):4 \\ H_2O(g):5 \\ O_2(g):19{,}5 \\ N_2(g):97{,}81\end{cases}$$

El diagrama entalpía–temperatura tendrá la forma:



Balance de energía: $\Delta H = 0 = \left(H_P - H_P^0\right) + \Delta H^0 - \left(H_R - H_R^0\right)$ [1]

$$\sum_{i=1}^{P} \nu_i \left(h_{Tc'} - h_{298}\right)_i - \sum_{k=1}^{R} \nu_k \left(h_{Tc'} - h_{298}\right)_k + \Delta H^0 = 0$$

donde: $\Delta H^0 = -3\,078{,}07$ kJ

$$\sum_{k=1}^{R} \nu_k \left(h_{Tc'} - h_{298}\right)_k = 26 \cdot \left(h_{O_2,600} - h_{O_2,298}\right) + 97{,}81 \cdot \left(h_{N_2,600} - h_{N_2,298}\right) = \cdots = 1110{,}03 kJ$$

$$\sum_{i=1}^{P} \nu_i \left(h_{Tc'} - h_{298}\right)_i = 4 \cdot \left(h_{CO_2,Tc'} - h_{CO_2,298}\right) + 5 \cdot \left(h_{H_2O,Tc'} - h_{H_2O,298}\right) +$$

$$+ 19{,}5 \cdot \left(h_{O_2,Tc'} - h_{O_2,298}\right) + 97{,}81 \cdot \left(h_{N_2,Tc'} - h_{N_2,298}\right)$$

Sustituyendo valores en [1] y operando, queda la ecuación:

$$4\,h_{CO_2,Tc'} + 5\,h_{H_2O,Tc'} + 19{,}5\,h_{O_2,Tc'} + 97{,}81\,h_{N_2,Tc'} = 5\,292{,}31 \text{ kJ}$$

Llamando $B(T)$ al miembro de la izquierda de la igualdad, tanteando:

$$T = 1300 \text{ K} \;\rightarrow\; B(T) = 5\,230{,}74 \text{ kJ}; \qquad T = 1320 \;\rightarrow\; B(T) = 5\,320{,}30 \text{ kJ}$$

Por tanto: $\boxed{1300 \text{ K} < Tc' < 1320 \text{ K}}$

4.9- La composición volumétrica de un gas natural da: 90% CH_4; 2,5% C_2H_4; 2,22% H_2; 0,1% SH_2; 0,92% CO; 4,26% N_2.

Se quema dicho gas, que entra a la cámara de combustión en condiciones normales, con un 25% de exceso de aire, que contiene un 2% en volumen de vapor de agua, y que ha sido precalentado a 550ºC.

Los *PCI* de los distintos componentes de este gas, en kcal / Nm^3 (C.N.: 0ºC, 1 bar) son: CH_4: 8 560; C_2H_4: 14 480; H_2: 2 582; CO: 3 034; SH_2: 5 514.

Para las capacidades caloríficas específicas a *P* cte., se suponen:

N_2 y aire: $(0{,}302 + 0{,}22 \cdot 10^{-4} \cdot t)$ kcal / Nm^3 ºC

Vapor de agua: $(0{,}373 + 0{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot t)$ kcal / Nm^3 ºC

SO_2 y CO_2: $(0{,}406 + 0{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot t)$ kcal / Nm^3 ºC

Se pide calcular la temperatura teórica de combustión adiabática, o temperatura de llama.

PCI del gas natural: $0{,}9 \cdot 8\,560\ (CH_4) + 0{,}025 \cdot 14\,480\ (C_2H_4) + 0{,}022 \cdot 2\,582\ (H_2) +$

$$+0{,}001 \cdot 5\,514\ (SH_2) + 0{,}0092 \cdot 3\,034\ (CO) = 8\,157 \text{ kcal / Nm}^3 \text{ comb.}$$

Volumen de los productos de la combustión por Nm^3 de gas:

$$\left.\begin{array}{c} CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O \\ C_2H_4 + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O \\ 2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \\ 2SH_2 + 3O_2 \rightarrow 2SO_2 + 2H_2O \\ 2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} CO_2: 0{,}9 + 2 \cdot 0{,}025 + 0{,}0092 = 0{,}959 \\ H_2O: 2 \cdot 0{,}9 + 2 \cdot 0{,}025 + 0{,}0222 + 0{,}001 = 1{,}87 \\ SO_2: 0{,}001 \end{array}$$

O_2 teórico: $2 \cdot 0{,}9 + 3 \cdot 0{,}025 + 3\dfrac{0{,}001}{2} + \dfrac{0{,}0092}{2} + \dfrac{0{,}022}{2} = 1{,}892 \dfrac{\text{Nm}^3}{\text{Nm}^3 \text{ comb.}}$

Aire seco teórico: $\dfrac{1{,}892}{0{,}21} = 9 \dfrac{\text{Nm}^3}{\text{Nm}^3 \text{ comb.}}$

Total aire húmedo: $\dfrac{11{,}25}{0{,}98} = 11{,}48 \dfrac{\text{Nm}^3}{\text{Nm}^3 \text{ comb.}}$

Vapor de agua (en el aire): $11{,}48 - 11{,}25 = 0{,}23 \dfrac{\text{Nm}^3}{\text{Nm}^3 \text{ comb.}}$

Entalpía total del aire empleado $\left[h_{0ºC} = 0; h_t = \int_0^t c_p\,dt = \left(A + \dfrac{B}{2} t\right) t\right]$:

$$11{,}25\cdot\left(0{,}302+0{,}000022\frac{550}{2}\right)\cdot 550\,\textit{(aire seco a 550º C)}+$$

$$+0{,}23\cdot\left(0{,}373+0{,}00005\frac{550}{2}\right)\cdot 550\,\textit{(vapor de agua en el aire)}=1955\frac{kcal}{Nm^3 comb.}$$

Total entalpía: 8 157 (comb.) + 1 955 (aire) = 10 112 kcal / Nm^3 comb.

Productos de la combustión en Nm^3 / Nm^3 comb.:

$$0{,}059\ (CO_2)+0{,}01\ (SO_2)=0{,}96\,;\quad 1{,}873\ (H_2O)+0{,}230\ (H_2O\text{ aire})=2{,}103$$

$$0{,}0426\ (N_2)+8{,}875\ (N_2\text{ aire})+0{,}473\ (O_2\text{ exceso})=9{,}403$$

Entalpía total de los productos de la combustión a la temperatura teórica T (ºC):

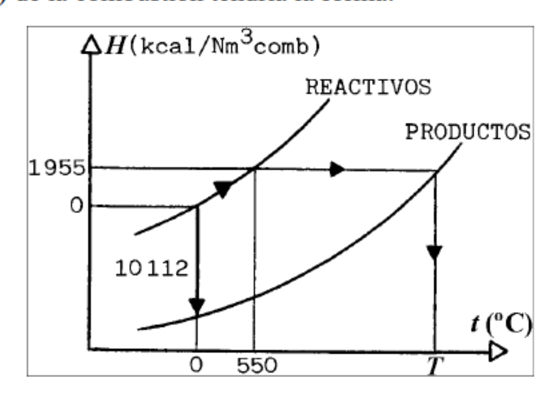
$$0{,}96\cdot\left(0{,}406+0{,}00009\frac{T}{2}\right)T+2{,}103\cdot\left(0{,}373+0{,}00005\frac{T}{2}\right)T+$$

$$+9{,}403\cdot\left(0{,}302+0{,}000022\frac{T}{2}\right)T=10112\frac{kcal}{Nm^3 comb.}$$

ya que, por ser adiabática la combustión y a presión constante, el contenido entálpico de reactivos y productos debe ser el mismo. Operando en la ecuación anterior se obtiene:

$$0{,}0002\cdot T^2+4{,}014\cdot T-10\,112=0\quad\Rightarrow\quad \boxed{T=2\,264º\,C}$$

El diagrama (H,t) de la combustión tendría la forma:



4.10- Calcular el trabajo de expansión en la reacción de combustión teórica de 1 mol de ácido benzoico ($C_7H_6O_2$) en condiciones normales (1 atm, 25ºC).
Considerar ideal el comportamiento de los gases.

Reacción de combustión teórica:

$$C_7H_6O_2\ (s) + \frac{15}{2} O_2\ (g) \rightarrow 7CO_2\ (g) + 3H_2O\ (g)$$

Considerando despreciable el volumen del ácido benzoico sólido frente al resto de gases:

$$\Delta V = 3v^0 + 7v^0 - 7{,}5v^0 = 2{,}5v^0\ ; \quad v^0 = \frac{8{,}31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 298\ \text{K}}{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}} = 0{,}02444 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

y el trabajo volumétrico será: $W = P\Delta V = \boxed{6\,194\ \text{J / mol}}$

Suponiendo que el agua quedara en estado líquido, cuyo volumen sería despreciable:

$$\Delta V' = 7v^0 - 7{,}5v^0 = -0{,}5v^0 \quad \rightarrow \quad \boxed{W' = -1\,238{,}8\ \text{J / mol}}$$

4.11- Se quema gas propano con un coeficiente de exceso de aire $\lambda = 2$.

1) a) Calcular, a partir de las correspondientes entalpías de formación, *PCS* y *PCI* en kcal / kg. ¿Qué valor puede deducirse de estos resultados para la entalpía de vaporización del agua a 25ºC? ¿Cuáles, en %, la discrepancia entre cada uno de los tres valores obtenidos y los encontrados en las tablas correspondientes?

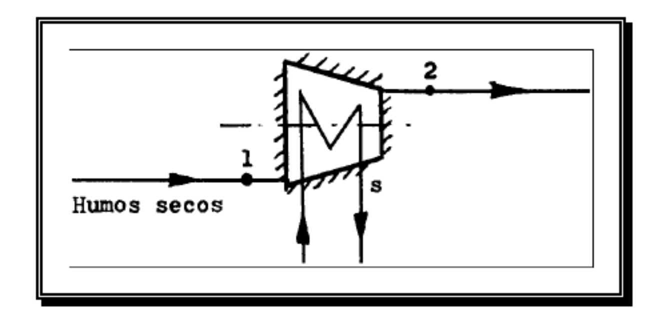
b) Suponiendo comportamiento ideal para todas las sustancias gaseosas que aparecen ($c_{p,i} = a_i + b_i T + c_i T^2$), obtener $c_p = A + B T + C T^2$ para los **humos secos** productos de la combustión, en cal / mol K de humos.

2) Los humos secos procedentes de la combustión anterior, a $T_1 = 300$ K, pasan a un compresor cuyo índice de compresión es $\varepsilon = 6$, comprimiéndose según un proceso reversible a lo largo del cual la capacidad calorífica de los humos varía según: $c = B T + C T^2$. Calcular:

a) Trabajo específico de compresión, en kJ / kg de humos comprimidos.

b) Calor intercambiado con el fluido que circula por el serpentín de refrigeración **s**, en kJ / kg de humos comprimidos.

Supóngase el aire mezcla ideal de composición molar: 20% O_2 y 80% N_2, siendo nulas las variaciones de energías cinética y potencial.



1) a) Reacción teórica con el O_2 necesario:

$$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$$

Con $\lambda = 2$: $$C_3H_8 + 2\cdot 5\, O_2 + 2\cdot 5 \cdot \frac{0{,}8}{0{,}2} N_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 5CO_2 + 40N_2$$

$$C_3H_8 + 10\, O_2 + 40N_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 5CO_2 + 40N_2$$

Para esta reacción: $$\Delta H^0 = 3\Delta h^0_{f,CO_2} + 4\Delta h^0_{f,H_2} - \Delta h^0_{f,C_3H_8} \qquad [1]$$

De la tabla de entalpías de formación estándar obtenemos:

Comp.	M_i	$\Delta h^0_{f,i}$ (cal / mol)
CO_2	44,01	–94 052
H_2O (l)	18,016	–68 317
H_2O (g)	18,016	–57 798
C_3H_8 (g)	44,094	–24 820

Sustituyendo los valores correspondientes en [1]:

$$PC = -\Delta H^0 \begin{cases} PCS = 530604 kcal/kmol = \boxed{12033 kcal/kgC_3H_8} \\ PCI = 488528 kcal/kmol = \boxed{11079 kcal/kgC_3H_8} \end{cases}$$

La diferencia entre los poderes caloríficos superior e inferior es (prácticamente) la entalpía de vaporización del agua formada en la reacción de combustión:

$$PCS - PCI \approx 4 r_{H_2O(25°C)} \quad \Rightarrow \quad r_{H_2O(25°C)} = \frac{530\,604 - 488\,528}{18{,}016 \cdot 4} = \boxed{583{,}87 \frac{\text{kcal}}{\text{kg H}_2\text{O}(25°\text{C})}}$$

Comparación de los valores obtenidos con los de las tablas (interpolando linealmente):

	PCI	PCS	$r_{H_2O(25°C)}$
Obtenido (O)	11 079	12 033	583,87
Tablas (T)	10 985	11 939	583,08
100 · (O – T) / O	0,85%	0,8%	0,13%

Como se ve, las discrepancias obtenidas son insignificantes.

b) Para los humos secos, siendo $c_{p,i} = \left(a_i + b_i T + c_i T^2\right) \frac{cal}{mol K}$, de la tabla correspondiente:

i	M_i	x_i	a_i	$b_i \cdot 10^2$	$c_i \cdot 10^9$
CO_2	44,01	3 / 48	5,316	1,4285	–0,8363
O_2	32	5 / 48	6,085	0,3631	–0,1709
N_2	28,016	40 / 48	6,903	–0,03753	0,193

De estos valores se obtiene:

$$\left.\begin{aligned} M_m &= \Sigma x_i M_i = 29{,}42 \\ A &= \Sigma x_i a_i = 6{,}7186 \\ B &= \Sigma x_i b_i = 0{,}0958 \cdot 10^{-2} \\ C &= \Sigma x_i c_i = 0{,}1068 \cdot 10^{-5} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{c_p \approx \left(6{,}72 + 10^{-3} T + 11 \cdot 10^{-7} T^2\right) \frac{cal}{mol K}}$$

2) a) $c_p = A + BT + CT^2$; $c_p - c_v = R \quad \Rightarrow \quad c_v = c_p - R = A - R + BT + CT^2$

Según el enunciado,

$$c = BT + CT^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{c_p - c}{c_v - c} = n = \frac{A}{A - R} = \cdots = 1{,}421$$

de modo que el proceso es politrópico de índice n = 1,421, cuya ecuación diferencial será:

$$dT + \frac{1-n}{n}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v dP = 0 \Rightarrow TP^{\frac{1-n}{n}} = cte \Rightarrow TP^{\frac{-R}{A}} = cte$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{R/A} = T_1\varepsilon^{R/A} = \cdots = \underline{510K}$$

Balance de energía en el compresor:

$$\delta q - \delta w_c = dh \Rightarrow \left(BT + CT^2\right)dT - \delta w_c = \left(A + BT + CT^2\right)dT \Rightarrow$$

$$\left|w_c\right| = \int_{T_1}^{T_2} A\,dT = A\left(T_2 - T_1\right) = AT_1\left(\varepsilon^{R/A} - 1\right) = \cdots = 1411{,}2\frac{kcal}{kmol} = \frac{1411{,}2}{29{,}42}\cdot 4{,}19 = \boxed{201\frac{kJ}{kg\,humos}}$$

b) $$q = \int_{T_1}^{T_2} c\,dT = \left[B\frac{T^2}{2} + C\frac{T^3}{3}\right]_{T_1}^{T_2} = B\frac{T_1^2}{2}\left(\varepsilon^{2R/A} - 1\right) + C\frac{T_1^3}{3}\left(\varepsilon^{3R/A} - 1\right) = 119{,}1\frac{kcal}{kg\,h} = \boxed{17\frac{kJ}{kg\,h}}$$

4.12- En un cohete espacial se utiliza como combustible una mezcla de pentaborano (B_5H_9) líquido (80% en peso) y de hidrazina (N_2H_4) líquida (20% en peso). El comburente utilizado es agua oxigenada (H_2O_2) líquida, en la proporción estequiométricamente exacta.

Los productos de la combustión son B_2O_3 sólido, N_2 gas y H_2O gas.

Se pide:

1) Consumo de H_2O_2 en kg / kg de combustible.
2) Poder calorífico en kcal / kg comb.

Datos:

Δh^0_f(B_2O_3 sólido) = -305 000 cal / mol; Δh^0_f(B_5H_9 líquido) = 7 740 cal / mol; Δh^0_f(N_2H_4 líquido) = 12 050 cal / mol; Δh^0_f(H_2O gas) = -57 798 cal / mol; Δh^0_f(H_2O_2 líquido) = -44 837 cal / mol.

Masas atómicas: M_O = 16; M_H = 1; M_B = 10,8; M_N = 14.

Reacción estequiométrica de combustión del B_5H_9:

$$\mathrm{B_5H_9\ (l) + 12\,H_2O_2\ (l) \rightarrow \frac{5}{2}\,B_2O_3\ (s) + \frac{33}{2}\,H_2O\ (g)}$$

luego: $$PC_{B_5H_9} = -\Delta H^0_{B_5H_9} = -\left(\frac{5}{2}\Delta h^0_{f,B_2O_3(s)} + \frac{33}{2}\Delta h^0_{f,H_2O(g)} - \Delta h^0_{f,B_5H_9(l)} - 12\Delta h^0_{f,H_2O_2(l)}\right) =$$

$$= -\left[\frac{5}{2}\cdot(-305000) + \frac{33}{2}\cdot(-57798) - 7740 - 12\cdot(-44837)\right] =$$

$$= 1185\,863\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{mol\ B_5H_9}} = \frac{1185\,863}{63} = \underline{18\,823\,\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg\ B_5H_9}}}$$

Reacción estequiométrica de combustión del N_2H_4:

$$\mathrm{N_2H_4\ (l) + 2\,H_2O_2\ (l) \rightarrow N_2\ (g) + 4\,H_2O\ (g)}$$

luego: $$PC_{N_2H_4} = -\Delta H^0_{N_2H_4} = -\left(4\Delta h^0_{f,H_2O(g)} - \Delta h^0_{f,N_2H_4(l)} - 2\Delta h^0_{f,H_2O_2(l)}\right) = \cdots =$$

$$= 153\,368\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{mol\ N_2H_4}} = \frac{153\,368}{32} = \underline{4\,793\,\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg\ N_2H_4}}}$$

Por tanto:

1) Consumo de H_2O_2: $0{,}8 \cdot \frac{12}{63} \cdot 34 + 0{,}2 \cdot \frac{2}{32} \cdot 34 = \boxed{5{,}61 \frac{\text{kg } H_2O_2}{\text{kg comb.}}}$

2) $PC = 0{,}8 \cdot 18\,823 + 0{,}2 \cdot 4\,793 = \boxed{16\,017 \text{ kcal / kg comb.}}$

4.13- En una cámara de combustión adiabática se quema un combustible con la composición gravimétrica siguiente: 85% C y 15% H. La temperatura del aire entrante a la cámara es de 400 K; y la del combustible, 298 K.

Determinar el exceso de aire con que se realiza la combustión si la temperatura adiabática de llama no excede de 1 250 K, sabiendo que el *PCI* del combustible es de 9 800 kcal / kg.

Suponer que todos los gases se comportan como gases perfectos biatómicos.

En 100 kg de combustible hay $\frac{85}{12} \approx 7{,}08 \text{ kmol C}$ y $\frac{15}{2} = 7{,}5 \text{ kmol } H_2$.

Reacción estequiométrica:

$$7{,}08\,C + 7{,}5\,H_{2+} + 10{,}83\,O_2 + 10{,}83 \cdot \frac{79}{21}\,N_2 \;\rightarrow\; 7{,}08\,CO_2 + 7{,}5\,H_2O\,(v) + 10{,}83 \cdot \frac{79}{21}\,N_2$$

Llamando c = (7,08 C + 7,5 H_2), y siendo $\lambda = \frac{O_2 \text{ empleado}}{O_2 \text{ necesario}} = \text{coeficiente de exceso}$:

$$c + 10{,}83\lambda O_2 + 40{,}74\lambda N_2 \rightarrow 7{,}08CO_2 + 7{,}5H_2O + 10{,}83(\lambda - 1)O_2 + 40{,}74\lambda N_2$$

Por ser la combustión adiabática: $H^P - H^R = 0$

$$\Rightarrow \left[7{,}08h_{CO_2} + 7{,}5h_{H_2O(v)} + 10{,}83(\lambda-1)h_{O_2} + 40{,}74\lambda h_{N_2}\right]_{1250} -$$

$$-\left(h_{c,298} + 10{,}83\lambda h_{O_2,400} + 40{,}74\lambda h_{N_2,400}\right) = 0 \qquad [1]$$

$$PCI = 980\,000\frac{\text{cal}}{\text{kg}} = -\Delta H^0 = -\left[7{,}08\,h_{CO_2} + 7{,}5\,h_{H_2O(v)} - h_c - 10{,}83\,h_{O_2}\right]_{298} \qquad [2]$$

$$[1] + [2] \rightarrow 7{,}08\left(h_{CO_2,1250} - h_{CO_2,298}\right) + 7{,}5\left(h_{H_2O,1250} - h_{H_2,298}\right) + 40{,}74\lambda\left(h_{N_2,1250} - h_{N_2,400}\right) +$$

$$+10{,}83\lambda\left(h_{O_2,1250} - h_{O_2,400}\right) - 10{,}83\left(h_{O_2,1250} - h_{O_2,298}\right) = 980000$$

Siendo c_p = 7 cal / mol K, y operando:

$$(7{,}08 + 7{,}5)\cdot 952 + 51{,}57\cdot\lambda\cdot 850 = 10{,}83\cdot 952 + 980000/7 \Rightarrow \underline{\lambda \approx 3{,}11}$$

y el exceso de aire empleado será: $\lambda - 1 = 2{,}11 = \boxed{211\%}$

4.14- El hierro pasa del estado ferromagnético (Fe^f) al estado paramagnético (Fe^p) a 760ºC con una absorción de calor de 660 cal / mol.

Calcular el calor de oxidación del Fe^p a óxido ferroso (FeO) por oxígeno (O_2) a la citada temperatura de 760ºC y a la presión estándar de 1 atm.

Datos: $Fe^f + ½ O_2 (g) \rightarrow FeO (s)$; $\Delta H^0_{298} = -63\,200$ cal / mol.

$c_p[Fe^f] = (4{,}18 + 5{,}92 \cdot 10^{-3}\, T)$ cal / mol K.

$c_p[FeO(s)] = (11{,}66 + 2 \cdot 10^{-3}\, T - 0{,}67 \cdot 10^5\, T^{-2})$ cal / mol K.

$c_p[O_2(g)] = (7{,}16 + 10^{-3}\, T - 0{,}4 \cdot 10^5\, T^{-2})$ cal / mol K.

$$Fe^f + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow FeO(s) \qquad [1]$$

$$\Delta H'_{1033} = \Delta H^0_{298} + \int_{298}^{1033} \Delta c_p dT$$

siendo $\Delta c_p = c_{p,FeO(s)} - c_{p,Fe^f} - \frac{1}{2} c_{p,O_2(g)} = 3{,}9 - 4{,}42 \cdot 10^{-3} T - 0{,}47 \cdot 10^5 T^{-2} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \Delta H'_{1033} = -62\,608 \text{ cal / mol}$$

Según el enunciado: $Fe^f \rightarrow Fe^p$; $\Delta H''_{1033} = 660$ cal / mol [2]

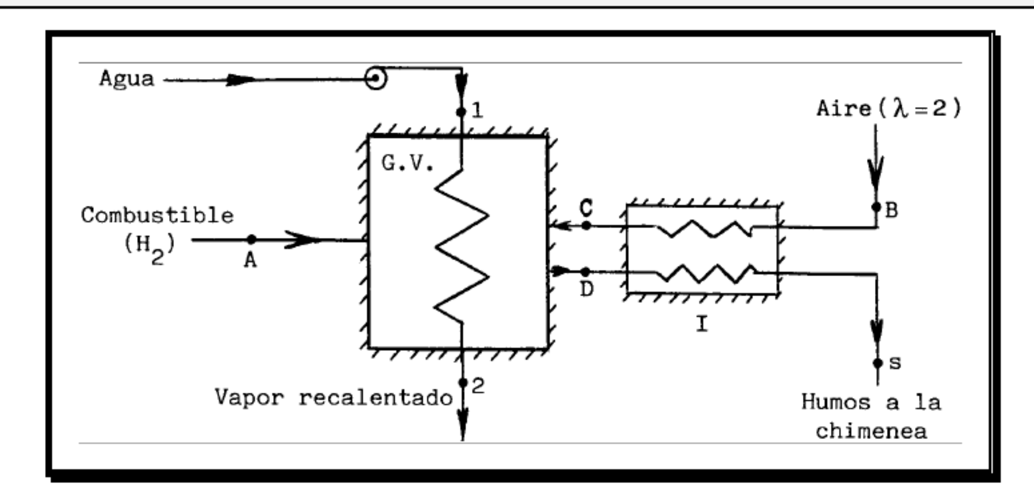
Según la ley de Hess, de [1] y [2]:

$$Fe^p + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow FeO(s); \quad \Delta H_{1033} = \Delta H'_{1033} - \Delta H''_{1033} = \boxed{-63\,262 \frac{\text{cal}}{\text{mol}}}$$

4.15- La figura es el esquema de un generador de vapor de agua. Como se ve, el combustible empleado es H_2; y el comburente, aire (con un coeficiente de exceso $\lambda = 2$). Todos los gases se considerarán perfectos biatómicos de $c_p = 7$ cal / mol K, al igual que el vapor de agua formado en la combustión. El aire es una mezcla ideal de composición volumétrica 21% O_2 y 79% N_2; y, como se ve en la figura, se precalienta en el intercambiador de calor **I** con los humos que salen del generador de vapor, con lo que, al mismo tiempo, se acondicionan éstos para su vertido a la atmósfera. El agua líquida se considerará incompresible y de calor específico constante $c = 4{,}18$ J / g K.

Las condiciones de los fluidos en los distintos puntos son: **1** (25ºC, 10 bar); **2** (550ºC, 10 bar); **A** (25ºC, 1 atm); **B** (25ºC, 1 atm); **C** (550ºC, 1 atm); **D** (600ºC, 1 atm). Se pide calcular:

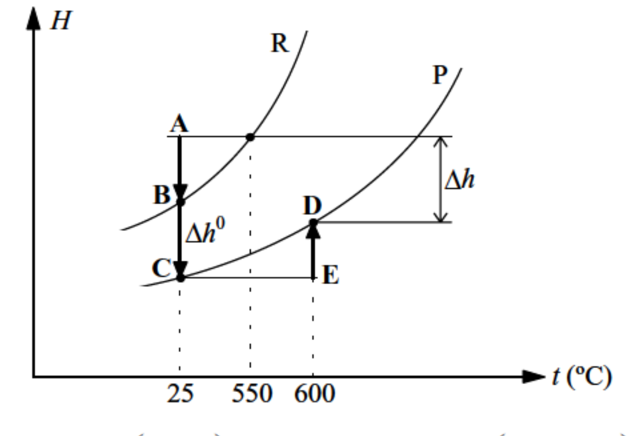
1) Energía generada, en kJ, por cada kg de H_2 quemado en el G.V.
2) Temperatura de salida de los humos a la chimenea.
3) Masa de H_2 quemado, en kg / h, si se necesita un caudal másico de vapor recalentado de 5 000 kg / h.



1) $$H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(g); \quad \Delta h^0 = \Delta h^0_{f,H_2O(g)} \underset{\text{(tabla)}}{=} -57\,798 \frac{\text{kcal}}{\text{kmol}}$$

$$\text{Con } \lambda = 2: \quad H_2(g) + O_2(g) + \frac{79}{21}N_2(g) \rightarrow H_2O(g) + \frac{1}{2}O_2(g) + \frac{79}{21}N_2(g)$$

El diagrama (H,t) de la combustión será de la forma:



$$\left|\Delta h\right| = \left|\overline{AB}\right| + \left|\overline{BC}\right| - \left|\overline{DE}\right| = \underbrace{\left(1+\frac{79}{21}\right)}_{N\,aire}\cdot 7\cdot(550-25) + \underbrace{57798}_{-\Delta h^0} - \underbrace{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{79}{21}\right)}_{N\,humos}\cdot 7\cdot(600-25) =$$

$$= 54\,119\,\frac{\text{kcal}}{\text{kmol H}_2} = 54\,119\cdot\frac{4{,}18}{2} = \boxed{113109\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg H}_2}}$$

2) Haciendo un balance de entalpía en el intercambiador:

$$\underbrace{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{79}{21}\right)}_{N\,humos}\cdot 7\cdot(600-t_s) = \underbrace{\left(1+\frac{79}{21}\right)}_{N\,aire}\cdot 7\cdot(550-25) \Rightarrow \boxed{t_s = 125^o\,C}$$

3)

$$h_1 = 25\cdot 4{,}18 = 104{,}5 \text{ kJ / kg}\,; \quad h_2 \underset{\text{(tabla)}}{=} 3\,588 \text{ kJ / kg}$$

Balance de entalpía en el generador propiamente dicho:

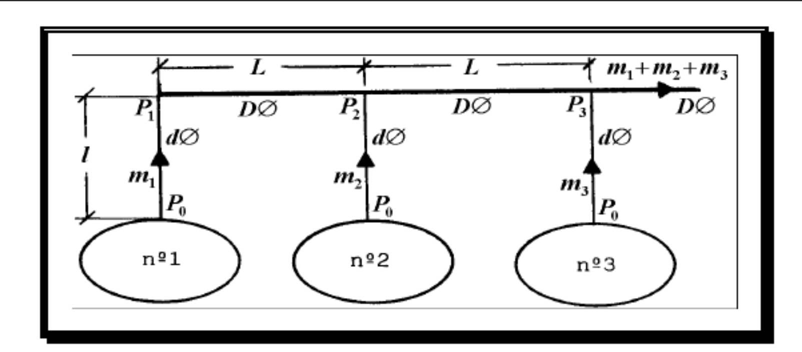
$$\dot m_{H_2}\left|\Delta h\right| = \dot m_{vap}(h_2 - h_1) \Rightarrow \boxed{\dot m_{H_2} = 154\,kg\,H_2/h}$$

4.16- Para suministrar la demanda de vapor de una instalación industrial, se dispone de tres generadores de vapor de la misma marca y modelo, que producen vapor saturado seco a la presión P_0. Dichos generadores están conectados hidráulicamente a la línea de suministro según el esquema de la figura.

Comprobar que con esta disposición se producen problemas de funcionamiento, ya que el generador nº 3 tiende a estar sobrecargado respecto del nº 2, y éste, a su vez, respecto del nº 1. Comprobar este efecto cuando $P_0 = 15$ bar, $d = 14$ cm, $D = 30$ cm, $l = L = 8$ m, siendo la producción de vapor en el generador nº 1 $\dot{m}_1 = 3$ kg / s.

Proponer otro esquema de conexión en el que estos problemas de operación no se presenten.

Nota: con objeto de facilitar la solución del problema, no se considerarán las pérdidas de carga locales, utilizando la siguiente expresión en las conducciones: $\Delta = k \cdot (\text{gasto}^2 \cdot \text{longitud}) / (\text{diámetro}^5)$, donde k es una constante.



$$\left.\begin{aligned} P_0 - P_1 &= k\frac{\dot{m}_1^2 l}{d^5} \\ P_1 - P_2 &= k\frac{\dot{m}_1^2 L}{D^5} \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_0 - P_2 = k\dot{m}_1^2\left(\frac{l}{d^5} + \frac{L}{D^5}\right)$$

Entre colector y nº 2 hay una caída de presión mayor que entre colector y nº 1. Por tanto, el generador nº 2 descargará más vapor:

$$\dot{m}_2 = \left[\frac{d^5}{kl}(P_0 - P_2)\right]^{1/2} = \left[\frac{d^5}{l}\dot{m}_1^2\left(\frac{l}{d^5} + \frac{L}{D^5}\right)\right]^{1/2}$$, y de igual modo:

$$\left.\begin{array}{l} P_2 - P_3 = k\dfrac{L}{D^5}(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)^2 \\ P_0 - P_2 = k\dot{m}_1^2\left(\dfrac{l}{d^5} + \dfrac{L}{D^5}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow P_0 - P_3 = k\frac{L}{D^5}(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)^2 + k\dot{m}_1^2\left(\frac{l}{d^5} + \frac{L}{D^5}\right)$$

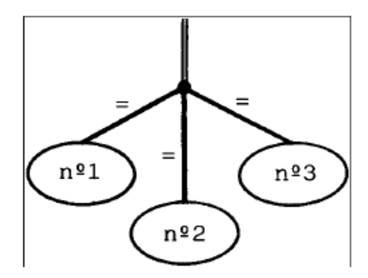
$$\dot{m}_3 = \left[\frac{d^5}{kl}(P_0 - P_3)\right]^{1/2} = \left[\frac{d^5}{l}\left(\left(\frac{L}{D^5}\right)(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)^2 + \dot{m}_1^2\left(\frac{l}{d^5} + \frac{L}{D^5}\right)\right)\right]^{1/2}$$

Con los datos del enunciado se obtienen:

$\dot{m}_2 = 3{,}035\ \mathrm{kg/s}$, que supone un **incremento del 0,8%** sobre $\dot{m}_1$

$\dot{m}_3 = 3{,}200\ \mathrm{kg/s}$, que supone un **incremento del 6,6%** sobre $\dot{m}_1$

Estos problemas de funcionamiento se evitarían consiguiendo que las caídas de presión desde los generadores al colector fueran las mismas. Conservando iguales los diámetros de las conducciones, ello ocurrirá cuando sus longitudes sean iguales. Serviría, por ejemplo, una instalación como:



Si esta distribución fuera espacialmente difícil o imposible, se podría solucionar el problema de sobrecargas jugando con los valores de los diámetros *d* y *D*.

CAPÍTULO V

Procesos de Trabajo. Compresores.
Máquinas de Vacío. Bombas.

5. PROBLEMAS RELATIVOS A:

PROCESOS DE TRABAJO. COMPRESORES. MÁQUINAS DE VACÍO. BOMBAS. VENTILADORES.

5.1- En régimen estacionario se comprime aire mediante un compresor rotativo hasta que la densidad sea 1,5 veces la inicial. Siendo la temperatura de entrada al compresor de 20ºC, y considerándose el aire G.P. de $c_v = 5\,R/2$, determinar el trabajo técnico de compresión por mol, en los procesos:

1) Adiabático reversible.
2) Isotermo reversible.
3) Politrópico reversible de índice de politropía $n = 1,3$.
4) Adiabático no reversible, de modo que el estado del aire a la salida del compresor está sobre la politrópica de $n = 1,5$ correspondiente al estado de entrada al compresor.

No se considerarán variaciones de energías cinética y potencial.

1) Según el enunciado, siendo **1** y **2** los estados de entrada y salida en el compresor:

$$-w_t = h_2 - h_1 \Rightarrow w_t = h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

Por ser el proceso adiabático reversible:

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma-1}$$

y:
$$w_t = \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1 \left[1 - \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{1,4}{0,4} R \cdot 293 \left[1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{0,4}\right] = \boxed{-180,57R} \; (s\ cte.)$$

2) Siendo q el intercambio específico de calor en la compresión:

$$q - w_t = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = 0 \Rightarrow q = w_t = -\int_{\substack{1,2 \\ (T)}} v\,dP = -\int_{1,2} \frac{P_1 v_1}{P} dP = -P_1 v_1 \, ln \frac{P_2}{P_1} =$$

$$= P_1 v_1 \ln\frac{P_1}{P_2} = RT_1 \ln\frac{P_1}{P_2} = RT_1 \ln\frac{\rho_1}{\rho_2} = 293\,R \ln\frac{2}{3} = \boxed{-118{,}80\,R} \quad (T \text{ cte., rev.})$$

3)
$$q - w_t = h_2 - h_1$$

Siendo c la capacidad calorífica específica a lo largo de la compresión politrópica:

$$q = c\Delta T = \frac{n-\gamma}{n-1} c_v (T_2 - T_1) = \frac{n-\gamma}{n-1} c_v (T_2 - T_1) = \frac{n-\gamma}{n-1} c_v T_1 \left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{n-1} - 1\right] =$$

$$= \frac{1{,}3-1{,}4}{0{,}3} \cdot \frac{5}{2} R \cdot 293 \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{0{,}3} - 1\right] = \underline{-31{,}58R}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{n-1} - 1\right] = \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot R \cdot 293 \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{0{,}3} - 1\right] = \underline{132{,}64R}$$

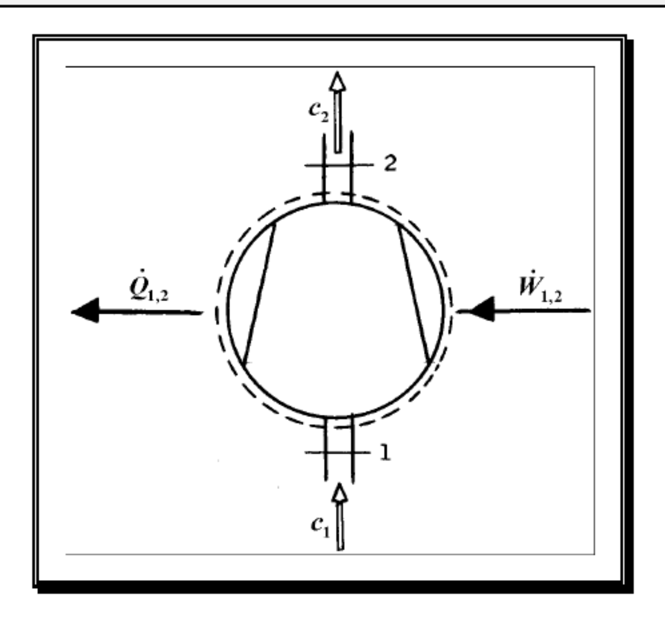
de modo que: $w_t = q - \Delta h = -31{,}58\,R - 132{,}64\,R = \boxed{-162{,}23\,R} \quad (n \text{ cte., rev.})$

4) Siendo adiabático el proceso:

$$-w_t = h_2 - h_1 = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{n-1} - 1\right] = \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot R \cdot 293 \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{0{,}5} - 1\right] = \boxed{230.48R} \; (q = 0, irrrev.)$$

5.2- Un compresor refrigerado absorbe un caudal de aire $\dot{m} = 1{,}2\ \text{kg/s}$ de la atmósfera, a $t_a = 15$ºC y $P_a = 1$ bar, y lo comprime hasta $P_2 = 3{,}5$ bar, alcanzando en la tubería de salida, de diámetro 160 mm, la temperatura $t_2 = 100$ºC.

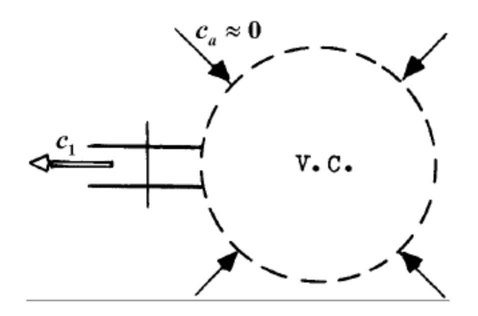
En este proceso el flujo calorífico es $\dot{Q}_{1,2} = -50{,}5\ \text{kJ/s}$. Determinar la potencial del compresor, considerando el aire G.P. de $c_p = 1{,}004\ \text{kJ/kg K}$.



Balance de energía:

$$\dot{Q}_{1,2} - \dot{W}_{VC} = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\left(c_2^{\,2} - c_1^{\,2}\right) + g(z_2 - z_1)\right]$$

El compresor es un sistema abierto. En la entrada **1** no conocemos ni la entalpía h_1 ni la velocidad del aire c_1. Para hallarlas, consideremos un segundo sistema abierto (marcado con línea discontinua en la figura adjunta), cuya superficie de control es lo suficientemente grande como para considerar que la velocidad de entrada del aire a través de ella es despreciable. A través de los límites de este sistema no tiene lugar ningún transporte de calor ni trabajo técnico:



Aplicando el Primer Principio por unidad de masa al V.C. de la figura:

$$0 = 0 + h_a - h_1 + \frac{1}{2}\left(c_a^{\,2} - c_1^{\,2}\right) \underset{(c_a = 0)}{\Rightarrow} h_1 + \frac{1}{2}c_1^{\,2} = h_a$$

Es decir, la suma de la entalpía más la energía cinética a la entrada del compresor es precisamente el valor de la entalpía del aire atmosférico en reposo (entalpía de parada). Con lo cual:

$$\dot{Q}_{1,2} = \dot{W}_t + \dot{m}\left(h_2 + \frac{1}{2}c_2^{\,2} - h_a \right) \qquad [1]$$

$$h_2 - h_a = c_p\left(T_2 - T_a\right) = 1{,}004\frac{kJ}{kg\,K}\cdot(373-288)K = \underline{85{,}34\frac{kJ}{kg}}$$

$$\dot{m} = Ac\rho = A_2 c_2 \rho_2 \quad \Rightarrow \quad c_2 = \frac{\dot{m}}{A_2\rho_2} = \frac{\dot{m}}{\frac{1}{v_2}\frac{\pi\, d_2^{\,2}}{4}} = \frac{4\,\dot{m}\,R\,T_2}{\pi\, d_2^{\,2}} = \cdots = \underline{0{,}528\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Sustituyendo en [1]:

$$W_t = \dot{Q}_{1,2} - \dot{m}\left(h_2 - h_a + \frac{1}{2}c_2^{\,2} \right) = \cdots = \boxed{-153{,}06kW}$$

5.3- Un compresor de aire refrigerado por agua comprime un caudal $\dot{m} = 18{,}5\ \mathrm{kg/min}$. El aire se toma del medio ambiente a $P_a = 765\ \mathrm{torr}$ y $t_a = 17\mathrm{^oC}$. La presión del aire a la salida del compresor es $P_2 = 3{,}12\ \mathrm{kp/cm^2}$, y su temperatura $t_2 = 82\mathrm{^oC}$, siendo el diámetro de la tubería de descarga $d_2 = 80\ \mathrm{mm}$.

El caudal de agua de refrigeración es de $0{,}4\ \mathrm{kg/s}$, que entra al compresor a la temperatura ambiental y sale a $45\mathrm{^oC}$, siendo su presión cte. $= P_a$, a lo largo de un serpentín de sección constante.

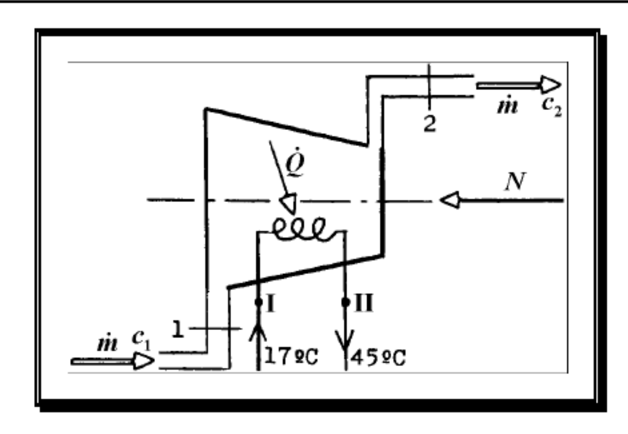
Considerando el aire como un gas ideal biatómico de masa molecular $M_m = 28{,}9$, y siendo el rendimiento mecánico del compresor $\eta_m = 0{,}89$, determinar:

1) Potencia suministrada al compresor.
2) Caudales volumétricos de aire a la entrada y a la salida del compresor.

Para el aire se tomará:

$$c_p = (6{,}713 + 0{,}047 \cdot 10^{-2} T + 0{,}114 \cdot 10^{-5} T^2)\ \mathrm{cal/mol\ K}.$$

El agua líquida se supone incompresible de $c = \text{cte.} = 4{,}18\ \mathrm{J/g\ K}$.



1) Aplicando el Primer Principio al VC global de la figura, de entrada (**1+I**) y salida (**2+II**), teniendo en cuenta que la velocidad del agua líquida incompresible es constante:

$$-N = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right)\right] + \dot{m}_{ag}(h_{II} - h_I) = \dot{m}\left(h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 - h_a\right) + \dot{m}_{ag}(h_{II} - h_I)$$

siendo h_a la entalpía de parada, según se ha visto en el problema anterior.

Cálculo de c_2: $\dot{m} = \dfrac{18{,}5}{60} = A_2 c_2 \rho_2 = \dfrac{A_2 c_2 P_2}{R_m T_2} \quad \Rightarrow \quad c_2 = \cdots = \underline{20{,}48\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$

$$h_2 - h_a = \int_{T_a}^{T_2} c_p dT = \int_{290}^{355} \left(6{,}713 + 0{,}047 \cdot 10^{-2} T + 0{,}114 \cdot 10^{-5} T^2\right) dT = \cdots = \underline{65{,}65 \frac{kJ}{kg}}$$

$$\dot{m}_{ag}\left(h_{II} - h_I\right) = 0{,}4 \cdot 4{,}18 \cdot \left(45 - 17\right) = \underline{46{,}82 kJ/kg}$$

Sustituyendo valores: $N = \cdots = \underline{-67{,}13\,\text{kW}}$

Por tanto, la potencia suministrada en el eje debe ser:

$$N_{eje} = -\frac{N}{\eta_m} = \frac{67{,}13}{90{,}89} = \boxed{75{,}42\text{ kW}}$$

2) $$\dot{V}_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2} = \frac{18{,}5/60}{P_2/R_m T_2} = \cdots = \boxed{0{,}103 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}; \quad \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \frac{\rho_2}{\rho_1} = \dot{V}_2 \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1}$$

La temperatura de entrada T_1 no coincide con T_a, ya que en la aspiración hay una expansión del aire y una aceleración. Si esa expansión pudiera considerarse isoentrópica, la temperatura del aire se obtendría imponiendo la condición $s_1 = s_a$ y resolviendo para el valor de c_p que nos dan en el enunciado.

Considerando que en dicho proceso de aspiración la variación de la capacidad térmica es despreciable, y por tanto γ = cte. = 1,4, hipótesis que originaría un error despreciable, escribimos:

$$T_1 = T_a \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

y, puesto que la variación es muy pequeña, vamos a suponer $T_1 = T_a$ y $P_1 = P_a$, con lo que:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \frac{T_a P_2}{T_2 P_a} = \cdots = \boxed{0{,}252 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

5.4- El aire atmosférico que se encuentra en un lugar a 725 torr y 15ºC, siendo la presión parcial del vapor de agua en él de 12 mbar, se comprime hasta 6,8 bar, según una compresión reversible en dos etapas con refrigeración intermedia. El caudal de aire, medido a la entrada del primer compresor, es de 11,5 m^3/min. Ambos compresores funcionan con la misma relación de compresión, pudiéndose considerar el proceso politrópico de índice de politropía $n = 1,32$ para ambos compresores.

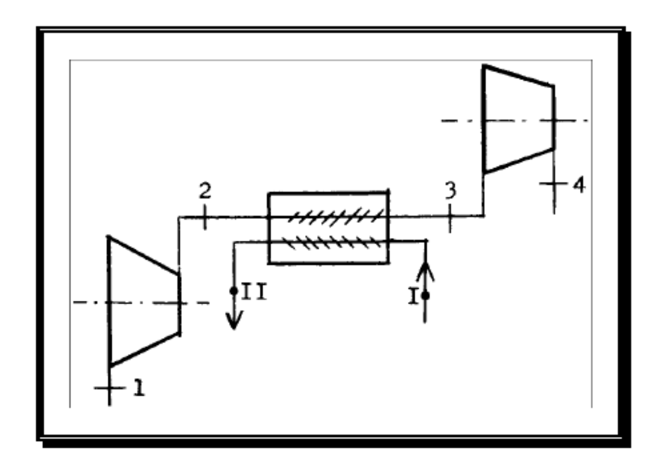
En el enfriador intermedio, en el que se consideran despreciables las pérdidas de carga, se consigue enfriar el aire hasta la mínima temperatura posible sin que se produzca condensación. Se dispone para ello de un caudal másico de agua de refrigeración de 250 g / s a la temperatura de 15ºC. Se pide:

1) Potencia total consumida, siendo el rendimiento mecánico de ambos compresores $\eta_m = 0,9$.
2) Calor intercambiado por el aire en el enfriador intermedio por minuto, y temperatura del agua de refrigeración a la salida del intercambiador.
3) Suponiendo que la temperatura mínima a la que se puede enfriar el aire en el enfriador intermedio fuera de 35ºC, determinar la relación de presiones con que debería funcionar cada compresor para que la potencia total consumida fuera mínima.

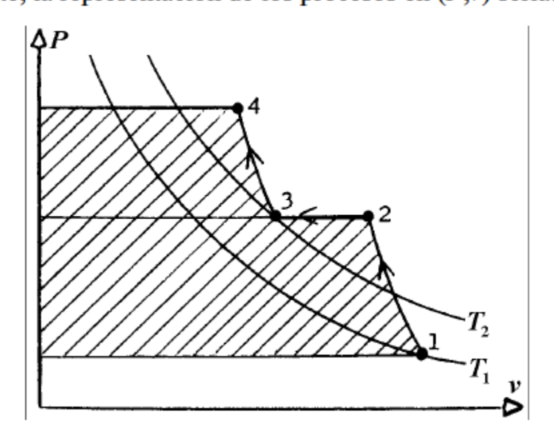
Se considerará que los procesos de compresión en ambos compresores son siempre politrópicos de $n = 1,32$ cualesquiera que sean las condiciones de entrada del aire al segundo compresor.

4) Efectuar un balance global de energía para el conjunto de la instalación, en las condiciones de funcionamiento correspondientes a las preguntas 1) y 2), comprobando que efectivamente se cumple el Primer Principio. Asimismo, dibujar un diagrama detallado de flujo de energía.

Datos: aire, G.I. de $c_p = (6,713+0,047 \cdot 10^{-2} T + 0,115 \cdot 10^{-5} T^2)$ cal / mol K



1) Esquemáticamente, la representación de los procesos en (P,v) sería:



En este diagrama se aprecia que, mediante el enfriamiento **2-3**, se consigue disminuir el trabajo de compresión respecto del necesario en la compresión de una sola etapa.

Ya que las relaciones de compresión son iguales, $P_2/P_1 = P_4/P_3$;

y teniendo en cuenta que $1\text{ bar} = \frac{1}{1{,}013}\text{atm} = \frac{760\text{ torr}}{1{,}013} \approx 750\text{ torr}$:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = \frac{6{,}80}{725/750} = 7{,}034 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = 2{,}65$$

Potencia total consumida: $-\frac{\dot{N}}{\eta_m}\left(w_{t,1} + w_{t,2}\right)$ [1]

donde $w_{t,1}$ es el trabajo técnico en la primera compresión, y $w_{t,2}$ en la segunda:

$$w_{t,1} = \frac{n}{n-1} RT_1\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = -2630{,}37\,\frac{J}{mol}$$

$$w_{t,2} = \frac{n}{n-1} RT_3 \left[1 - \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = w_{t,1} \frac{T_3}{T_1}$$

$$P\dot{V} = \dot{N}RT \Rightarrow \dot{N} = \frac{P\dot{V}}{RT} = \frac{(725/750) \cdot 10^5 \cdot 11{,}5}{8{,}31 \cdot 288 \cdot 60} = 7{,}74 \frac{mol}{s}$$

Calculemos la temperatura T_3:

$$\left. \begin{array}{l} P_{v,1} = x_v P_1 \\ P_{v,3} = x_v P_3 \end{array} \right\} \Rightarrow P_{v,3} = P_{v,1} \frac{P_3}{P_1} = 12 \cdot 2{,}65 = 31{,}82 mbar$$

que es la presión de saturación correspondiente a T_3. De la tabla del agua saturada, t_3 = 25ºC.

Sustituyendo en [1]: $$N_c = -\dot{N} \frac{w_{t,1}}{\eta_m} \left(1 + \frac{T_3}{T_1} \right) = \boxed{46{,}04 kW}$$

2) Haciendo un balance de energía en el intercambiador:

$$\dot{N}(h_2 - h_3) = \dot{m}_{ag} (h_{II} - h_I); \dot{Q} = \dot{N}(h_3 - h_2) = \dot{N} \int_{T_2}^{T_3} c_{p,a} dT =$$

$$= \int_{T_2}^{T_3} \left(6{,}713 + 0{,}047 \cdot 10^{-2} T + 0{,}115 \cdot 10^5 T^2 \right) dT \qquad [2]$$

siendo $$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 364{,}75 K$$

valor que llevado a [2], y operando da: $$\boxed{\dot{Q} = -3\,614 \frac{\text{cal}}{\text{s}}}$$

Para el agua: $$-\dot{Q} = \dot{m}_{ag} (h_{II} - h_I) = \dot{m}_{ag} c_{ag} (t_{II} - t_I) \Rightarrow \boxed{t_{II} = 29{,}5^o C}$$

3) $$w_t = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{P_L}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] + \frac{n}{n-1} RT_3 \left[1 - \left(\frac{P_4}{P_L} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Para que el trabajo (potencia) sea mínimo:

$$\frac{dw_t}{dP_L} = 0 = -\frac{n}{n-1} RT_1 \frac{n-1}{n} \left(\frac{P_L}{P_1} \right)^{\frac{-1}{n}} \frac{1}{P_1} - \frac{n}{n-1} RT_3 \frac{n-1}{n} \left(\frac{P_4}{P_L} \right)^{\frac{-1}{n}} \left(\frac{-P_4}{P_L^{\,2}} \right)$$

$$T_1 \left(\frac{P_L}{P_1} \right)^{\frac{-1}{n}} \frac{1}{P_1} = T_3 \frac{P_4^{(n-1)/n}}{P_L^{2(n-1)/n}} \Rightarrow P_L^{2(n-1)/n} = \frac{T_3}{T_1} \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\Rightarrow P_L = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{n}{2(n-1)}}\left(\frac{P_1}{P_4}\right)^{\frac{1}{2}} = \cdots = \underline{2{,}94 bar}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2{,}94}{725/750} = 3{,}04\,; \quad \frac{P_4}{P_3} = \frac{6{,}80}{2{,}94} = \boxed{2{,}31}$$

En este caso:

$$\left.\begin{aligned} w_{t,1} &= \frac{n}{n-1}RT_1\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \cdots = -3055{,}6\frac{J}{mol} \\ w_{t,2} &= \frac{n}{n-1}RT_3\left[1-\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \cdots = -2377{,}1\frac{J}{mol} \end{aligned}\right\} \Rightarrow N_c = \frac{-\dot{N}}{\eta_m}\left(w_{t,1}+w_{t,2}\right) = \boxed{-46{,}72kW}$$

Nota: $P_{v,3} = P_{v,1}(P_3/P_1) = 36{,}49\text{ mbar} < P_s(35^{\circ}\text{C}) = 56{,}22\text{ mbar}$, y por lo tanto no hay problema de condensación.

4) Compresor **1**: $q_1 - w_{t,1} = h_2 - h_1 = \int_{298}^{364{,}5} c_{p,a}(T)dT = 515{,}22 + 11{,}77 + 9{,}44 = 536{,}43\frac{cal}{mol}$

$$T_4 = T_3(P_4/P_3)^{(n-1)/n} = 298 \cdot 2{,}852^{0{,}32/1{,}32} = \underline{377{,}48K}$$

Compresor **2**:

$$q_2 - w_{t,2} = h_4 - h_3 = \int_{298}^{377{,}98} c_{p,a}(T)dT = 533{,}54 + 12{,}62 + 10{,}47 = 556{,}63\frac{cal}{mol}$$

De modo que: $q_1 = -2\,630{,}75 + 536{,}43 \cdot 4{,}18 = \boxed{-388{,}67\text{ J / mol}}$

$$q_2 = -2\,722{,}30 + 2\,326{,}71 = \boxed{-395{,}59\text{ J / mol}}$$

Balance global de energía:

$$\dot{N}\left(q_1 - w_{t,1}\right) + \dot{N}\left(q_2 - w_{t,2}\right) = \dot{N}\left(h_4 - h_1\right) + \dot{m}_{ag}\left(h_{II} - h_I\right) \qquad [3]$$

Por tanto, ha de cumplirse:

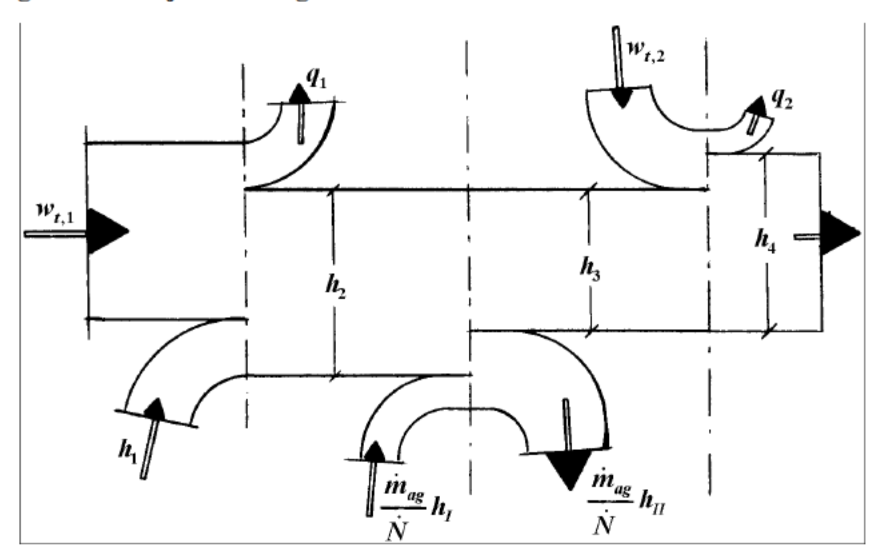
$$13{,}75kW + 18{,}01kW = 7{,}74\left(h_4 - h_3\right) + 15{,}11kW$$

En efecto:

$$h_4 - h_3 = \int_{T_3}^{T_4} c_{p,a}dT = 13{,}79 + 599{,}67 + 11{,}44 = 625{,}08\frac{cal}{mol} = 2612{,}8\frac{J}{mol}$$

y sustituyendo este valor en la igualdad anterior se comprueba que, en efecto, se satisface [3].

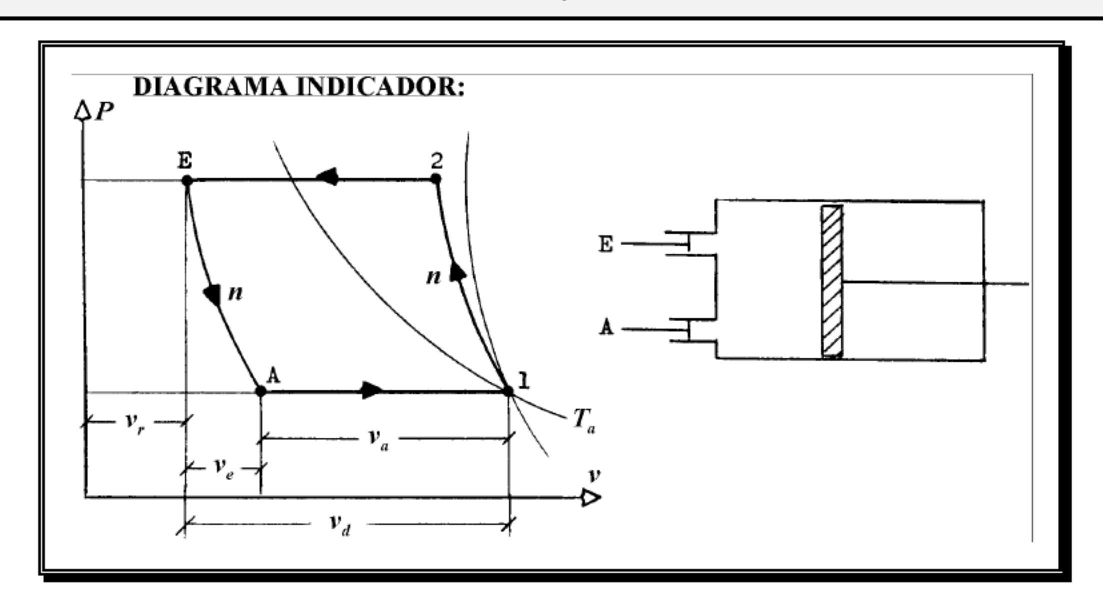
Diagrama de flujos de energía:



5.5- Un compresor alternativo de simple efecto toma aire de la atmósfera a $P_a = 764$ torr y $t_a = 17$ºC. El diámetro del émbolo es 25 cm; y su carrera, 32 cm, siendo la relación de espacio muerto del 5%. La descarga se realiza a 3,4 kp / cm^2, y el compresor marcha a 320 rpm, pudiéndose considerar que el proceso de compresión es politrópico de índice $n = 1{,}25$.

Considerando que las condiciones del aire a la entrada del compresor coinciden con las atmosféricas, y que el aire es un G.P. de exponente adiabático $\gamma = 1{,}4$, se pide:

1) Rendimiento volumétrico del compresor y máxima presión a la que se podría comprimir el aire con él.
2) Volumen de aire expulsado por minuto.
3) Calor intercambiado por unidad de masa y por minuto, considerando despreciable el intercambio de calor en la fase de expulsión.
4) Presión media efectiva y potencia que hay que suministrar al compresor si su rendimiento mecánico es $\eta_m = 0{,}9$.



El diagrama indicador de la figura no debe ser confundido con un diagrama termodinámico (P,v). En él se representa la presión del fluido en el compresor en función del volumen total, de forma que la masa de fluido (aire) a que se refiere es variable.

1) $$\eta_v = \frac{V_a}{V_d} = 1 - \frac{V_e}{V_d} = 1 - \frac{V_e}{V_r}\frac{V_r}{V_d}; \frac{V_r + V_e}{V_r} = \frac{m_r v_1}{m_r v_2} = \frac{v_1}{v_2}; \frac{v_e}{v_r} = \frac{v_1}{v_2} - 1 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

ya que la compresión **1-2** es politrópica de índice *n*.

Siendo $\varepsilon_r = V_r / V_d = 0,05$, se tiene finalmente:

$$\eta_v = 1 - \varepsilon_r \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/n} - 1\right] = 1 - 0,05 \cdot \left[\left(\frac{3,4 \cdot 9,8 \cdot 10^4}{1,013 \cdot 10^5 \cdot 764/760}\right)^{1/1,25} - 1\right] = \boxed{0,92}$$

La máxima compresión se dará para $\eta_v = 0$, luego:

$$\eta_v = 0 = 1 - \varepsilon_r \left[\left(\frac{P_{2,máx}}{P_1}\right)^{1/n} - 1\right] \Rightarrow$$

$$P_{2,máx} = P_1 \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right)^n = \frac{764}{760} \cdot 1,013 \cdot \left(1 + \frac{1}{0,05}\right)^{1,25} = \boxed{45,77 bar}$$

2) El volumen de aire admitido en cada embolada es:

$$V_a = \eta_v V_d = 0,92 \cdot \frac{\pi \cdot 0,25^2}{4} \cdot 0,32 = 0,01445 \text{ m}^3$$

cuya masa es también la de aire expulsado, pero que se encuentra a T_2 y P_2:

$$P_2 = 3,4 \text{ kp / cm}^2 = 3,33 \text{ bar}; \quad P_1 = 764 \text{ torr} = 1,018 \text{ bar}; \quad T_1 = 290 \text{ K}$$

$$T_1 = 290 K T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 190 \cdot \left(\frac{3,33}{1,018}\right)^{\frac{0,25}{1,25}} = 367,6 K$$

$$\frac{P_1 V_a}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_a \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2} = 0,01445 \cdot \frac{367,6}{290} \cdot \frac{1,018}{3,33} = 0,0056 \text{ m}^3$$

Por tanto, el caudal volumétrico a la salida será:

$$\dot{V}_2 = 0,0056 \text{ m}^3 \cdot 320 \text{ rpm} = \boxed{1,79 \text{ m}^3 / \text{min}}$$

3) Siendo *c* la capacidad calorífica específica a lo largo de la politrópica:

$$q_{1,2} = c(T_2 - T_1), \text{ con } \frac{c - c_p}{c - c_v} = n$$

$$q_{1,2} = \frac{n - \gamma}{n - 1} c_v (T_2 - T_1) = \frac{n - \gamma}{n - 1} \cdot \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \cdots = \underline{966,9 \frac{J}{mol}}$$

$$P_2 \dot{V}_2 = \dot{N} R T_2 \quad \Rightarrow \quad \dot{N} = \frac{P_2 \dot{V}_2}{R T_2} = \cdots = 195,36 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_{1,2} = \dot{N} q_{1,2} = \cdots = \boxed{-188,895 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}}$$

4) Siendo w_τ el área **EA12** del diagrama indicador (trabajo por embolada), y siendo $\overline{P}$ la presión media efectiva, se tiene:

$$w_\tau = -\overline{P}V_d = w_t \frac{V_a}{v_1} = w_t \eta_v \frac{V_d}{v_1}$$

donde $w_t = -\int_{P_1}^{P_2} v dP = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = \frac{1{,}25}{0{,}26} \cdot 8{,}31 \cdot 290 \cdot \left[1 - \left(\frac{3{,}33}{1{,}018}\right)^{\frac{0{,}25}{1{,}25}}\right] = -3223 \frac{J}{mol}$

$$P_1 v_1 = RT_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v_1} = \frac{P_1}{RT_1} = \cdots = 42{,}24 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$w_\tau = -3{,}223 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot 0{,}01445 \text{ m}^3 \cdot 42{,}24 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} = -1{,}967 \text{ kJ}$$

de modo que: $\overline{P} = \frac{|w_\tau|}{V_d} = \frac{1{,}967 \cdot 10^3 \text{ J}}{\pi \cdot 0{,}125^2 \cdot 0{,}32 \text{ m}^3} = 1{,}25 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{P} = 1{,}25 \text{ bar}}$

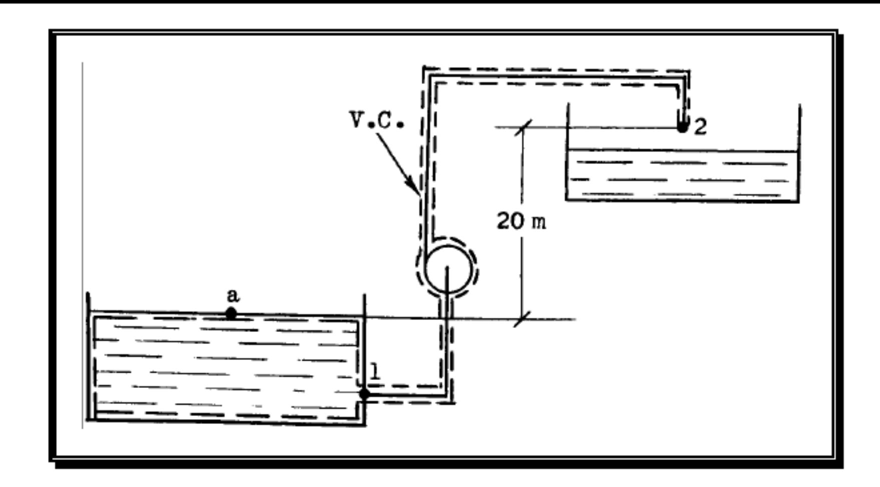
$$N_c = |w_\tau| \frac{n(\text{rpm})}{60} = \cdots = 10{,}49 \text{ kW} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N_{eje} = \frac{N_c}{\eta_m} = 11{,}65 \text{ kW}}$$

5.6- Una disolución de densidad $1{,}3\ \mathrm{g/cm^3}$ se bombea desde un tanque de almacenamiento de gran capacidad a otro depósito elevado, según el esquema de la figura.

El diámetro de la tubería de aspiración es 9 cm, y la velocidad del derrame en ella es $1{,}1\ \mathrm{m/s}$, siendo el diámetro de la tubería de descarga 7 cm.

Las pérdidas de carga totales son de $30\ \mathrm{J/kg}$.

Determinar la potencia consumida por la bomba.



a) Considerando como V.C. el conjunto de bomba, tubería de aspiración y tubería de descarga, la ecuación del balance de energía por unidad de masa es:

$$q - w_t = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = \Delta u + \Delta(P/\rho) + \Delta e_c + \Delta e_p$$

y, puesto que consideramos el fluido incompresible:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}c_1^2 + g\,z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2}c_2^2 + g\,z_2 + w_t + \Delta_{1,2} \qquad [1]$$

donde $\Delta_{1,2} = \Delta u - q = 30\ \mathrm{J/kg}$, es el denominado término de pérdidas de carga.

b) Si consideramos como volumen de control el depósito inferior, con una sección **a** que es la superficie libre, y siendo la sección de salida la boca de entrada a la tubería de aspiración, se tiene:

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{1}{2}c_a^2 + g\,z_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}c_1^2 + g\,z_1 \qquad [2]$$

De [1] y [2]:
$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{1}{2}c_a^2 + g\,z_a = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2}c_2^2 + g\,z_2 + w_t + \Delta_{1,2} \qquad [3]$$

Naturalmente que [3] podría haber sido obtenida directamente, considerando como V.C. el conjunto de los dos anteriores (marcado con línea discontinua en la figura).

Siendo $P_2 = P_a ; c_a = 0 ; z_2 - z_a = 20 m ; c_2 = c_1 \left(A_1 / A_2 \right) = 1{,}82 m/s$:

$$\dot{m} = A_1 c_1 \rho = A_2 c_2 \rho = \frac{\pi \cdot 0{,}09^2}{4} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}3 \cdot 10^3 = 9{,}09 \, \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Sustituyendo valores en [3] resulta:

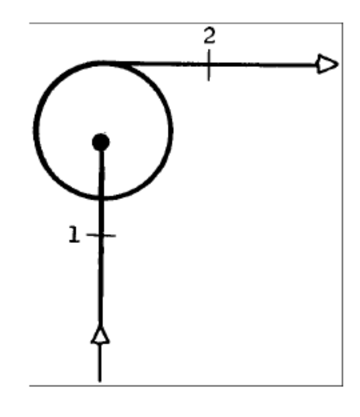
$$\frac{1}{2} \cdot 1{,}82^2 + 9{,}81 \cdot 20 + w_t + 30 = 0 \quad \Rightarrow \quad w_t = -227{,}51 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad \Rightarrow \quad \left| w_b \right| = 227{,}51 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\left| N_b \right| = \dot{m} \left| w_b \right| = \boxed{2{,}07 \text{ kW}}$$

5.7- Una bomba impulsa un caudal de agua de 360 l/min a una tubería. Las presiones en las bocas de entrada y descarga de la bomba son 1,2 atm y 12,5 atm; y los diámetros de las tuberías, 6 cm y 10 cm, respectivamente.

Se mide con gran precisión las temperaturas del agua a la entrada y a la salida de la bomba, habiéndose producido un aumento de 0,4ºC. El proceso de compresión es adiabático, siendo el rendimiento mecánico de la bomba 0,92.

Calcular la potencia de la bomba y la fracción de energía que se disipa debido a la fricción.



Secciones de las tuberías de aspiración y descarga:

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \cdots = 28{,}27\ \text{cm}^2\ ; \quad A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \cdots = 78{,}54\ \text{cm}^2$$

Balance de energía en la bomba por unidad de masa:

$$-w_t = \Delta h + \Delta e_c \qquad [1]$$

$$\Delta h = \Delta u + \Delta(Pv); \Delta u = c\Delta T = 1\frac{cal}{g^o C} = 0{,}4 \cdot 4{,}18 = 1{,}67\frac{J}{g}$$

$$\Delta(Pv) = v\Delta P = 1\frac{cm^3}{g} \cdot (12{,}5 - 1{,}2)atm = \cdots = 1{,}14\frac{J}{g}$$

$$\dot{V} = A_1 c_1 \quad \Rightarrow \quad c_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{28{,}27 \cdot 10^{-4}} = 2{,}12\frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad c_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \cdots = 0{,}76\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sustituyendo valores:

$$-w_t = \cdots = 2{,}81\frac{\text{J}}{\text{g}}; \quad \eta_m = \frac{|w_t|}{|w_b|} \quad \Rightarrow \quad |w_b| = \frac{2{,}81}{0{,}92} = 3{,}05\frac{\text{J}}{\text{g}} \quad \Rightarrow \quad N_b = \dot{m}|w_b| = \boxed{18{,}3\ \text{kW}}$$

En un proceso cuasi–estático irreversible:

$$w_t = -\int_{P_1}^{P_2} v dP - \Delta e_c - |w_{roz}| \Rightarrow |w_{roz}| = -v(P_2 - P_1) - \Delta e_c - w_t = \Delta u = 1{,}67\frac{J}{g}$$

Considerando además los rozamientos de los mecanismos de la bomba, la fracción de la energía disipada por fricción es:

$$\frac{|w_{roz}| + |w_b| - |w_t|}{|w_b|} = \frac{1{,}67 + 3{,}05 - 2{,}81}{3{,}05} = \boxed{0{,}626}$$

5.8- En una primera aproximación al estudiar el agua se considera que su volumen específico es constante en toda la zona de estados de líquido comprimido. Admitiendo esta aproximación, se pide:

1) Comprobar que las capacidades térmicas específicas c_p y c_v son iguales.
2) Comprobar que un proceso isoentrópico es también isotermo.
3) Siendo v dicho volumen específico, determinar la variación de entalpía específica del agua y la potencia necesaria, si mediante una bomba de rendimiento isoentrópico η_s se comprime un caudal $\dot{m}$ desde una presión P_1 hasta P_2.

1) En todo sistema simple, $u = u(v,T) \underset{(v\text{ cte.})}{\Rightarrow} u = u(T)$. Por consiguiente:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = \frac{du}{dT}; c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + \left(\frac{\partial (Pv)}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{du}{dT}$$

Así pues: $\boxed{c_p = c_v = c(T)}$

2) $$dq = Tds = du + Pdv \underset{(v\text{ cte.})}{=} du = c\,dT \underset{(T\text{ cte.})}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{ds = 0}$$

3) El rendimiento isoentrópico es, por definición:

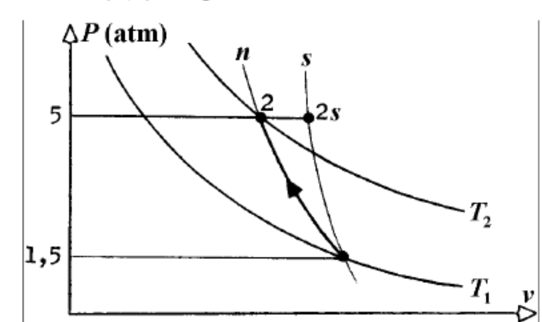
$$\eta_s = \frac{|w_b|_{rev}}{|w'_b|_{irrev}}; |w_b|_{rev} = \int_{P_1}^{P_2} vdP \underset{(v\text{cte.})}{=} v(P_2 - P_1) \Rightarrow |w'_b|_{irrev} = \frac{|w_b|_{rev}}{\eta_s} = \frac{v(P_2 - P_1)}{\eta_s} = h'_2 - h_1$$

luego: $$N'_b = \dot{m}|w'_b|_{irrev} = \dot{m}\frac{v(P_2 - P_1)}{\eta_s}$$

5.9- Se comprime un caudal $\dot{m} = 1{,}5\ m^3/s$ de H_2 (g) desde 1,5 atm y 20ºC hasta 5 atm. El proceso de compresión se puede considerar politrópico, siendo la temperatura del gas a la salida del compresor 333,5 K; y el H_2, gas perfecto de $c_p = 7\,R/2$. Determinar:

1) La potencia del compresor, considerando despreciables ΔE_c y ΔE_p. Representar el proceso de compresión en (P,v), (T,s) y (h,s).
2) Calor intercambiado por unidad de masa y variación de entropía específica del gas entre la entrada y la salida.
3) Suponiendo que dicho intercambio de calor tiene lugar con la atmósfera, a la que se puede considerar como un depósito térmico a $T_a = 298$ K, calcular el aumento de entropía del universo por unidad de tiempo. ¿Cómo podría realizarse dicho proceso politrópico de forma que fuera exteriormente reversible?

1) El diagrama esquemático (P,v) del proceso sería:



$$T_1 P_1^{(1-n)/n} = T_2 P_2^{(1-n)/n};\ \frac{1-n}{n} ln\frac{P_1}{P_2} = ln\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow n = \cdots = \underline{1{,}12}$$

$$\dot{Q}_{1,2} - \dot{W}_{t,1,2} = \dot{m}(h_2 - h_1);\ w_{t,1,2} = -\int_{P_1}^{P_2} v\,dP = \cdots = -P_1^{1/n} v_1 \left[\frac{P^{-1/n}+1}{-1/(n+1)}\right]_{P_1}^{P_2} =$$

$$= \frac{n}{n-1}(P_1 V_1 - P_2 V_2) = \frac{n}{n-1} R_m (T_1 - T_2) = \cdots = \underline{-1570{,}59\,\frac{J}{g}}$$

Caudal másico: $\dot{m} = \dot{V}_1/v_1 = \dot{V}_1 P_1/(R_m T_1) = \cdots = \underline{187{,}2\,g/s}$

De modo que: $\boxed{N_c = |\dot{W}_c| = \dot{m}|\dot{w}_t| = 294{,}04\ kW}$

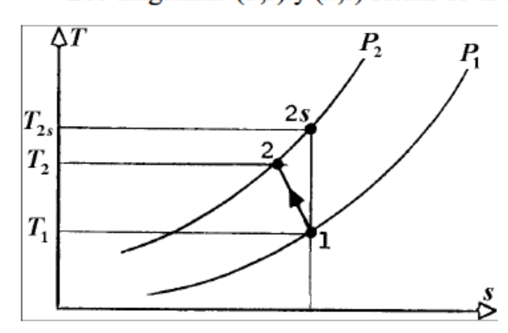
$$(\ Pv^n = cte \Rightarrow nPv^{n-1}dv + v^n dP = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{pol.(n)} = -n\frac{P}{v}$$

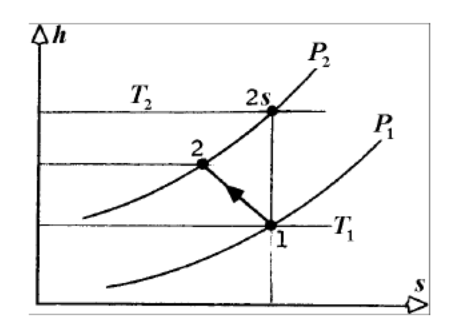
$$\delta q = c_n dT = Tds \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{(n)} = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{\frac{n-\gamma}{n-1}c_v}$$

$$n = 1 \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_T = 0; n = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_P = \frac{T}{c_p}; n = \infty \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = \frac{T}{c_v}$$

$$1 < n < \gamma \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_n < 0; n = \gamma \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_s = \infty \ )$$

Los diagramas (T,s) y (h,s) serían de la forma:





2) $$q_{1,2} - w_{t,1,2} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1); q_{1,2} = c_p(T_2 - T_1) - \frac{n}{n-1}R_m(T_2 - T_1) =$$

$$= \left(c_p - \frac{n}{n-1}R_m\right)(T_2 - T_1) = \frac{n-\gamma}{n-1}c_v(T_2 - T_1) = \frac{1{,}12 - 1{,}4}{1{,}12 - 1}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31}{2}\cdot(333{,}5 - 293) = \boxed{-981{,}85\frac{J}{g}}$$

$$\Delta s = s_2(P_2,T_2) - s_1(P_1,T_1) = c_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R_m \ln\frac{P_2}{P_1} = \cdots = \boxed{-13{,}12\frac{\text{J}}{\text{g K}}}$$

3) $$\Delta\dot{S} = \dot{m}(s_2 - s_1) = \cdots = -584{,}13\frac{W}{K}; \Delta\dot{S}_{at} = \frac{991{,}85\cdot 187{,}2}{290} = 633{,}87\frac{W}{K}$$

De modo que: $\Delta\dot{S}_{univ} = \Delta\dot{S} + \Delta\dot{S}_{at} = \boxed{49{,}74 \text{ W / K}}$

Para que no hubiera generación de entropía debido al intercambio de calor, habría que eliminar el salto térmico finito en su transmisión, lo cual requeriría disponer de una serie infinita de depósitos térmicos de temperaturas iguales en cada momento a la del gas en ese instante.

5.10- El compresor adiabático representado en la figura consume una potencia de 100 kW. Se comprime un caudal de aire $\dot{m} = 0{,}5$ kg / s desde $P_1 = 1$ bar y $t_1 = 15$ºC hasta $P_2 = 4$ bar. A continuación, se enfría en un intercambiador hasta $t_3 = 35$ºC, en el cual entra el agua de refrigeración a $t_e = 15$ºC, y sale de él a $t_s = 22$ºC.

Dibujar el diagrama de energías y exergías de la instalación.

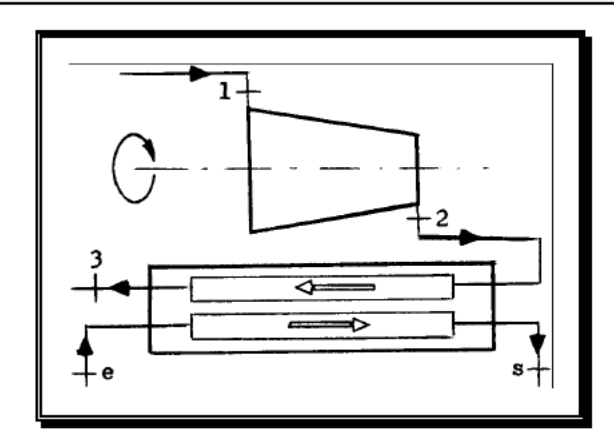
Datos: · Condiciones atmosféricas, $t_a = 15$ºC; $P_a = 1$ bar.

· Se considerará el aire como un G.P. biatómico de $c_p = 1{,}004$ J / g ºC.

· Calor específico del agua líquida = cte. = 4,19 J / g K.

· Despreciar las variaciones de energías cinética y potencial.

· Suponer nulas las entalpías del agua y del aire a la temperatura t_a.



Aplicación del Primer Principio al compresor:

$$-N_{1,2} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}c_p(t_2 - t_1);\ 100kW = 0{,}5\frac{kg}{s}\cdot 1{,}004\frac{kJ}{kg^o\,C}\cdot(t_2 - 15^o\,C) \Rightarrow t_2 = 214^o\,C$$

Flujo de calor intercambiado entre el aire y el agua de refrigeración:

$$\dot{Q}_{2,3} = \dot{m}(h_3 - h_2) = \dot{m}c_p(t_3 - t_2) = \cdots = \underline{-89{,}86 kJ/s}$$

$$-\dot{Q}_{2,3} = \dot{Q}_{e,s} = \dot{m}_{ag}c_{ag}(t_s - t_e) \Rightarrow \underline{\dot{m}_{ag} = 3{,}064 kg/s}$$

Flujos de exergía del aire: $\dot{B}_t = \dot{m}b_t$

Estado **1**:

$$\dot{B}_{t,1} = \dot{m}[(h_1 - h_a) - T_a(s_1 - s_a)] = \dot{m}\left[c_p(t_1 - t_a) - T_a\left(c_p \ln\frac{T_1}{T_a} - R_m \ln\frac{P_1}{P_a}\right)\right] = 0$$

Estado **2**:

$$\dot{B}_{t,2} = \dot{m}[(h_2 - h_a) - T_a(s_2 - s_a)] = \dot{m}\left[c_p(t_2 - t_a) - T_a\left(c_p \ln\frac{T_2}{T_a} - R_m \ln\frac{P_2}{P_a}\right)\right] = \underline{81,3 kW}$$

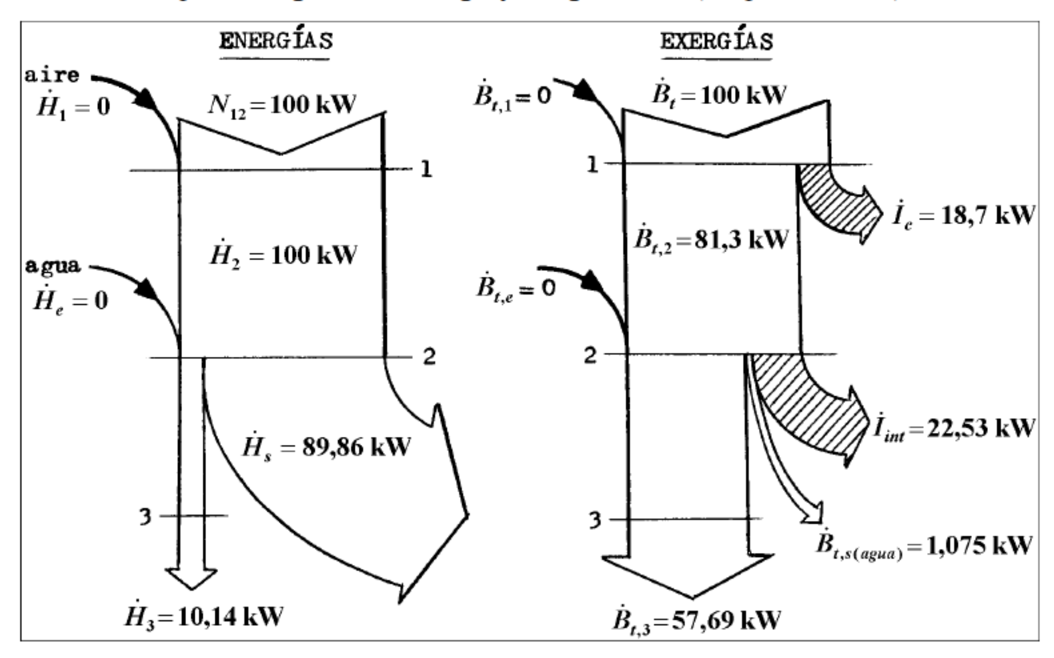
Estado **3**:

$$\dot{B}_{t,3} = \dot{m}[(h_3 - h_a) - T_a(s_3 - s_a)] = \dot{m}\left[c_p(t_3 - t_a) - T_a\left(c_p \ln\frac{T_3}{T_a} - R_m \ln\frac{P_3}{P_a}\right)\right] = \underline{57,69 kW}$$

Flujo de exergía del agua:

$$\dot{B}_{t,e} = \dot{m}_{ag} c_{ag}\left[(t_e - t_a) - T_a \ln\frac{T_e}{T_a}\right] = 0; \dot{B}_{t,s} = \dot{m}_{ag} c_{ag}\left[(t_s - t_a) - T_a \ln\frac{T_s}{T_a}\right] = \underline{1,075 kW}$$

De modo que los diagramas de energía y exergía tendrían, respectivamente, la forma:

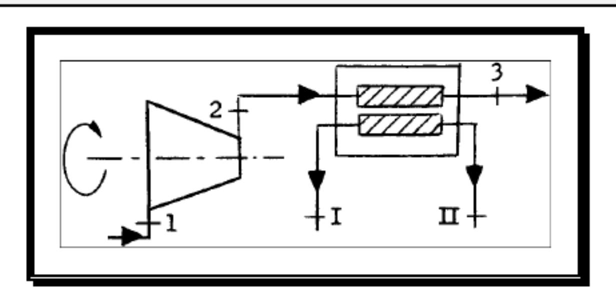


5.11- Un compresor aspira un caudal de aire de 210 t/h a la presión ambiental $P_a = 1{,}1$ bar y la temperatura ambiental $t_a = 15$ºC, y lo comprime adiabáticamente hasta $P_2 = 4{,}8$ bar, siendo la temperatura del aire a la salida del compresor $t_2 = 195$ºC.

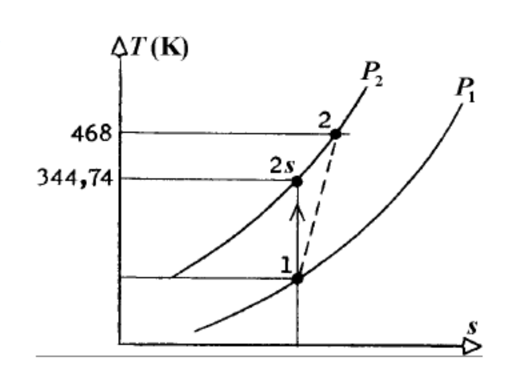
A continuación se hace pasar el aire por un intercambiador de calor, donde se enfría hasta $t_3 = 40$ºC. El agua de refrigeración entra en el intercambiador a presión y temperatura ambientales, y sale a 26ºC. Se considera que el proceso de derrame en el intercambiador es interiormente reversible, tanto para el aire como para el agua, y que el agua líquida es incompresible de calor específico $c_{ag} = 4{,}19$ kJ/kg K.

Se desprecian las variaciones de energías cinética y potencial, y se considera el aire como un G.P. de $c_p = 1{,}004$ kJ/kg K y $Pm = 28{,}9$. Determinar:

1) La potencia necesaria y el rendimiento isoentrópico del compresor.
2) Caudal de agua de refrigeración y destrucción de exergía en el intercambiador, por unidad de tiempo.
3) Destrucción de exergía en el compresor por unidad de tiempo. Comparar dicha destrucción de exergía con el exceso de trabajo requerido.
4) Dibujar esquemáticamente los diagramas de flujo de energías y exergías.



1) El diagrama (T,s) del proceso de compresión sería el de la figura.



$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R_m} = \frac{1{,}004}{1{,}004 - 8{,}31/28{,}9} = 1{,}4$$

$$\left|w_t^{1,2}\right| = h_2 - h_1 = c_p (t_2 - t_1) =$$

$$= 1{,}004 \cdot (195 - 15) = 180{,}72 \frac{kJ}{kg}$$

Por tanto:

$$\left|N_c\right| = \dot{m}_a \left|w_t^{1,2}\right| = 180{,}72 \cdot \frac{210\,000}{3\,600} = 10{,}542 \cdot 10^6 \text{ W} = \boxed{10{,}542 \text{ MW}}$$

$$\left|w_t^{1,2s}\right| = c_p\left(T_{2s} - T_1\right) = -\frac{\gamma}{\gamma - 1} R_m T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] = \cdots = 151{,}34 \frac{kJ}{kg}$$

Rendimiento isoentrópico: $\eta_s = \dfrac{\left|w_t^{1,2s}\right|}{\left|w_t^{1,2}\right|} = \dfrac{151{,}34}{180{,}72} = \boxed{0{,}837}$

2) Balance de energía en el intercambiador:

$$\dot{m}_a\left(h_2 - h_3\right) = \dot{m}_{ag}\left(h_{II} - h_I\right); \dot{m}_a c_p\left(t_2 - t_3\right) = \dot{m}_{ag} c_{ag}\left(t_{II} - t_I\right) \Rightarrow$$

$$\frac{2100}{36} \cdot 1{,}004 \cdot \left(195 - 40\right) = \dot{m}_{ag} \cdot 4{,}19 \cdot \left(26 - 15\right) \Rightarrow \boxed{\dot{m}_{ag} = 196{,}95 \frac{kg}{s}}$$

Destrucción de exergía:

$$\dot{I} = T_a\left[\dot{m}_a\left(s_2 - s_3\right) + \dot{m}_{ag}\left(s_{II} - s_I\right)\right] = T_a\left(\dot{m}_a c_p \ln\frac{T_3}{T_2} + \dot{m}_{ag} c_{ag} \ln\frac{T_{II}}{T_I}\right) = \cdots = \boxed{2123{,}27 kW}$$

3)

$$\dot{I}_c = \dot{m}_a i_c = \dot{m}_a T_a\left(s_2 - s_1\right) = \dot{m}_a T_a\left(c_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R \ln\frac{P_2}{P_1}\right) = \cdots = \boxed{1072 kW}$$

Exceso de trabajo: $\left|w_c\right| - \left|w_{c,s}\right| = 180{,}72 - 151{,}34 = 29{,}28 \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$

Balances de exergía en el compresor real y en el compresor isoentrópico:

$$\left.\begin{aligned} b_{t,1} + \left|w_c\right| &= b_{t,2} + i_c \\ b_{t,1} + \left|w_{c,s}\right| &= b_{t,2s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow i_c = \left|w_c\right| - \left|w_{c,s}\right| - \left(b_{t,2} - b_{t,2s}\right)$$

Relación entre la destrucción de exergía y el exceso de trabajo:

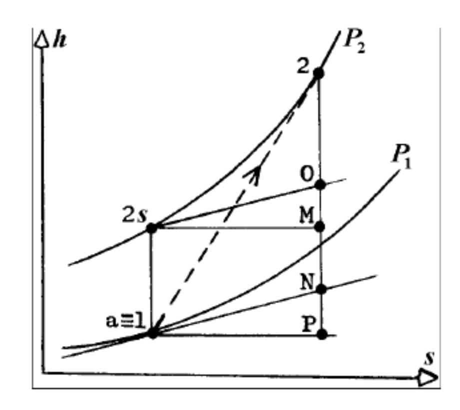
$$\left|w_c\right| - \left|w_{c,s}\right| = 29{,}38 kJ; b_{t,2} - b_{t,2s} = h_2 - h_{2s} - T_a\left(s_2 - s_{2s}\right) = c_p\left(t_2 - t_{2s}\right) - T_a c_p \ln\frac{T_2}{T_1}$$

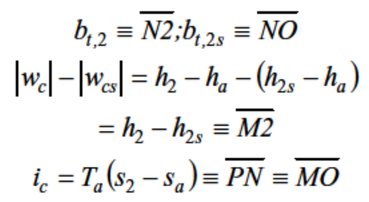
donde $\quad T_{2s} = T_1\left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \cdots = 438{,}74 K$

Sustituyendo y operando: $\quad b_{t,2} - b_{t,2s} = 10{,}91 \text{ kJ / kg}$

Se comprueba efectivamente que:

$$i_c = \left|w_c\right| - \left|w_{c,s}\right| - \left(b_{t,2} - b_{t,2s}\right); \underline{18{,}38 = 29{,}38 - 11}$$



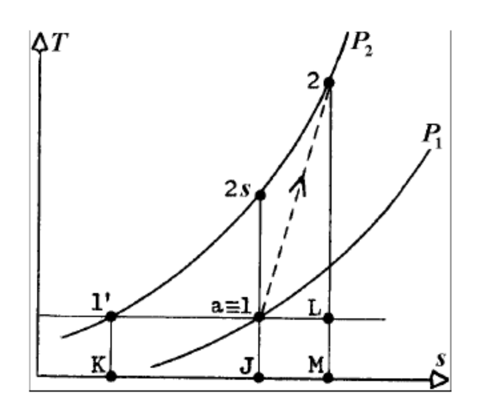


$$b_{t,2} \equiv \overline{N2}; b_{t,2s} \equiv \overline{NO}$$

$$|w_c| - |w_{cs}| = h_2 - h_a - (h_{2s} - h_a)$$

$$= h_2 - h_{2s} \equiv \overline{M2}$$

$$i_c = T_a(s_2 - s_a) \equiv \overline{PN} \equiv \overline{MO}$$

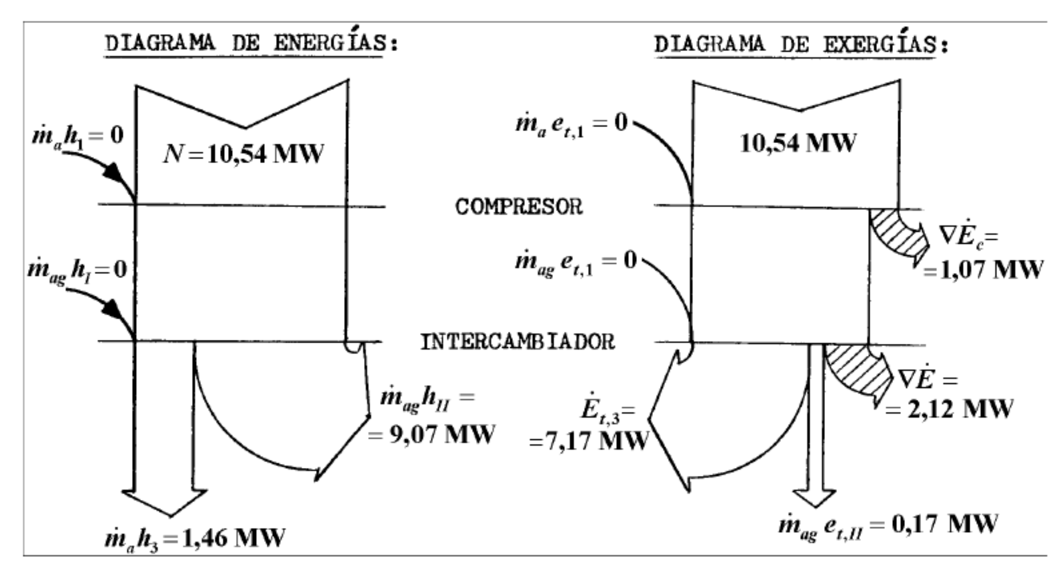


$$b_{t,2} \equiv A(2L1JK1'2)$$

$$b_{t,2s} \equiv A(2sJK1'2s)$$

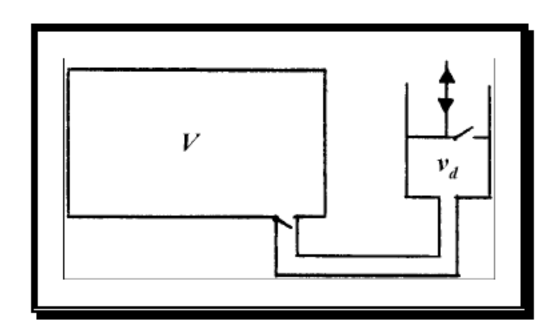
$$|w_c| - |w_{c,s}| = h_2 - h_{2s} \equiv A(2MJ2s2)$$

$$i_{t,c} = T_a(s_2 - s_a) \equiv A(LMJ1)$$



5.12- Un gran recipiente de paredes rígidas y volumen V contiene aire que se vacía mediante una bomba oscilante de vacío que desplaza, en cada embolada, un volumen v_d, y que da N emboladas por unidad de tiempo. La temperatura del aire en el recinto se mantiene constante en todo momento en un valor T gracias al intercambio de calor con el exterior.

Siendo las presiones inicial y final en el recipiente P_1 y P_2 respectivamente, y considerando el aire gas perfecto, hallar el tiempo necesario para provocar esa caída de presión y determinar el calor intercambiado por el recipiente durante el vaciado.



En un tiempo dz saldrá de V una masa $dm = P(Nv_d dz)/RT$; además, $dm = -VdP/RT$.

Luego: $\dfrac{dP}{P} = -\dfrac{Nv_d}{V}dz \Rightarrow \ln\dfrac{P_2}{P_1} = -\dfrac{Nv_d}{V}z \Rightarrow \boxed{z = \dfrac{V}{Nv_d}\ln\dfrac{P_1}{P_2}}$

Puesto que la energía interna de una masa de gas perfecto sólo depende linealmente de su temperatura, y en nuestro caso ésta permanece constante:

$$\frac{dU}{dz} = u\frac{dm}{dz} = u\,\dot{m}$$

Aplicando el Primer Principio al volumen de control V entre los instantes z y $z+dz$:

$$\dot{Q} = \dot{m}h - \frac{dU}{dz} \Rightarrow \dot{Q} = \dot{m}(h - \dot{u}) = \dot{m}(Pv) = RT\dot{m} \Rightarrow Q = RT(m_1 - m_2)$$

En definitiva, en función de los datos:

$$\boxed{Q = V(P_1 - P_2)}$$

5.13- En el compresor **C** de la figura, el aire experimenta una compresión según un proceso politrópico de índice de politropía n, siendo la relación de compresión $P_2 / P_1 = \varepsilon$.

Se quiere controlar la temperatura del aire a la salida del compresor de modo que se cumpla $T_2 = \eta\, T_0$, siendo T_0 la temperatura del aire atmosférico que se desea comprimir.

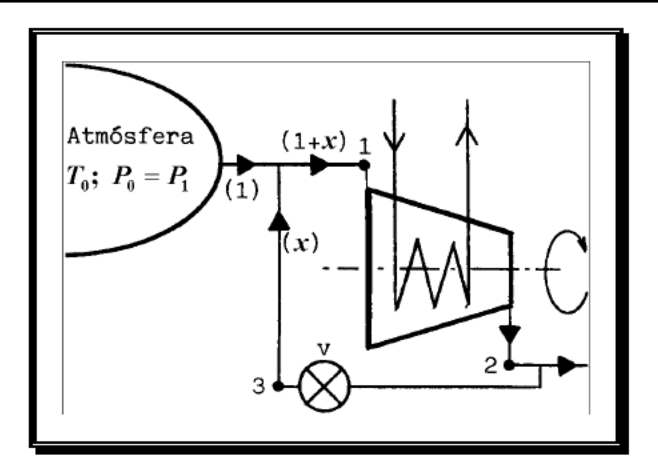
Para conseguirlo, se hace recircular una parte del gas comprimido hacia la entrada del compresor, a través de una válvula de laminación **v** a cuya salida se establece la P_1. Se pide:

1) Determinar la fracción molar del aire que es preciso recircular para conseguir el control deseado en T_2, en función de n, ε y η.

   Aplicación numérica: $n = 1{,}666$; $\varepsilon = 5$; $\eta = 2$.

2) Calcular el trabajo y el calor intercambiados en el compresor, ambos específicos, referidos a 1 mol de aire atmosférico comprimido.

Se supone el aire gas perfecto de $c_p = 7$ cal / mol K; $R = 2$ cal / mol K; $T_0 = 300$ K. Se considerarán despreciables las variaciones de energías cinética y potencial.



1) $$N_3/N_0 = x;\quad P_2/P_1 = \varepsilon;\quad c_p/c_v = \gamma;\quad T_2/T_0 = \eta$$

$$T_2 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} T_1; (1+x)T_1 = T_0 + xT_2 \Rightarrow T_1 = \frac{T_0}{1+x} + \frac{xT_2}{1+x} \Rightarrow T_2 = \frac{\varepsilon^{\frac{n-1}{n}}}{1+x}(T_0 + xT_2)$$

De donde: $$\frac{T_2}{T_0} = \frac{k}{1+x(1-k)} = \eta, con\, k = \varepsilon^{\frac{n-1}{n}}$$

de modo que, en función de los datos: $\boxed{x = \dfrac{\varepsilon^{(n-1)/n} - \eta}{\eta\left[1 - \varepsilon^{(n-1)/n}\right]}}$

Sustituyendo en esta expresión los valores numéricos dados, se obtiene:

$$\boxed{x = 0{,}0533 = 5{,}3\%}$$

2) Siendo la compresión politrópica (por tanto, reversible) de índice n = 2:

$$w_c = \frac{n}{n-1} RT_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \varepsilon^{(n-1)/n}\right] = \cdots = -1083{,}5 \frac{cal}{mol\, aire comp.}$$

Un mol de aire comprimido corresponde a $1/(1+x)$ moles de aire atmosférico comprimido. En resumen: $\boxed{|w_c| = 1\,029 \text{ cal / mol aire atmosférico comprimido}}$

$$h_2 - h_1 = c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = \cdots = 1890 \frac{cal}{mol}$$

Por tanto:

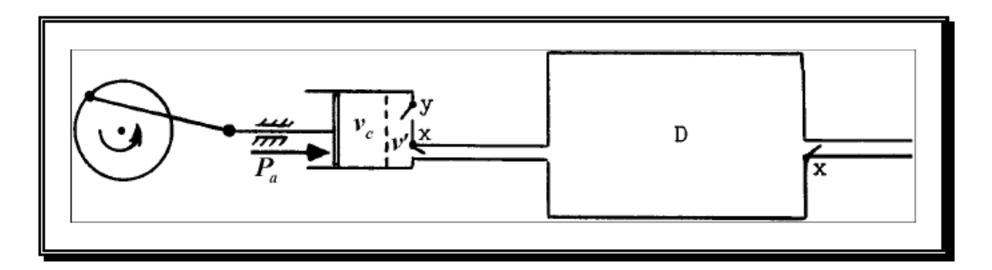
$$q = 1\,890 - 1\,083{,}3 = 806{,}5 \text{ cal / mol} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q = 766 \text{ cal / mol aire atm. comp.}}$$

5.14- La figura representa el esquema de un compresor alternativo. $v_c = 9{,}57$ l es el volumen del cuerpo de bomba, que toma, por la válvula **y**, aire de la atmósfera ($P_a = 1$ bar, $T_a = 300$ K) y lo inyecta en el depósito **D** de almacenamiento, de donde sale para su uso.

D se mantiene a 10 bar, ya que las válvulas **x** están taradas a esa presión. El compresor da 10 emboladas por segundo.

Se admite que el comportamiento del aire está regido por la ecuación: $P\,v\,/\,a\,T = 1 + b\,P\,/\,T$, donde $a = 290$ J / kg K y $b = 3\cdot10^{-4}$ m^2 K / N; y que, en todos los casos, los procesos se realizan reversiblemente. Se pide:

1) Suponiendo la compresión isoterma (paredes diatérmanas), calcular el trabajo específico de compresión en kJ / kg y la potencia del compresor en kW.
2) Siendo la ecuación energética del aire: $u = c\,T + k$, con $c = 720$ J / kg K, obtener:
   a) La ecuación del proceso isoentrópico del aire de las formas $f(P,v) = 0$ y $F(P,T) = 0$.
   b) Trabajo específico de compresión y potencia del compresor en el caso de que la compresión sea adiabática.

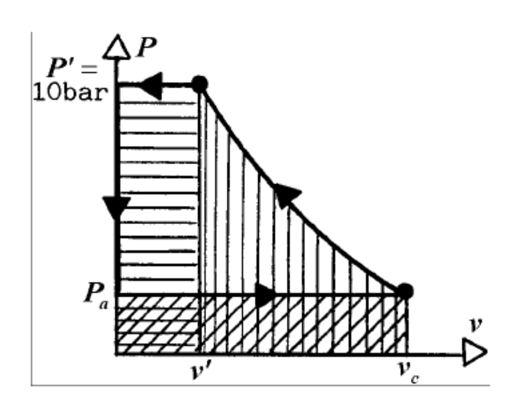


1) Cada embolada completa transcurre así:

I) Aspira de la atmósfera v_c (**y** abierta, **x** cerrada).

II) Compresión del aire aspirado hasta la P' final (**y** y **x** cerradas).

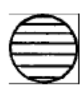
III) Trasvasamiento del aire comprimido a **D** a P' = cte. (**y** cerrada, **x** abierta).



Los trabajos intercambiados son:

 $|w_I|$: intercambiado con la atmósfera (recibido por el aire) = $P_a\, v_c$

 $|w_{II}|$: de compresión del aire hasta $P' = -\int_{P_a, v_c}^{P', v'} P dv$

 $|w_{III}|$: de trasvasamiento = $P'\, v'$

Naturalmente que:

$$|w_c| = -\int_{v_c}^{v'} P dv + P'v' - P_a v_c = -\int_{v_c}^{v'} P dv + \int_{P_a, v_c}^{P', v'} d(Pv) = \int_{P_a}^{P'} v dP$$

expresión que coincide con el trabajo reversible de compresión en un sistema abierto. Éste es un razonamiento muy sencillo, pero supone la demostración de que el trabajo de compresión reversible, con el mismo índice de compresión, es el mismo en un compresor alternativo que en un compresor rotativo (régimen permanente), siempre que sean despreciables las variaciones de energías cinética y potencial.

De la ecuación térmica dada: $v = a\,T/P + a\,b$

luego: $|w_c| = \int_{P_a}^{P'} \left(\frac{aT}{P} + ab \right) dP = \boxed{aT\, ln \frac{P'}{P_a} + ab(P' - P_a)} = \cdots = \boxed{278{,}625 \frac{kJ}{kg}}$

Siendo $v_c \equiv 10$ g de aire $\Rightarrow 10$ emb / s $\equiv 100$ g / s $= \dot{m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\dot{W}_c| = 27{,}8625 \text{ kW}}$

2) a) $u = cT + k; c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c; h = u + Pv = cT + abP; c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = c + a$

$$\delta q = \left(\frac{\partial q}{\partial P} \right)_v dP + \left(\frac{\partial q}{\partial v} \right)_P dv = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v dP + c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P dv = 0$$

Sustituyendo los valores correspondientes e integrando:

$$\boxed{P(v - ab)^{1+\frac{a}{c}} = cte. \rightarrow P \cdot (v - 0{,}087)^{1{,}403} = cte.}$$

E igualmente: $\boxed{T\, P^{\frac{-a}{c+a}} = \text{cte.} \quad \rightarrow \quad T\, P^{-0{,}287} = \text{cte.}}$

b) $|w_c| = \int_{P_a}^{P'} v dP; |w_c|_{adiab.} = \int_{P_a}^{P'} \left(\frac{aT}{P} + ab \right) dP$ con $TP^{\frac{-a}{c+a}} = \text{cte.}$

Resolviendo la integral y sustituyendo:

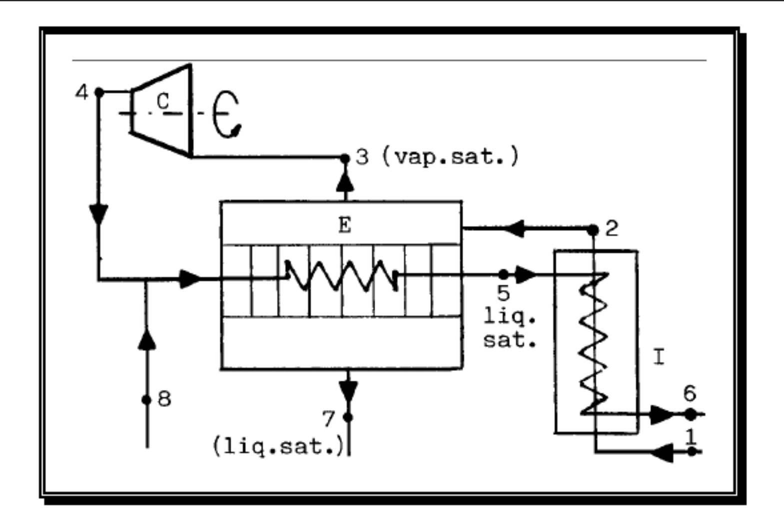
$$\boxed{|w_c|_{adiab.} = 362{,}3625 \text{ kJ / kg}; \quad |\dot{W}_c|_{adiab.} = 36{,}23625 \text{ kW}}$$

5.15- En una planta industrial se dispone de $\dot{m}_1 = 18$ t/h de una solución salina al 5% en peso, a 1 atm y 10ºC, la cual se desea concentrar hasta el 72% según el proceso descrito en la figura: el vapor producido en **E** es comprimido hasta 3 atm en **C**, de rendimiento isoentrópico $\eta_s = 0{,}7$. Este vapor se aprovecha como agente calorífico en el propio **E** hasta llegar a líquido saturado (**5**). Para reforzar esta cesión de calor se utiliza una $\dot{m}_8$ de vapor saturado procedente de otra instalación de la fábrica, siendo su presión la misma que la del vapor comprimido (**4**). Finalmente, todo el vapor condensado pasa a **I**, de donde abandona la instalación a 80ºC (**6**). Se pide:

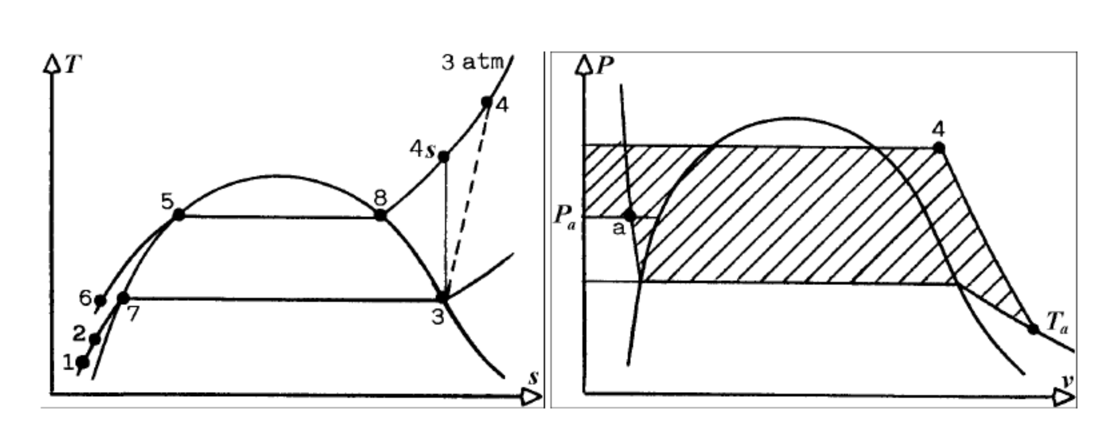
1) Representar todos los puntos esquemáticamente en un diagrama (T,s), así como la exergía de flujo en el estado **4** en un diagrama (P,v).
2) Caudal de vapor saturado aportado en **8**.
3) Exergía destruida en **I**.
4) Sabiendo que la instalación funciona 8 000 h/año, que el motor de **C** tiene un rendimiento global $\eta_c = 0{,}95$, y que los precios de la energía eléctrica y del vapor de aporte son, respectivamente, 7,3 pts/kW·h y 2 000 pts/t, calcular el coste anual de funcionamiento de la instalación.

Nota: **I** y **E** son adiabáticos. Se supondrá el comportamiento termodinámico de la solución igual al del agua líquida de calor específico constante $c = 1$ cal/g ºC.

Las condiciones atmosféricas son: $P_a = 1$ atm y $T_a = 283$ K.



1)



2) De sencillos balances másicos se obtiene:

$$\dot{m}_1 = 18\,000 \text{ kg / h}; \quad \dot{m}_{1,ag} = 950 \cdot \dot{m}_1 = 17\,100 \text{ kg / h}; \quad \dot{m}_{1,sal} = 0{,}05 \cdot \dot{m}_1 = 900 \text{ kg / h}$$

$$\dot{m}_{7,sal} = 900 \text{ kg / h} = 0{,}72 \cdot \dot{m}_7 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_7 = 1\,250 \text{ kg / h} \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_{7,ag} = 0{,}28\,\dot{m}_7 = 350 \text{ kg / h}$$

$$\dot{m}_3 = 17\,100 - 350 = 16\,750 \text{ kg / h}\,; \quad \dot{m}_5 = 16\,750 + \dot{m}_8$$

Haciendo un balance de energía (entalpía) en el conjunto **I**+**E**:

$$18000h_1 + \dot{m}_8 h_8 + 16750h_4 = 16750h_3 + 1250h_7 + (16750 + \dot{m}_8)h_6$$

Utilizando, cuando sea necesario, el diagrama de Mollier, se obtienen, en kcal / kg:

$$h_1 = 10\,; \quad h_8 = 652\,; \quad h_3 = 640\,; \quad h_{4s} = 690\,; \quad 0{,}7 = \frac{h_{4s} - h_3}{h_4 - h_3} \quad \Rightarrow \quad h_4 = 715{,}5$$

$$h_5 = 130\,; \quad h_7 = 100\,; \quad h_6 = 80$$

Sustituyendo los valores correspondientes de *h* en el balance de energía se obtiene:

$$\boxed{\dot{m}_8 = 152{,}8 \text{ kg / h}}$$

3) Balance de energía (entalpía) en **I**:

$$18000 \cdot (h_2 - 10) = 16902{,}8 \cdot (130 - 80) \Rightarrow h_2 = 57 kcal/kg \Rightarrow t_2 = 57^o\, C$$

$$\Delta \dot{S}^I_{univ} = 18\,000 \cdot 1 \cdot \ln\frac{273+57}{273+10} + 16\,902{,}8 \cdot 1 \cdot \ln\frac{273+80}{273+130} = 526{,}53 \frac{\text{kcal}}{\text{h K}}$$

luego: $$\boxed{\dot{I}^I = T_a\, \dot{S}^I_{univ} = 149\,000 \text{ kcal / h}}$$

4) $$\left|\dot{W}_c\right| = \dot{m}_3\left(h_4 - h_3\right) = 16750 \cdot \left(711{,}5 - 640\right) = 1197626\,kcal/h$$

Costo de la energía eléctrica:

$$\frac{1}{0{,}95} \cdot 1197\,626\,\frac{\text{kcal}}{\text{h}} \cdot 4{,}18\,\frac{\text{kJ}}{\text{h}} \cdot 8\,000\,\frac{\text{h}}{\text{año}} \cdot \frac{1\,\text{kW} \cdot \text{h}}{3\,600\,\text{kJ}} \cdot 7{,}3\,\frac{\text{pts}}{\text{kW} \cdot \text{h}} = 85\,483\,810\,\frac{\text{pts}}{\text{año}}$$

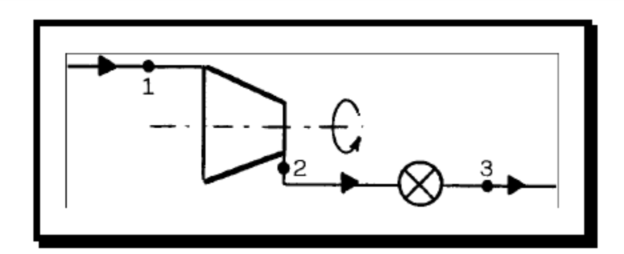
Costo del vapor: $0{,}1528\,\frac{\text{t}}{\text{h}} \cdot 8\,000\,\frac{\text{h}}{\text{año}} \cdot 2\,000\,\frac{\text{pts}}{\text{t}} = 2\,444\,800\,\frac{\text{pts}}{\text{año}}$

De modo que: $\boxed{\text{Costo total} = 87\,928\,610 \text{ pts / año}}$

5.16- Se admite que el aire atmosférico cumple, en un amplio intervalo de presiones y temperaturas, las ecuaciones: $Pv = RT/(1+a/P) + bP$; $u = cT + av$, donde a, b, c y R son constantes conocidas. Se pide:

1) Comprobar si se cumple la relación de Mayer y obtener la ecuación del proceso adiabático reversible $f(T,v)$ = cte. y $F(P,T)$ = cte.
2) Una masa de este aire describe, en un cilindro–émbolo sin rozamientos, un ciclo motor reversible de Carnot (dos adiabáticas y dos isotermas T_1 y T_2). Demostrar que el rendimiento térmico para este ciclo vale, efectivamente, $\eta_t = 1 - T_2/T_1$ (naturalmente, sin utilizar como argumento el Primer Teorema de Carnot).
3) Un compresor adiabático comprime aire atmosférico, que está a (P_1,T_1), hasta la presión P_2, midiéndose a la salida del compresor la temperatura T_2. Calcular el trabajo específico de compresión $|w_c|$ y el que habría gastado el compresor si hubiera funcionado reversiblemente con el mismo índice de compresión.

   Aplicación numérica: $P_1 = 1$ atm, $P_2 = 5$ atm, $T_1 = 300$ K, $T_2 = 525$ K. $a = 4\cdot10^{-4}$ atm; $b = 2\cdot10^{-3}$ m^3/kg; $c = 0{,}75$ kJ/kg K; $R = 0{,}3$ kJ/kg K.
4) A continuación del compresor, el agua sufre una laminación hasta la presión atmosférica. Calcular el coeficiente de Joule–Thomson y la temperatura a la salida de la válvula de laminación. Calcular asimismo las relaciones A_1/A_2 y A_1/A_3 entre las secciones de la conducción para que no haya variaciones en la energía cinética del gas.



1) De las ecuaciones dadas para el aire:

$$P = \frac{RT}{v-b} - a; \quad v = \frac{RT}{P+a} + b; \quad u = cT + av$$

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = c; h = u + Pv = (c+R)T + b(P+a); c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P = c + R$$

Ecuación de Mayer generalizada para un sistema simple:

$$c_p - c_v = \left[P + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T\right]\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \cdots = (P+a)\frac{R}{P+a} = R = (c+R) - R$$

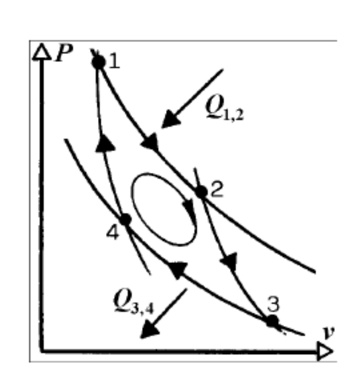
de modo que **SÍ** se cumple la relación de Mayer.

$$\delta q = du + Pdv = 0 \Rightarrow (cdT + adv) + \left(\frac{RT}{v-b} - a\right)dv = 0 \Rightarrow \frac{dT}{T} + \frac{R}{c}\cdot\frac{dv}{v-b} = 0$$

Por tanto: $\boxed{T(v-b)^{\frac{R}{c}} = cte.}$ [1]

Asimismo se obtiene: $\boxed{T(P+a)^{\frac{-R}{R+c}} = cte.}$

2) $$\eta_t = \frac{w_c}{q_{1,2}} = \frac{q_{1,2} + q_{3,4}}{q_{1,2}} = 1 + \frac{q_{3,4}}{q_{1,2}} \qquad [2]$$



$$q_{1,2} = w_{1,2} + u_2 - u_1 = \int_{1,2} Pdv + u_2 - u_1$$

Operando: $q_{1,2} = RT_1 \ln\frac{v_2 - b}{v_1 - b}$

Igualmente, $q_{3,4} = RT_2 \ln\frac{v_4 - b}{v_3 - b}$

Sustituyendo estos valores en [2], y teniendo en cuenta que, según se deduce de [1]:

$$\frac{v_3 - b}{v_2 - b} = \frac{v_4 - b}{v_1 - b}$$

se obtiene que el rendimiento térmico de este ciclo es, efectivamente: $\eta_t = 1 - T_2/T_1$.

(Hemos comprobado que el Primer Teorema de Carnot se cumple, efectivamente, con este fluido termodinámico.)

3) En la compresión adiabática irreversible: $|w_c|_q = h_2 - h_1 = \boxed{(c+R)(T_2 - T_1) + b(P_2 - P_1)}$

En la compresión isoentrópica:

$$T(P+a)^{\frac{-R}{R+c}} = cte.; |w_c|_s = h_{2s} - h_1 = \cdots = \boxed{(c+R)T_1\left[\left(\frac{P_2 + a}{P_1 + a}\right)^{\frac{R}{R+c}} - 1\right] + b(P_2 - P_1)}$$

Operando con los valores dados en las expresiones obtenidas:

$$\boxed{|w_c|_q = 236{,}25 \text{ kJ / kg}}\ ; \quad \boxed{|w_c|_s = 184 \text{ kJ / kg}}$$

El compresor habría funcionado, pues, con un rendimiento isoentrópico:

$$\eta_s = \frac{|w_c|_s}{|w_c|_q} = \underline{0{,}78}$$

4) Una laminación es un proceso isoentálpico:

$$dh = (c+R)dT + b\,dP = 0; \mu_{J-T} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = \boxed{\frac{-b}{c+R}}$$

Entre los puntos **2** y **3**:

$$h_2 = h_3 \Rightarrow (c+R)T_2 + b(P_2+a) = (c+R)T_3 + b(P_1+a) \Rightarrow \boxed{T_3 = T_2 + b\,\frac{P_2 - P_1}{c+R}}$$

$$\dot{m} = c\,A\frac{1}{v} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_1}{v_1} = \frac{A_2}{v_2} = \frac{A_3}{v_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\dfrac{RT_1}{P_1+a}+b}{\dfrac{RT_2}{P_2+a}+b} = \cdots = \boxed{2{,}86}$$

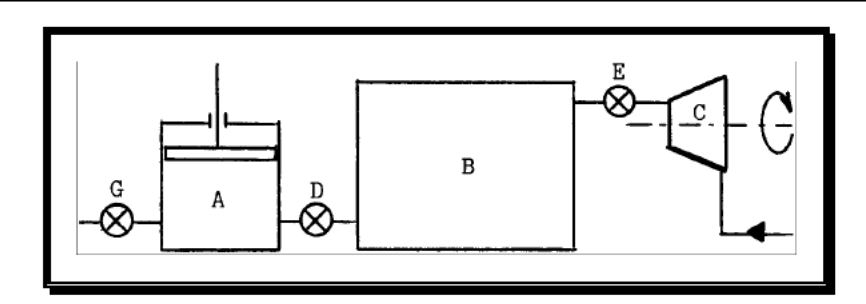
De igual modo se obtiene: $\boxed{A_1/A_3 = 0{,}58}$

5.17- La figura representa el esquema de un amortiguador neumático de aire para un camión. **A** representa 4 "muelles", uno de cada rueda, con un volumen total de 17,5 l, que debe permanecer invariable para mantener una altura normal del chasis que evite roces. Para la carga normal se mantiene en $P_A = 7{,}03\ \text{kp/cm}^2$ la presión manométrica de **A**. La presión atmosférica es $P_a = 1$ atm.

B representa un tanque de almacenamiento de volumen $V = 13{,}4$ l, en el que se mantiene normalmente una presión manométrica de $17{,}6\ \text{kg/cm}^2$, y todo el aire que escape o se extraiga será aportado por el compresor **C**, cuando la presión en **B** se quiera restituir al punto de control. Se desea determinar lo que ocurre en los siguientes casos:

1) **A** y **B**, ambos de paredes diatérmanas, están en equilibrio térmico con el medio ambiente a 26,7ºC. Luego, la temperatura del medio desciende a 15,5ºC y P_A se mantiene debido a la acción de la válvula automática **D**, entrando en funcionamiento **C** hasta restablecer la presión deseada de control. Calcular el trabajo gastado por **C** hasta restablecer la presión deseada de control. Calcular el trabajo gastado por **C**, que es adiabático y realiza la compresión del aire (supuesto G.P. biatómico) según una politrópica de $n = 1{,}3$, y con una relación de compresión $\varepsilon = 20$, estando la válvula **E** tarada a la presión de control de **B**.
2) Supongamos que **A** y **B** están en equilibrio térmico con el ambiente a la temperatura de 15,5ºC, y que ésta sube hasta 37,8ºC. Con el compresor sin funcionar, se deja que el aire escape por la válvula **G** para mantener P_A. Determinar la cantidad de aire que escapa, así como la presión final en **B**.

Tómese M_m del aire = 28,9.



1)

$$\left.\begin{array}{l} N_{1,A} = \dfrac{P_1 V_1}{RT_1} = \dfrac{\left(\dfrac{7{,}03}{1{,}033}+1\right)\cdot 17{,}5}{0{,}082\cdot 299{,}7} = 5{,}5582 \\ N_{2,A} = \dfrac{\left(\dfrac{7{,}03}{1{,}033}+1\right)\cdot 17{,}5}{0{,}082\cdot 288{,}5} = 5{,}774 \end{array}\right\} \Rightarrow N_{2A} - N_{1A} = 0{,}2158 mol$$

$$\left.\begin{array}{l} N_{1,B} = \dfrac{\left(\dfrac{7{,}03}{1{,}033}+1\right)\cdot 13{,}4}{0{,}082\cdot 299{,}7} = 9{,}8353 \\ N_{2,B} = \dfrac{\left(\dfrac{7{,}03}{1{,}033}+1\right)\cdot 13{,}4}{0{,}082\cdot 288{,}5} = 10{,}2171 \end{array}\right\} \Rightarrow N_{2B} - N_{1B} = 0{,}3818 mol$$

Hay que comprimir: $\left(N_{2,A} + N_{2,B}\right) - \left(N_{1,A} + N_{1,B}\right) = 0{,}6 mol$

El trabajo de compresión de **C** específico será:

$$w_c = 0{,}082\cdot 288{,}5\cdot \frac{1{,}4}{0{,}4}\cdot\left(1 - 20^{0{,}3/1{,}3}\right) = -82{,}5\frac{atml}{mol}$$

$$\left|W_c\right| = 0{,}6\cdot 82{,}5 = 49{,}5 \text{ atm l} = \boxed{5\,011{,}08 \text{ J}}$$

2)

$$N_{3,A} = \frac{\left(\dfrac{7{,}03}{1{,}033}+1\right)\cdot 17{,}5}{0{,}082\cdot 310{,}8} = 5{,}3597; N_{2,A} - N_{3,A} = 0{,}4143 mol = \boxed{12g}$$

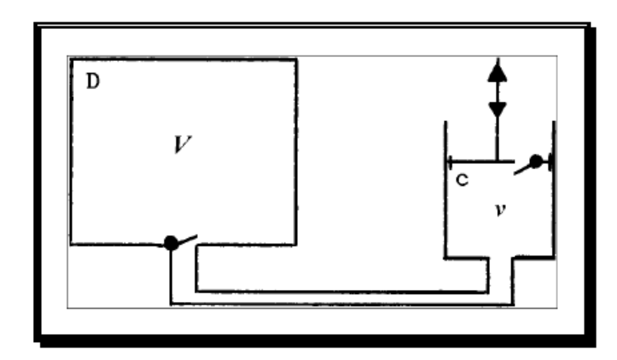
$$N_{3,B} = N_{2,B} = 10{,}2171 = \frac{P_{3,B}\cdot 13{,}4}{0{,}082\cdot 310{,}8} \quad\Rightarrow\quad P_{3,B} = 19{,}4320 \text{ atm} = \boxed{20{,}0733\frac{\text{kp}}{\text{m}^2}}$$

5.18- La figura representa el esquema de un compresor alternativo cuyo funcionamiento se desprende con claridad del mismo. Se considera que no existen espacios muertos perjudiciales y que la conducción tiene un volumen nulo. Igualmente es nula la capacidad calorífica de paredes, émbolos, etc.

El depósito **D** contiene inicialmente aire (supuesto G.P.) en las condiciones atmosféricas (P_0,T_0), y tiene un volumen V. El volumen del cuerpo de bomba, **c**, es v. Se supone que todos los procesos son reversibles. Se pide:

1) Siendo todas las paredes perfectamente diatérmanas, calcular la presión P_n en **D** al cabo de n emboladas, el trabajo neto consumido en las n emboladas W_n y el calor intercambiado con la atmósfera Q_n.
2) Si todas las paredes son perfectamente adiabáticas, calcular P_n, T_n (temperatura en **D** al cabo de las n emboladas) y W_n, así como la variación de energía interna en el aire que se ha comprimido.

Nota: Los datos son P_0, T_0, V, v y γ (exponente adiabático, constante, del aire).



1) ISOTERMO:

Suponiendo que el émbolo se encuentra, al iniciar la primera embolada, en el punto muerto superior, llamando P_i a la presión en **D** después de la embolada i-ésima, y escribiendo los balances de masa correspondientes para el gas perfecto:

$$\left.\begin{array}{l} \textit{Embolada 1}: P_0 v + P_0 V = \underline{P_1 V} \\ \textit{Embolada 2}: P_0 v + \underline{P_1 V} = \underline{P_2 V} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \textit{Embolada } n-1: P_0 v + \underline{P_{n-2} V} = \underline{P_{n-1} V} \\ \textit{Embolada } n: P_0 v + \underline{P_{n-1} V} = P_n V \end{array}\right\} \sum_{i=1}^{n} \Rightarrow n P_0 v + P_0 V = P_n V \qquad \boxed{P_n = P_0 \frac{V + nv}{V}} \quad [1]$$

Siendo el proceso isotermo, e incluyendo el trabajo intercambiado con la atmósfera, teniendo en cuenta que la presión en el cuerpo de bomba es P_0 al iniciarse la embolada:

$$Embolada\ n: |W_n| = VP_{n-1}\ ln\frac{P_n}{P_{n-1}} + P_0 v ln\frac{P_n}{P_0} = (VP_{n-1} + P_0 v) ln\ P_n - VP_{n-1}\ ln\ P_{n-1} - P_0 v ln\ P_0 =$$

$$\left.\begin{array}{l} = V\,P_n\ ln\ P_n - \underline{V\,P_{n-1}\ ln\ P_{n-1}} - P_0\,v\ ln\ P_0 \\ Embolada\ n-1: |W_{n-1}| = \underline{V\,P_{n-1}\ ln\ P_{n-1}} - \underline{V\,P_{n-2}\ ln\ P_{n-2}} - P_0\,v\ ln\ P_0 \\ Embolada\ n-2: |W_{n-2}| = \underline{V\,P_{n-2}\ ln\ P_{n-2}} - \underline{V\,P_{n-3}\ ln\ P_{n-3}} - P_0\,v\ ln\ P_0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Embolada\ 2: |W_2| = \underline{V\,P_2\ ln\ P_2} - \underline{V\,P_1\ ln\ P_1} - P_0\,v\ ln\ P_0 \\ Embolada\ 1: |W_1| = \underline{V\,P_1\ ln\ P_1} - V\,P_0\ ln\ P_0 - P_0\,v\ ln\ P_0 \end{array}\right\} \sum_{i=1}^{n} |W_i| = |W_c|$$

$$|W_c| = V\,P_n\ ln\ P_n - (V + nv) P_0\ ln\ P_0$$

y sustituyendo en esta expresión el valor de P_n obtenido en [1], se obtiene:

$$\boxed{|W_c| = P_0 (V + nv) ln \frac{V + nv}{V} = |Q|\ cedido\ a\ la\ atmósfera} \qquad [2]$$

($|W_c| = |Q_c|$ dado que el proceso es isotermo y la variación de energía interna es nula.)

El trabajo neto de compresión realizado será:

$$\boxed{W_{neto} = |W_c| - nvP_0 = P_0 (V + nv) ln \frac{V + nv}{V} - nvP_0}$$

Las expresiones [1] y [2] demuestran que el proceso que tiene lugar en la compresión con n emboladas es termodinámicamente equivalente a realizar de una sola vez la compresión de un volumen $(V + n\,v)$ hasta V:

i: P_0, $V + n\,v$, T — T cte → f: (V, P_n, T)

proceso en el cual es elemental escribir, directamente, las expresiones [1] y [2].

Asimismo es fácil comprobar que, en este proceso isotermo reversible, el $|W_c|$ aportado coincide con el incremento, $F_{final} - F_{inicial}$, de la energía interna libre (potencial de Helmholtz) que experimenta el sistema:

$$F_f - F_i = (U_f - TS_f) - (U_i - TS_i) = T(S_i - S_f) = P_0 (V + nv) ln \frac{V + nv}{V} = |Q|$$

2) ADIABÁTICO:

En la embolada n:

$$\left.\begin{array}{l} P_0 v^{\gamma} = P_n v_1^{\gamma} \\ P_{n-1} V^{\gamma} = P_n V_1^{\gamma} \end{array}\right\} v_1 + V_1 = V$$

$$\left.\begin{array}{l} Embolada\ n: v(P_0/P_n)^{1/\gamma}+V(P_{n-1}/P_n)^{1/\gamma}=V \\ Embolada\ n\text{-}1: v(P_0/P_{n-1})^{1/\gamma}+V(P_{n-2}/P_{n-1})^{1/\gamma}=V \\ Embolada\ n\text{-}2: v(P_0/P_{n-2})^{1/\gamma}+V(P_{n-3}/P_{n-2})^{1/\gamma}=V \\ \dots\dots\dots\dots \\ Embolada\ 1: v(P_0/P_1)^{1/\gamma}+V(P_0/P_1)^{1/\gamma}=V \end{array}\right\} \sum_{i=1}^{n} \Rightarrow nvP_0^{1/\gamma}+VP_0^{1/\gamma}=VP_n^{1/\gamma} \qquad \boxed{P_n=P_0\left(\frac{V+nv}{V}\right)^{\gamma}} \qquad [3]$$

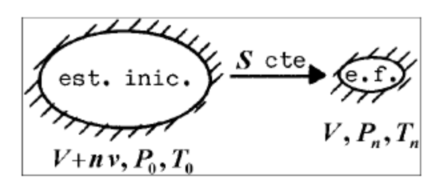
Siendo U_i la energía interna de V tras la embolada i:

$$\left.\begin{array}{l} |W_1|=U_1-(U_0+u_0) \\ |W_2|=U_2-(U_1+u_0) \\ \dots\dots\dots \\ |W_{n-1}|=U_{n-1}-(U_{n-2}+u_0) \\ |W_n|=U_n-(U_{n-1}+u_0) \end{array}\right\} \sum_{1}^{n}|W_i|=|W_c|=U_n-(U_0+nu_0)=\frac{VP_n}{\gamma-1}-\frac{(V+nv)P_0}{\gamma-1} \qquad [4]$$

y sustituyendo en [4] el valor [3] de P_n:

$$\boxed{|W|=\frac{P_0(V+nv)}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V+nv}{V}\right)^{\gamma-1}-1\right]=U_f-U_i} \quad \text{con } W_{neto}=|W_c|-n\,v\,P_0$$

Las expresiones [3] y [4] demuestran que el proceso adiabático en n emboladas es equivalente a la compresión adiabática en una embolada, desde $(V+n\,v)$ hasta V:



transformación en la que las ecuaciones [3] y [4] pueden escribirse directamente.

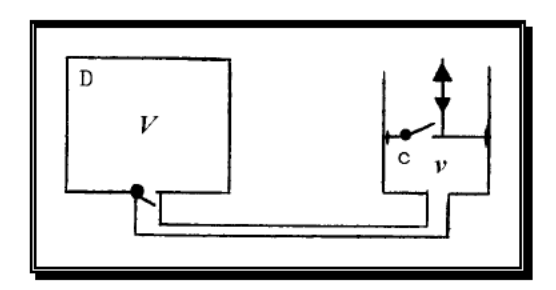
Igualmente podremos escribir: $\boxed{T_n=T_0\left(\frac{V+nv}{V}\right)^{\gamma-1}}$

5.19- La figura representa el esquema de una máquina alternativa de vacío (máquina neumática), cuyo funcionamiento se desprende claramente del mismo. Se considera que no existen espacios perjudiciales y que la conducción tiene volumen nulo. Igualmente es nula la capacidad calorífica de paredes, émbolo, etc.

D contiene inicialmente aire atmosférico (G.P.) a P_0 y T_0, y tiene un volumen V. El volumen del cuerpo de bomba **c** es v. Se supone que todos los procesos son reversibles. Se pide:

1) Siendo todas las paredes perfectamente diatérmanas, calcular:
   a) La presión en **D** al cabo de n emboladas.
   b) Trabajo neto gastado en las n emboladas y calor total intercambiado con la atmósfera.
2) Si todas las paredes son perfectamente adiabáticas, calcular:
   a) Presión y temperatura al cabo de n emboladas.
   b) Trabajo total gastado y variación de la energía interna en el aire.

Nota: los datos son P_0, T_0, V, v y γ (exponente adiabático del aire).

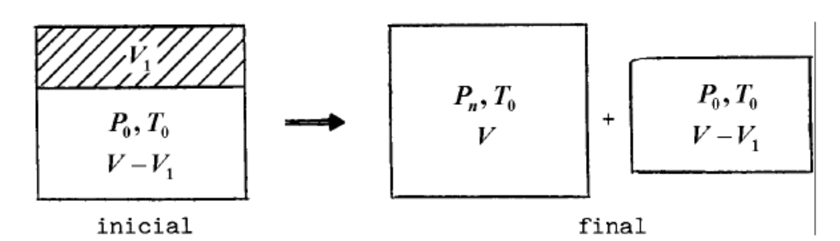


1) ISOTERMA:

a)

$$\left.\begin{aligned} &Embolada\,1: P_0V = P_1(V+v)\\ &Embolada\,2: P_1V = P_2(V+v)\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &Embolada\,n: P_{n-1}V = P_n(V+v)\end{aligned}\right\}\prod_{i=1}^{n} \Rightarrow P_0V^n = P_n(V+v)^n \Rightarrow \boxed{P_n = P_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n} \quad [1]$$

b) El proceso, con n emboladas, es equivalente al siguiente:



teniendo en cuenta que el volumen rayado V_1 contiene el aire que quedará en **D** tras el vaciado:

$$V_1 = V[V/(V+v)]^n$$

Considerando el valor de P_1 de [1], podemos escribir directamente (piénsese con atención):

$$\boxed{W_{neto\,gastado} = -P_0 V\left(\frac{V}{v+V}\right)^n ln\left(\frac{V+v}{V}\right)^n + P_0 V\left[1-\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\right]}$$

expresión en la que el primer término del segundo miembro representa el calor intercambiado con la atmósfera (cedido por ésta al aire enrarecido), y el segundo término del segundo miembro representa el trabajo realizado contra la atmósfera (trabajo de desplazamiento).

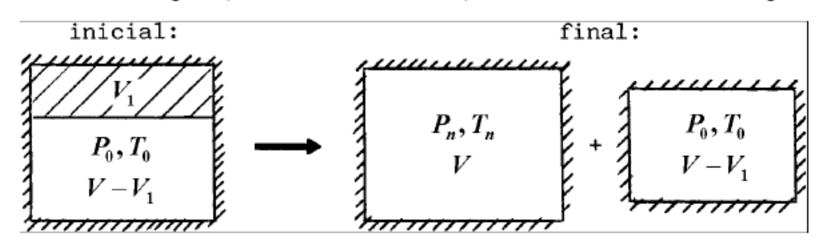
Nota: la equivalencia entre este proceso y el real, con *n* emboladas, puede demostrarse de forma análoga a la empleada en el problema 5.18-.

2) ADIABÁTICA:

a)

$$\left.\begin{array}{l} Embolada1: P_0 V^\gamma = P_1 (V+v)^\gamma \\ Embolada2: P_1 V^\gamma = P_2 (V+v)^\gamma \\ Embolada3: P_2 V^\gamma = P_3 (V+v)^\gamma \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Emboladan: P_{n-1} V^\gamma = P_n (V+v)^\gamma \end{array}\right\} \prod_1^n \Rightarrow \boxed{P_n = P_0 \left(\frac{V}{V+v}\right)^{n\gamma}}$$

b) El proceso en la máquina, con las *n* emboladas, es termodinámicamente equivalente a:



siendo: $$P_o V_1^{\gamma} = P_n V^{\gamma} = P_0 \left(\frac{V}{V+v} \right)^{n\gamma} ; V_1 = V \left(\frac{V}{V+v} \right)^{n}$$

El trabajo neto realizado lo podremos calcular:

$$W_{neto realizado} = \left(U_f - U_i \right) + P_0 \left(V - V_1 \right)$$

donde $P_0 \left(V - V_1 \right)$ es el trabajo de desplazamiento correspondiente al aire extraído. Luego:

$$\boxed{W_{neto} = \underbrace{\frac{\left[P_0 \left(\frac{V}{V+v} \right)^{n\gamma} \right] V - P_0 \left[V \left(\frac{V}{V+v} \right)^{n} \right]}{\gamma - 1}}_{\Delta U} + \underbrace{P_0 V \left[1 - \left(\frac{V}{V+v} \right)^{n} \right]}_{W \; de \; desplazamiento}}$$

En cuanto a T_n, ya que $T P^{(1-\gamma)/\gamma} = cte.$:

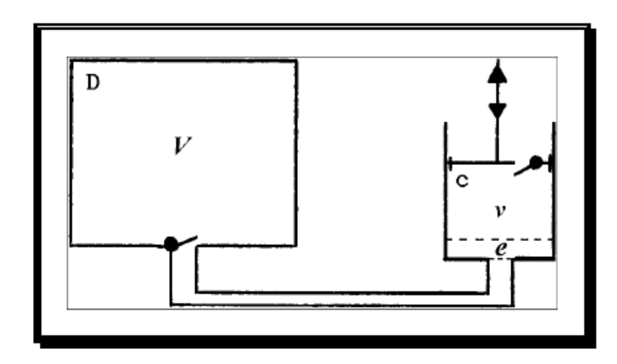
$$T_n = T_0 \left(\frac{P_0}{P_n} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 \left(\frac{V+v}{V} \right)^{n(1-\gamma)}$$

5.20- La figura representa el esquema de funcionamiento de un compresor alternativo de paredes perfectamente diatérmanas. El depósito **D**, de volumen V, contiene inicialmente aire (G.P.) a P_0. El volumen del cuerpo de bomba, **c**, es v, con un espacio perjudicial **e** (es decir, el émbolo no llega en cada embolada al fondo del cuerpo de bomba, sino que deja un volumen e de aire sin introducir en **D**, debido al espacio ocupado por válvulas, etc.) El volumen de la conducción es despreciable.

Calcular la presión final P_n al cabo de n emboladas.

Datos: V, v, e, P_0, n.

Aplicación numérica: $V / v = 100 = v / e$; $n = 1\,000$; $P_0 = 1$ atm.



$$\left.\begin{array}{l} Embolada\,1: P_0(V+v)=P_1(V+e) \\ Embolada\,2: P_1V+P_0v=P_2(V+e) \\ Embolada\,3: P_2V+P_0v=P_3(V+e) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Embolada\,n: P_{n-1}V+P_0v=P_n(V+e) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} P_0V+P_0v=P_1(V+e) \\ \left(\dfrac{V+e}{V}\right)(P_1V+P_0v)=P_2\dfrac{(V+v)^2}{V} \\ \left(\dfrac{V+e}{V}\right)^2(P_2V+P_0v)=P_3\dfrac{(V+v)^3}{V^2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \left(\dfrac{V+e}{V}\right)^{n-1}(P_{n-1}V+P_0v)=P_n\dfrac{(V+v)^n}{V^{n-1}} \end{array}\right.$$

$$\sum_1^n \Rightarrow P_0V+P_0v\left[1+\frac{V+e}{V}+\left(\frac{V+e}{V}\right)^2+\cdots+\left(\frac{V+e}{V}\right)^{n-1}\right]=P_n\frac{(V+e)^n}{V^{n-1}}\Rightarrow$$

$$P_0V+P_0v\frac{1-\left(\dfrac{V+e}{V}\right)^n}{1-\dfrac{V+e}{V}}=P_n\frac{(V+e)^n}{V^{n-1}}\Rightarrow \boxed{P_n=P_0\left(\frac{V}{V+e}\right)^n\left(1-\frac{v}{e}\right)+P_0\frac{v}{e}}$$

Aplicación: sustituyendo los valores dados, se obtiene:

$$\boxed{P_{1000} = 10{,}42 \text{ atm}}$$

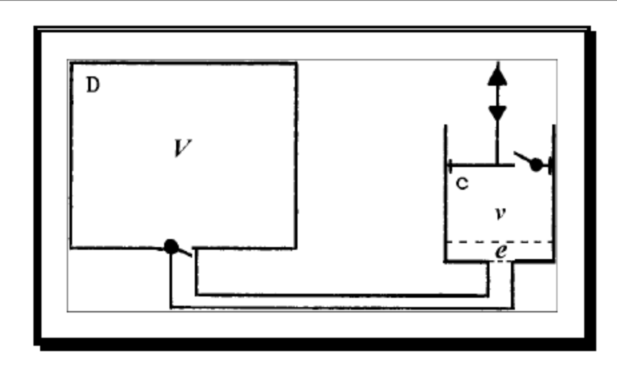
Observación: si el compresor no tuviera espacio perjudicial ($P_n = P_0 \left(V + nv\right)/V$), se habría obtenido una presión final $\underline{P_{1000} = 11 \text{ atm}}$. Es decir, un espacio perjudicial igual al 1% de v produce una disminución en la presión final de: $\left(11 - 10{,}42\right)/11 = 0{,}053 \equiv \underline{5{,}3\%}$ de la presión teórica con e = 0.

5.21- La figura representa el esquema de funcionamiento de una máquina de vacío de paredes perfectamente diatérmanas. El depósito **D**, de volumen V, contiene inicialmente aire (G.P.) a P_0. El volumen del cuerpo de bomba, **c**, es v, con un espacio perjudicial **e** (es decir, el émbolo no llega en cada embolada al fondo del cuerpo de bomba, sino que existe un volumen "inútil" e en cada embolada, debido al espacio ocupado por válvulas, etc.) El volumen de la conducción es despreciable.

Calcular la presión final P_n al cabo de n emboladas.

Datos: V, v, e, P_0, n.

Aplicación numérica: $V / v = 100 = v / e$; $n = 1\,000$; $P_0 = 1$ atm.



$$\left.\begin{array}{l} P_0 e + P_0 V = P_1(V+v) \\ P_0 e + P_1 V = P_2(V+v) \\ P_0 e + P_2 V = P_3(V+v) \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ P_0 e + P_{n-1} V = P_n(V+v) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} P_0 e + P_0 V = P_1(V-v) \\ \dfrac{V+v}{V}(P_0 + P_1 V) = \dfrac{V+v}{V} P_2(V+v) \\ \left(\dfrac{V+v}{V}\right)^2 (P_0 + P_2 V) = \left(\dfrac{V+v}{V}\right)^2 P_3(V+v) \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \left(\dfrac{V+v}{V}\right)^{n-1} (P_0 + P_{n-1} V) = \left(\dfrac{V+v}{V}\right)^{n-1} P_n(V+v) \end{cases}$$

$$\sum \Rightarrow P_0 V + P_0 e\left[1 + \left(\frac{V+v}{V}\right) + \left(\frac{V+v}{V}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{V+v}{V}\right)^{n-1}\right] = P_n(V+v)\left(\frac{V+v}{V}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow P_0 V + P_0 e \frac{1-\left(\dfrac{V+v}{V}\right)^n}{1-\dfrac{V+v}{V}} = P_n \frac{(V+v)^n}{V^{n-1}} \Rightarrow P_n = P_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n + P_0 \frac{e}{v}\left[1-\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{P_n = P_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\left(1-\frac{e}{v}\right)+P_0\,\frac{e}{v}}$$

Aplicación: sustituyendo los valores dados, se obtiene:

$$\boxed{P_{1000} = 0{,}010047\ \text{atm}}$$

Observación: si la bomba de vacío no tuviera espacio perjudicial ($P_n = P_0[V/(V+v)]^n$), se habría obtenido una presión final $\underline{P_{1000} = 0{,}000047\ \text{atm}}$. Es decir, un espacio perjudicial igual al 1% de *v* tiene una influencia enorme en la presión final de vaciado.

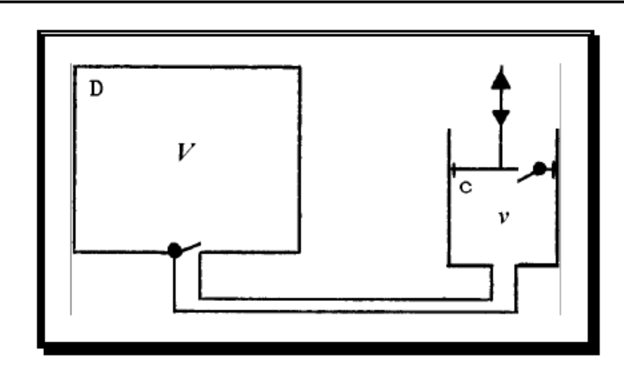
5.22- La figura representa el esquema de un compresor alternativo cuyo funcionamiento se desprende con claridad del mismo. Se considera que no existen espacios muertos perjudiciales y que la conducción tiene un volumen nulo. Igualmente es nula la capacidad calorífica de paredes, émbolos, etc.

El depósito **D** contiene inicialmente aire en las condiciones atmosféricas (P_0,T), y tiene un volumen V. El volumen del cuerpo de bomba, **c**, es v. Se supone que todos los procesos son reversibles. Se pide:

1) Siendo todas las paredes perfectamente diatérmanas, calcular la presión P_n en **D** al cabo de n emboladas.
2) Trabajo neto gastado en la compresión.

Se supone que el gas atmosférico cumple la ecuación de estado: $P\,(v - b) = R\,T$.

Datos: P_0, T, $v\,/\,V = \varepsilon$, R, b, n.



1) La ecuación térmica dada para N moles sería:

$$P\left(\frac{V}{N}-b\right)=RT \Rightarrow P(V-Nb)=NRT \Rightarrow N=\frac{PV}{RT+Pb}$$

Haciendo un balance de masas en cada embolada i:

$$\left.\begin{aligned}
&1: \frac{P_0 v}{RT+P_0 b}+\frac{P_0 V}{RT+P_0 b}=\frac{P_1 V}{RT+P_1 b}\\
&2: \frac{P_0 v}{RT+P_0 b}+\frac{P_1 V}{RT+P_1 b}=\frac{P_2 V}{RT+P_2 b}\\
&\dots\dots\dots\\
&n-1: \frac{P_0 v}{RT+P_0 b}+\frac{P_{n-2} V}{RT+P_{n-2} b}=\frac{P_{n-1} V}{RT+P_{n-1} b}\\
&n: \frac{P_0 v}{RT+P_0 b}+\frac{P_{n-1} V}{RT+P_{n-1} b}=\frac{P_n V}{RT+P_n b}
\end{aligned}\right\}
\sum_1^n \Rightarrow \frac{nP_0 v_0}{RT+P_0 b}+\frac{P_0 V}{RT+P_0 b}=\frac{P_n V}{RT+P_0 b}$$

$$\Rightarrow \frac{P_0(V+nv)}{RT+P_0 b}=\frac{P_n V}{RT+P_n b} \qquad [1]$$

La expresión [1] evidencia que el resultado obtenido es el mismo que el que se obtendría con una sola embolada de $n\,v$.

De [1], operando: $$P_n = \frac{RT\,P_0\left(V+nv\right)}{RTV - P_0\,bnv} = \boxed{\frac{RT\,P_0\left(1+n\varepsilon\right)}{RT - P_0\,bn\varepsilon}}$$

Obsérvese que, si b = 0: $$P_n = P_0\left(1+n\varepsilon\right) = P_0\,\frac{V+nv}{V}$$

que coincide con el resultado obtenido en el caso de gas ideal (fórmula [1] del problema 5.18-).

2) Calcularemos el trabajo imaginando que diéramos una sola embolada de $n\,v$:

$$\left|W_t\right| = -\int_{V+nv}^{V} P\,dV\,;\left(P = \frac{NRT}{V-Nb}\right);\left|W_t\right| = NRT\,ln\,\frac{V+nv-Nb}{V-Nb}$$

siendo $$N = \frac{P_0\left(V+nv\right)}{RT+P_0 b} \Rightarrow \left|W_t\right| = \frac{RT\,P_0\left(V+nv\right)}{RT+P_0 b}\,ln\left(1+\frac{nv}{V-\dfrac{P_0\left(V+nv\right)}{RT+P_0 b}\,b}\right)$$

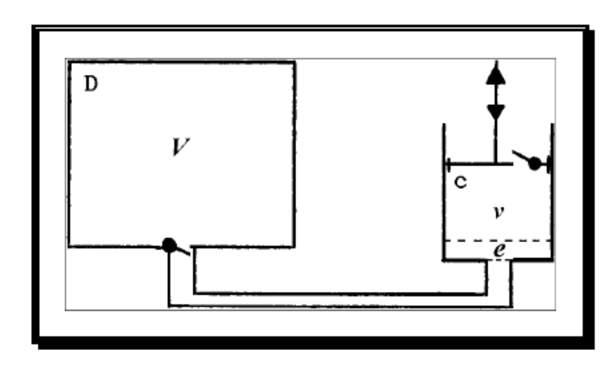
De modo que: $$\boxed{\left|W_c\right|_{neto} = \left|W_t\right| - P_0\,n\,v}$$

5.23- La figura representa el esquema de funcionamiento de una máquina de vacío de paredes perfectamente diatérmanas. El depósito **D**, de volumen V, contiene inicialmente aire a (P_0,T). El volumen del cuerpo de bomba, **c**, es v, con un espacio perjudicial **e** (es decir, el émbolo no llega en cada embolada al fondo del cuerpo de bomba, sino que existe un volumen "inútil" e en cada embolada, debido al espacio ocupado por válvulas, etc.) El volumen de la conducción es despreciable.

Se supone que el aire cumple la ecuación de estado $P(v-b) = RT$

Calcular la presión final P_n al cabo de n emboladas.

Datos: b, R, T, P_0, V, v, e.



Según la ecuación térmica dada: $N = \dfrac{PV}{RT} + Pb$

Haciendo un balance de masas en cada embolada i:

$$\left.\begin{aligned}
&[1]: \frac{P_0V}{RT+P_0b} + \frac{P_0e}{RT+P_0b} = \frac{P_1(V+v)}{RT+P_1b}\\
&[2]: \frac{P_1V}{RT+P_1b} + \frac{P_0e}{RT+P_0b} = \frac{P_2(V+v)}{RT+P_2b}\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&[n-1]: \frac{P_{n-2}V}{RT+P_{n-2}b} + \frac{P_0e}{RT+P_0b} = \frac{P_{n-1}(V+v)}{RT+P_{n-1}b}\\
&[n]: \frac{P_{n-1}V}{RT+P_{n-1}b} + \frac{P_0e}{RT+P_0b} = \frac{P_n(V+v)}{RT+P_nb}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned}
&\left(\frac{V+v}{v}\right)^0 \cdot [1]\\
&\left(\frac{V+v}{v}\right)^1 \cdot [2]\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\left(\frac{V+v}{v}\right)^{n-2} \cdot [n-1]\\
&\left(\frac{V+v}{v}\right)^{n-1} \cdot [n]
\end{aligned}\right.$$

Sumando miembro a miembro, operando cuidadosamente:

$$\sum_{1}^{n} \Rightarrow \frac{P_0 V}{RT + P_0 b} + \frac{P_0 e}{RT + P_0 b} \cdot \frac{1 - \left(\dfrac{V+v}{V}\right)^n}{1 - \left(\dfrac{V+v}{V}\right)} = \left(\frac{V+v}{V}\right)^n V \frac{P_n}{RT + P_n b} \Rightarrow$$

$$\frac{P_0 V}{RT + P_0 b} + \frac{P_0 e V}{RT + P_0 b} \cdot \frac{\left(\dfrac{V+v}{V}\right)^n - 1}{v} = \left(\frac{V+v}{V}\right)^n V \frac{P_n}{RT + P_n b} \Rightarrow$$

$$\frac{P_0}{RT + P_0 b}\left\{1 + \frac{e}{v}\left[\left(\frac{V+v}{V}\right)^n - 1\right]\right\} = \left(\frac{V+v}{V}\right)^n \frac{P_n}{RT + P_n b}$$

$$\frac{P_0}{RT + P_0 b}\left\{\left(\frac{V}{V+v}\right)^n + \frac{e}{v}\left[1 - \left(\frac{V}{V+v}\right)^n\right]\right\} = \frac{P_n}{RT + P_n b}$$

$$\frac{P_0}{RT + P_0 b}\left[\left(\frac{V}{V+v}\right)^n \left(1 - \frac{e}{v}\right) + \frac{e}{v}\right] = \frac{1}{b + \dfrac{RT}{P_n}} ; \frac{RT}{P_n} = \frac{RT + P_0 b}{P_0\left[\left(\dfrac{V}{V+v}\right)^n \left(1 - \dfrac{e}{v}\right) + \dfrac{e}{v}\right]} - b$$

Definitivamente:

$$\boxed{P_n = \frac{RT}{\dfrac{RT + P_0 b}{P_0\left[\left(\dfrac{V}{V+v}\right)^n \left(1 - \dfrac{e}{v}\right) + \dfrac{e}{v}\right]} - b}}$$

Efectivamente, para $b = 0$ (gas ideal) y $e = 0$ (no hay espacio perjudicial), queda:

$$P_n = P_0 \left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

que es la expresión [1] obtenida en el problema 5.19-.

5.24- En un proceso isotérmico a $t = 200$ºC se comprime CO_2 desde $P_1 = 5$ bar hasta $P_2 = 55$ bar. Se pide:

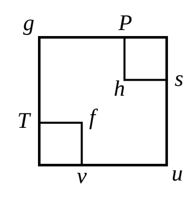
1) Incremento de la energía interna libre (Helmholtz) Δf, en kJ / kg.
2) Demostrar: $(\partial h / \partial v)_T = T(\partial P / \partial T)_v + v(\partial P / \partial v)_T$. Calcular: Δh (entalpía), Δs (entropía) y Δg (Gibbs).
3) Si el proceso de compresión se hubiera realizado reversiblemente en un cilindro–émbolo, y, una vez realizado, se "suelta" el émbolo y vuelve libremente hasta que se restablece el estado inicial, cuál habría sido la exergía destruida en todo el proceso.
4) Demostrar: $\ln \varphi$ (fugacidad) $= -\ln(v - b) - 2a / (RTv) + b / (v - b)$.

Datos: se supone que el CO_2 cumple la ecuación de Van der Waals, de constantes: $a = 190{,}9$ N m^4 / kg^2; $b = 0{,}984 \cdot 10^{-3}$ m^3 / kg; $R = 8{,}314$ J / mol K.

Para simplificar, supónganse calculados previamente:

$v_1(200ºC, 5\,bar) = 0{,}178$ m^3 / kg; $v_2(200ºC, 55\,bar) = 0{,}01545$ m^3 / kg

Haremos uso de la conocida regla mnemotécnica:



1) Van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2} \Rightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{\partial P}{\partial v}\right)_T = -\dfrac{R}{(v-b)^2} + \dfrac{2a}{v^3} \\ \left(\dfrac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \dfrac{R}{v - b} \end{cases}$$

$$df = -Pdv - sdT \Rightarrow df = -Pdv\big|_T \Rightarrow \Delta f = \int_{v_1}^{v_2} -Pdv = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{-RT}{v - b} + \frac{a}{v^2}\right) dv =$$

$$\boxed{\Delta f = -RT\, ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} - a\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right)}$$

Para los datos numéricos dados se obtiene:

$$\boxed{\Delta f = 212{,}53\,\text{kJ / kg} = -w_c}$$

2) $$dh = vdP + Tds \quad \Rightarrow \quad \frac{dh}{dv} = v\frac{dP}{dv} + T\frac{ds}{dv}\bigg|_T$$

Teniendo en cuenta: $$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$$

se tiene: $$\left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)_T = v\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T + T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \Rightarrow \Delta h\big|_T = \int_{v_1}^{v_2}\left(\frac{-RTb}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^2}\right)dv = \cdots =$$

$$= \boxed{\left(\frac{RTb}{(v_1-b)(v_2-b)} - \frac{2a}{v_1 v_2}\right)(v_1 - v_2)}$$

y para los valores dados se obtiene: $\boxed{\Delta h = 22 \text{ kJ / kg}}$

$$g = h - Ts \Rightarrow \Delta g = \Delta h - T\Delta s\big|_T \Rightarrow \Delta s\big|_T = \int_{v_1}^{v_2}\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv = \int_{v_1}^{v_2}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv =$$

$$= \int_{v_1}^{v_2}\frac{R}{v-b}dv = \boxed{Rln\frac{v_2 - b}{v_1 - b}}$$

Para los datos dados: $\boxed{\Delta s = -0{,}4732 \text{ kJ / kg K}}$

Sustituyendo: $\Delta g = \Delta h - T\Delta s = \boxed{245{,}8236 \text{ kJ / kg}}$

3) El estado final del CO_2 coincide con su estado inicial, de modo que, como las condiciones atmosféricas no han variado, su contenido exergético final será el inicial. Por lo tanto, todo el trabajo empleado en la compresión reversible será exergía destruida en el proceso irreversible:

$$i_{2,1}^{irrev} = \left|w_{c,1,2}^{rev}\right| = \Delta f_1^{\,2} = \boxed{212{,}53 \text{ kJ / kg}}$$

4) Según la definición de φ: $dg = vdP = RTd(ln\varphi)\big|_T$

$$dP = \frac{-RT}{(v-b)^2}dv + \frac{2a}{v^3}dv\bigg|_T \Rightarrow RT\,d(ln\,\varphi) = -\frac{RTv}{(v-d)^2}dv + \frac{2a}{v^2}dv \Rightarrow$$

$$\underline{\Rightarrow ln\,\varphi = -ln(v-b) - \frac{2a}{RTv} + \frac{b}{v-b}}\,c.q.d.$$

5.25- El recinto de un laboratorio tiene un volumen V, y contiene aire atmosférico a (P_0,T_0). Para realizar cierto experimento es preciso hacer en él una despresurización (vaciado parcial) hasta la presión $P_0/2$, que se hace con una bomba alternativa de vacío cuyo esquema puede ser el de la figura, siendo despreciable el volumen de la conducción de conexión con el recinto.

El cuerpo de bomba tiene un volumen v. La bomba, accionada por el correspondiente motor, da $\dot{n}$ emboladas por unidad de tiempo. Se pide:

1) Calcular el tiempo de funcionamiento de la bomba.

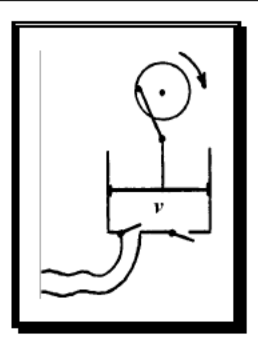
Se supondrá que, en el momento del arranque, el émbolo de la bomba se encuentra en su punto muerto inferior; que todo el proceso es perfectamente reversible, y que todas las paredes son diatérmanas, siendo las condiciones atmosféricas P_0 y T_0.

2) Calcular la masa de aire extraído del recinto cuando el número de emboladas dadas es n.

Nota: el aire atmosférico cumple la ecuación térmica: $P(v-b) = R_m T$, donde b y R_m son constantes específicas conocidas.

3) Particularizar los apartados 1) y 2) para $b = 0$, siendo $V = 8\ \text{m}^3$, $v = 5$ l, $\dot{n} = 2$ emboladas por segundo, $P_0 = 1$ bar, $T_0 = 300$ K, $R = 8{,}31$ J / mol K, y la masa molecular del aire $M_m = 28{,}9$.

4) En el caso 3):
   a) Calcular el calor intercambiado con la atmósfera en n emboladas.
   b) Calcular el trabajo neto efectuado mediante un balance de exergías.



$$P(v-b) = R_m T \Rightarrow P\left(\frac{V}{m} - b\right) = R_m T \Rightarrow m = \frac{PV}{R_m T + Pb}$$

Haciendo un balance de masas en cada una de las n emboladas:

$$\left.\begin{aligned}
&1: \frac{P_0 V}{R_m T_0 + P_0 b} = \frac{P_1 (V+v)}{R_m T_0 + P_1 b} \\
&2: \frac{P_1 V}{R_m T_0 + P_1 b} = \frac{P_2 (V+v)}{R_m T_0 + P_2 b} \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&n: \frac{P_{n-1} V}{R_m T_0 + P_{n-1} b} = \frac{P_n (V+v)}{R_m T_0 + P_n b}
\end{aligned}\right\} \prod_1^n \Rightarrow \frac{P_0 V^n}{R_m T_0 + P_0 b} = \frac{P_n (V+v)^n}{R_m T_0 + P_n b} \quad [1]$$

$$\Rightarrow P_n = \frac{R_m T_0}{\left(\frac{R_m T_0}{P_0} + b\right)\left(\frac{V+v}{V}\right)^n - b} \quad [2]$$

Según el enunciado,

$$P_n = \frac{P_0}{2} \underset{([1])}{\Rightarrow} \frac{2\left(R_m T_0 + \frac{P_0}{2} b\right)}{R_m T_0 + P_0 b} = \left(\frac{V+v}{V}\right)^n \Rightarrow n = \frac{ln \frac{2R_m T_0 + P_0 b}{R_m T_0 + P_0 b}}{ln \frac{V+v}{V}}$$

$$n = \dot{n} Z \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z = \frac{n}{\dot{n}} = \frac{1}{\dot{n}} \frac{\ln \frac{2R_m T_0 + P_0 b}{R_m T_0 + P_0 b}}{\ln \frac{V+v}{V}}}$$

2) Masas inicial, final y extraída:

$$m_i = \frac{P_0 V}{R_m T_0 + P_0 b}; m_f = \frac{P_n V}{R_m T_0 + P_n b}; m_e = m_i - m_f \underset{\left(P_n = \frac{P_0}{2}\right)}{=} \boxed{\frac{VP_0}{R_m T_0 + P_0 b} - \frac{VP_0}{2R_m T_0 + P_0 b}}$$

3) $$P_n = P_0 \left(\frac{V}{V+v}\right)^n ; n = \cdots = \frac{ln 2}{ln \frac{V+v}{V}} = \boxed{1110 \, emboladas} ; Z = \frac{n}{\dot{n}} = \cdots = \boxed{555 s}$$

$$m_e = \frac{P_0 V}{2 R_m T_0} = \frac{8 \text{ m}^3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{2 \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 300 \text{ K}} = \boxed{4{,}64 \text{ kg}}$$

4) a) Dado que el proceso es reversible, el incremento de entropía del aire en **D** más el de la atmósfera es cero: $\Delta S_D + \Delta S_{atm} = 0$

Para el aire del depósito:

$$\Delta s_D = R_m \, ln \frac{P_0}{P_n} \Rightarrow \Delta S_D = m_f \Delta s_D = \underbrace{\frac{P_0 V}{R_m T_0} \left(\frac{V}{V+v}\right)^n}_{m_f} \underbrace{R_m \, ln \left(\frac{V+v}{V}\right)^n}_{\Delta s_D} = \left|\frac{Q_a}{T_0}\right| \Rightarrow$$

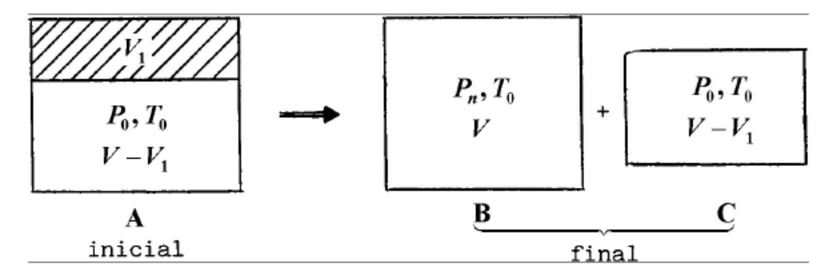
$$|Q_a| = P_0 V \left(\frac{V}{V+v}\right)^n ln \left(\frac{V+v}{V}\right)^n = \cdots = \boxed{277{,}41 kJ} \quad [3]$$

Nota: llamando ε a la relación v / V, la expresión [3] queda:

$$|Q_a| = P_0 V \frac{1}{(1+\varepsilon)^n} ln(1+\varepsilon)^n = P_0 V \frac{n}{(1+\varepsilon)^n} ln(1+\varepsilon)$$

Para ε muy pequeño: $ln(1+\varepsilon) \approx \varepsilon \Rightarrow \underline{|Q_a| \approx P_0 V \frac{n\varepsilon}{(1+\varepsilon)^n}}$

b) El proceso, con n emboladas, es equivalente al siguiente:



Haciendo un balance de exergías: $\underline{B_A + |W_{neto}| = B_B + B_C}$; donde $B_A = B_C = 0$ por estar ambos en el estado muerto atmosférico, y por tanto:

$$\boxed{|W_{neto}| = B_B}$$

Es decir, todo el trabajo neto gastado queda almacenado en **D** en forma de exergía, ya que no ha habido destrucción de la misma por ser el proceso reversible:

$$|W_{neto}| = B_B = \underbrace{(U_B - U_{B,a})}_{0} - m_f T_0 (s_B - s_{B,a}) + P_0 (V - V_a) =$$

$$= +T_0 \underbrace{\frac{P_n V}{R_m T_0}}_{m_f} R_m \, ln \frac{P_n}{P_0} + P_0 \left(V - V \frac{P_n}{P_0} \right) = \boxed{-VP_n \, ln \frac{P_0}{P_n} + V(P_0 - P_n)}$$

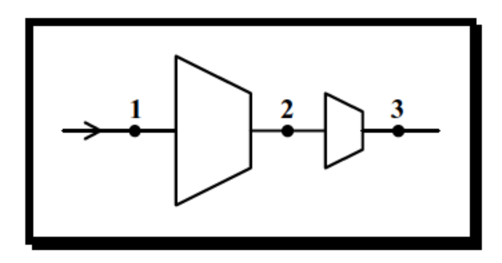
Para $P_n = P_0 / 2$: $|W_{neto}| = \boxed{\frac{VP_0}{2}(1 - ln 2) = 122{,}74 kJ}$

5.26- Dos compresores adiabáticos funcionan en serie comprimiendo un gas que se supone perfecto de exponente adiabático γ. Ambos funcionan con igual relación de compresión ε (presión de salida / presión de entrada) e igual rendimiento isoentrópico η_s, que es desconocido.

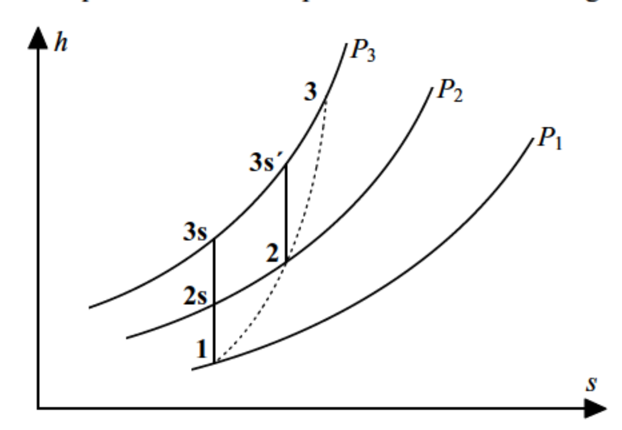
El rendimiento isoentrópico global del grupo es conocido (por medidas energéticas), siendo su valor η.

Se pide: calcular el rendimiento isoentrópico de cada compresor η_s, en función de γ, ε y η.

Aplicación numérica: $\gamma = 1,4$; $\varepsilon = 5$; $\eta = 0,8$.



La representación esquemática de la compresión escalonada en diagrama (T,s) sería:



Tratándose de un gas perfecto, a lo largo de la resolución del problema utilizaremos repetidamente las expresiones:

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1); \eta_s = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{c_p(T_{2s} - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}; T_{2s} = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Para simplificar las expresiones, llamaremos: $\frac{P_2}{P_1} = \varepsilon$; $\frac{\gamma - 1}{\gamma} = k$.

$$T_{2s} = T_1 \varepsilon^k \; ; \quad T_{3s} = T_1 \varepsilon^{2k} \; ; \quad T_{3's} = T_2 \varepsilon^k$$

Rendimiento exergético global:

$$\eta = \frac{T_{3s} - T_1}{T_3 - T_1} = \frac{T_1 \varepsilon^{2k} - T_1}{T_3 - T_1} = \frac{T_1\left(\varepsilon^{2k} - 1\right)}{T_3 - T_1} \Rightarrow T_3 = T_1\left(1 + \frac{\varepsilon^{2k} - 1}{\eta}\right)$$

Rendimiento isoentrópico de cada compresor:

$$\eta_s = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{T_{3's} - T_2}{T_3 - T_2}; \frac{T_1\left(\varepsilon^k - 1\right)}{T_2 - T_1} = \frac{T_2\left(\varepsilon^k - 1\right)}{T_3 - T_2} \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \underline{T_2 = \sqrt{T_1 T_3}}$$

es decir, la temperatura intermedia de la compresión es la media geométrica de las temperaturas inicial y final.

$$\eta_s = \frac{T_1 \varepsilon^k - T_1}{\sqrt{T_1 T_3} - T_1} = \frac{T_1\left(\varepsilon^k - 1\right)}{T_1\left(\sqrt{1 + \dfrac{\varepsilon^{2k} - 1}{\varepsilon}} - 1\right)} = \boxed{\frac{\varepsilon^k - 1}{\sqrt{1 + \dfrac{\varepsilon^{2k} - 1}{\varepsilon}} - 1}}$$

Aplicación numérica: $\eta_s = \cdots = \boxed{0{,}84}$

Obsérvese que el rendimiento isoentrópico de cada compresor es menor que el del conjunto.

CAPÍTULO VI

Turbinas de Vapor.

6. PROBLEMAS RELATIVOS A:

TURBINAS DE VAPOR.

6.1- La turbina adiabática de una central termoeléctrica se compone de dos cuerpos: uno de alta presión (**AP**) y el otro de baja presión (**BP**). El vapor procedente del generador de vapor entra a la turbina de alta a $t_1 = 440$ºC y $P_1 = 80$ bar, encontrándose a la salida a $t_2 = 180$ºC y $P_2 = 5$ bar. Dicho vapor se hace pasar por un recalentador, donde se calienta hasta alcanzar nuevamente la temperatura $t_3 = t_1$. A continuación se expansiona en la turbina de baja, siendo la presión a su salida $P_4 = 0{,}06$ bar, y su volumen específico $v_4 = 23{,}5\ m^3/kg$. Se pide:

1) La potencia de ambas turbinas para un caudal de vapor $\dot{m} = 80$ t / h.
2) Siendo la sección de entrada a la turbina de alta $A_1 = 69{,}3\ dm^2$, determinar la velocidad del vapor en dicha sección y comparar esa sección con las correspondientes a las salidas de ambas turbinas, A_2 y A_4 respectivamente, para que no haya variación de energía cinética.
3) Representar esquemáticamente el proceso en (P,v) y (P,t).

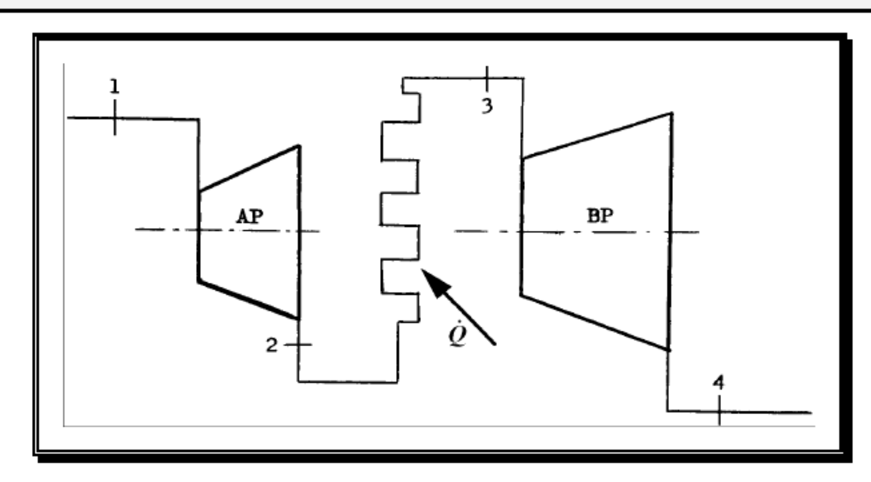


Tabla resumen de los distintos estados:

	1	**2**	**3**	**4**
P (bar)	80	5	6	0,06
t (ºC)	440	180	440	
v (m^3/kg)				23,5

1) De la tabla del vapor recalentado:

80 bar		
t (ºC)	*h* (kJ/kg)	*v* (m^3/kg)
440	3 246,1	$37{,}42 \cdot 10^{-3}$

5 bar		
t (ºC)	*h* (kJ/kg)	*v* (m^3/kg)
180	2 812	$404{,}5 \cdot 10^{-3}$
440	3 356	

De la tabla del vapor húmedo:

P (bar)	*t* (ºC)	*v´* (m^3/kg)	*v´´* (m^3/kg)	*h´* (kJ/kg)	*r* (kJ/kg)
0,06	36,16	$1{,}006 \cdot 10^{-3}$	23,74	151,5	2 415,19

AP:

$$\begin{cases} w_t = h_1 - h_2 \\ \dot{W}_t = \dot{m}(h_1 - h_2) = 22{,}22\dfrac{kg}{s} \cdot (3246{,}1 - 2812)\dfrac{kJ}{kg} = \boxed{9645{,}7 kW} \end{cases}$$

BP: Calculemos el título x_4 del vapor a la salida:

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{h - h'}{h'' - h'} \Rightarrow v = v' + x(v'' - v') \Rightarrow v_4 = 23{,}5\frac{m^3}{kg} =$$

$$= 1{,}006 \cdot 10^{-3} + x_4\left(23{,}74 - 1{,}006 \cdot 10^{-3}\right) \Rightarrow \underline{x_4 = 0{,}989}$$

$$h_4 = 151{,}53 + 0{,}989 \cdot 2\,415{,}9 = 2\,540{,}85 \text{ kJ / kg}$$

$$\dot{W}'_t = \dot{m}(h_3 - h_4) = 22{,}22\frac{kg}{s}(3356 - 2540{,}85)\frac{kJ}{kg} = \boxed{18112{,}63 kW}$$

2)

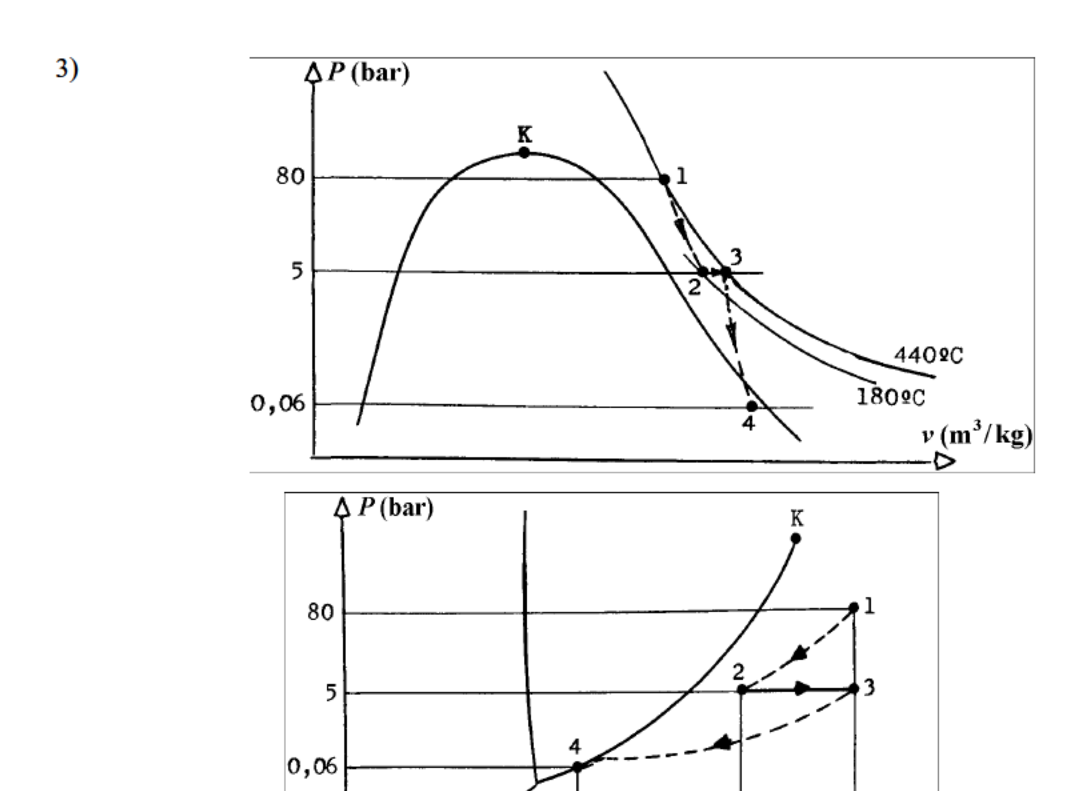
$$\dot{m} = \rho A c = \frac{Ac}{v}; \quad c_1 = \frac{\dot{m} v_1}{A_1} = \frac{22{,}22 \cdot 37{,}42 \cdot 10^{-3}}{69{,}3 \cdot 10^{-2}} = \boxed{1{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 c_1 = \rho_4 A_4 c_4 = \rho_4 A_4 c_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 A_1 = \rho_4 A_4 \quad \Rightarrow \quad A_4 = A_1 \frac{v_4}{v_1}$$

$$A_4 = 69{,}3 \cdot 10^{-2} \frac{23{,}5}{37{,}42 \cdot 10^{-3}} = \boxed{435{,}2 \text{ m}^2}$$

$$A_2 = A_1 \frac{v_2}{v_1} = 69{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{404{,}5 \cdot 10^{-3}}{37{,}42 \cdot 10^{-3}} = \boxed{7{,}49 \text{ m}^2}$$

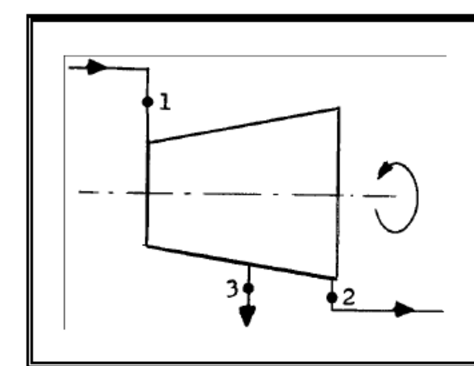
3)


P (bar)
K
80
1
5
3
2
440ºC
180ºC
0,06
4
v (m³/kg)
P (bar)
K
80
1
2
5
3
4
0,06
t (ºC)
36,16
180
440

6.2- La figura adjunta representa una turbina adiabática de alta presión en la que se ha hecho una extracción intermedia. Los estados del vapor y los caudales se indican en la tabla adjunta. Se pide:

1) Potencia de la turbina.
2) Destrucción de exergía por unidad de tiempo.
3) Valor de b_t (exergía específica de flujo o con trasvasamiento) para el vapor en el estado **1**, y su representación esquemática en (P,v), (T,s) y (h,s).

Las condiciones atmosféricas son: $P_a = 1$ atm, $T_a = 290$ K. Se desprecian las variaciones de energías cinética y potencial.



Estado	t (ºC)	P (bar)	$\dot{m}$ (kg / s)
1	535	80	85
2	332	40	82
3	355	48	3

1) $$\dot{W}_t = \dot{m}_2(h_1 - h_2) + \dot{m}_3(h_1 - h_3)$$

De la tabla del vapor recalentado:

Estado	h (kJ / kg)	s (kJ / kg K)
1	3 378	6,35
2	3 048	6,51
3	3 085	6,48

$$W'_t = 82\frac{kg}{s}\cdot(3378-3048)\frac{kJ}{kg} + 3\frac{kg}{s}\cdot(3378-3085)\frac{kJ}{kg} = \boxed{27939 kW}$$

2) Según Gouy-Stodola:

$$\dot{I} = T_a \Delta\dot{S}_{univ} = T_a(\dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1) \Rightarrow \cdots = \boxed{3918 kW}$$

También podría obtenerse a partir de un balance de exergía en la turbina:

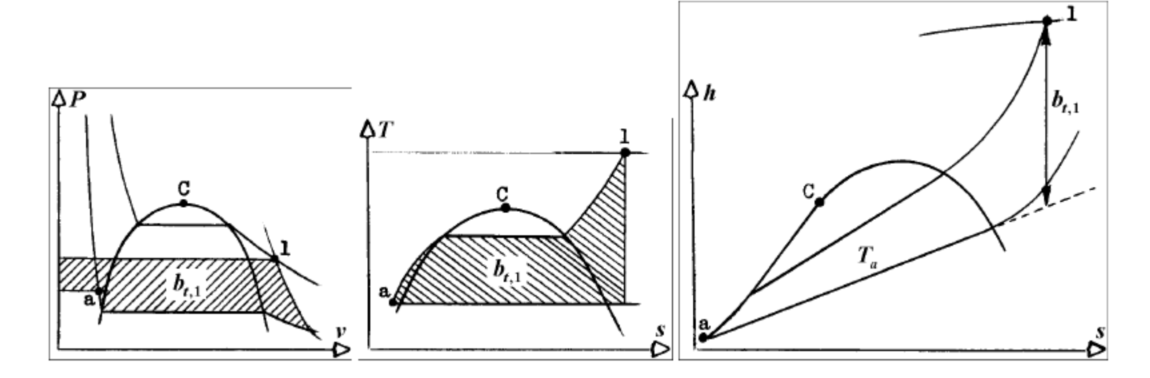
$$\dot{m}_1 b_{t,1} = \dot{m}_3 b_{t,3} + \dot{m}_2 b_{t,2} + \dot{W}_t + \dot{I}$$

3) $$b_{t,1} = (h_1 - h_a) - T_a(s_1 - s_a)$$

Considerando el agua líquida incompresible de $c = 4{,}18\ \mathrm{J/g\,K}$, y que el origen tomado para entalpías y entropías en las tablas del agua es 0ºC en estado líquido (cosa que se puede comprobar en las tablas), la entropía del agua líquida en el estado atmosférico sería:

$$h_a = 4{,}18 \cdot 17 \frac{kJ}{kg}; s_a = \int_{273}^{290} \frac{dq}{T} = \int_{273}^{290} \frac{4{,}18dT}{T} = 4{,}18 \cdot ln \frac{290}{273}$$

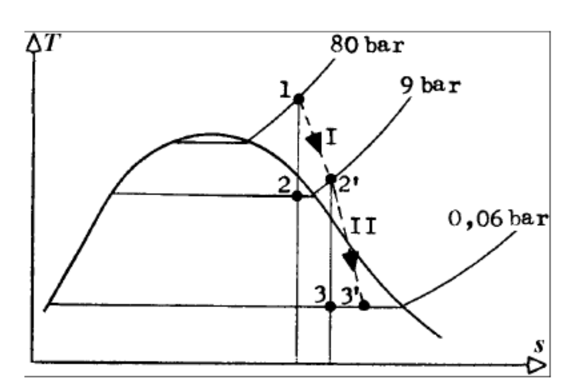
Por tanto, $b_{t,1} = (3378 - 4{,}18 \cdot 17) - 290 \cdot \left(6{,}35 - 4{,}18 \cdot ln \frac{290}{273}\right) = \boxed{1680{,}8 \frac{kJ}{kg}}$



6.3- En una turbina adiabática de vapor de dos etapas, el vapor entra a la turbina a P_1 = 80 bar y t_1 = 560ºC. La expansión en la primera etapa (**I**) tiene lugar hasta una presión P_2 = 9 bar, y con un rendimiento isoentrópico $\eta_{s,I}$ = 0,91; y a la salida de la segunda etapa (**II**) se encuentra a P_3 = 0,06 bar, y su volumen específico v'_3 = 21,128 m^3/kg. Se pide:

1) El aumento de entropía específica del vapor en las etapas **I** y **II**.
2) Rendimiento isoentrópico en la etapa **II**.
3) Trabajo específico de la turbina.
4) Factor de recalentamiento.

1)



Nota: la nomenclatura empleada para los puntos representativos de los distintos estados de vapor, es la dada en el diagrama (*T*,*s*) dibujado. Es posible que, a priori, no estuvieran correctamente situados.

$$\mathbf{1}{:}(80\,\text{bar}; 580^\circ\text{C}) \rightarrow \text{en } (h,s), \text{ de Mollier} \rightarrow (h_1 = 848 \text{ kJ / kg}; \; s_1 = 1{,}65 \text{ kJ / kg K})$$

$$\mathbf{2}{:}(9\,\text{bar}; \; s_2 = s_1 = 1{,}65 \text{ kJ / kg K}) \rightarrow \text{en } (h,s), \text{ de Mollier} \rightarrow (h_2 = 692 \text{ kJ / kg})$$

El rendimiento isoentrópico de la etapa **I** sería:

$$\eta_{s,I} = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2} \Rightarrow h_{2'} = h_1 - \eta_{s,I}(h_1 - h_2) = 848 - 0{,}91 \cdot (848 - 692) = 706 \frac{kJ}{kg}$$

$$\mathbf{2'}{:}(9\,\text{bar}; \; h_{2'} = 706 \text{ kJ / kg}) \rightarrow \text{en } (h,s), \text{ de Mollier} \rightarrow s_{2'} = 1{,}68 \text{ kJ / kg K}$$

Etapa **I**: $\Delta s_I = s_{2'} - s_1 = 1{,}68 - 1{,}65 = \boxed{0{,}03 \text{ kJ / kg K}}$

$$\mathbf{3'}{:}(0{,}06\,\text{bar}; v_{3'} = 21{,}128 \text{ m}^3\text{ / kg}) \rightarrow \text{en } (h,s), \text{ de Mollier} \rightarrow (x_{3'} = 0{,}89; \; h_{3'} = 550 \text{ kJ / kg})$$

$$s_{3'} = s' + x(s'' - s') = 0{,}12 + 0{,}89 \cdot (2 - 0{,}12) = 1{,}8 kJ/kgK$$

Etapa **II**:

$$\Delta s_{II} = s_{3'} - s_{2'} = 1{,}8 - 1{,}68 = \boxed{0{,}12 \text{ kJ / kg K}}\ ; \quad \Delta s_{I+II} = \Delta s_I + \Delta s_{II} = \boxed{0{,}15 \text{ kJ / kg K}}$$

3:$(0{,}06 \text{ bar}; s_3 = s_{2'} = 1{,}68 \text{ kJ / kg K}) \rightarrow$ en (h, s), de Mollier $\rightarrow (x_3 = 0{,}83; h_3 = 515 \text{ kJ / kg})$

2) Rendimiento isoentrópico de la etapa **II**:

$$\eta_{s,II} = \frac{h_{2'} - h_{3'}}{h_{2'} - h_3} = \frac{706 - 550}{706 - 515} = \boxed{0{,}82}$$

3) Trabajo específico de la turbina:

$$w_t = h_1 - h_{3'} = (h_1 - h_{2'}) + (h_{2'} - h_{3'}) = 142 + 156{,}4 = \boxed{290{,}4 kJ/kg}$$

4)

$$4 : (\ 0{,}06 bar;\ s_4 = s_1 = 1{,}65 kJ/kg\ ); s_1 = s_4 = s' + x_4 (s'' - s')$$

$$\rightarrow \quad 1{,}65 = 0{,}1259 + x_4 \cdot 1{,}8604 \quad \Rightarrow \quad x_4 = 0{,}81$$

$$h_4 = h' + x_4 (h'' - h') = 36{,}66 + 0{,}81 \cdot 576{,}4 = 503{,}54 kJ/kg$$

Por tanto, el factor de recalentamiento será:

$$f_r = \frac{(h_1 - h_2) + (h_{2'} - h_3)}{h_1 - h_4} = \frac{(848 - 692) + (706 - 515{,}4)}{848 - 503} = \boxed{1{,}006}$$

6.4- En una central termoeléctrica un caudal de vapor $\dot{m}$ = 54 t / h entra en la turbina adiabática a P_1 = 80 bar y t_1 = 520ºC, siendo la presión a la salida P_2 = 0,06 bar. En un lugar de la turbina en el que el estado del vapor es P_5 = 5 bar y t_5 = 200ºC, se realiza la extracción de un cierto caudal de vapor, para ser conducido hasta un precalentador, que es un intercambiador de mezcla, donde se mezcla con el agua de alimentación de la caldera. Dicha agua de alimentación ha sido previamente comprimida mediante una bomba de rendimiento isoentrópico η_s = 0,9 hasta la presión de 5 bar, es decir, hasta la del vapor con el que se va a mezclar en el precalentador.

Como consecuencia de las irreversibilidades, la entropía específica del vapor a la salida de la turbina es 1,1 veces la de la entrada, y la presión a la salida del condensador P_3 es el 93% de la presión a la entrada P_2. Se pide:

1) Exergía específica de flujo (con trasvasamiento) del vapor a la entrada de la turbina, y representarla esquemáticamente en (P,v). Determinar también la variación del potencial de Gibbs específico entre la entrada y la salida de la turbina.

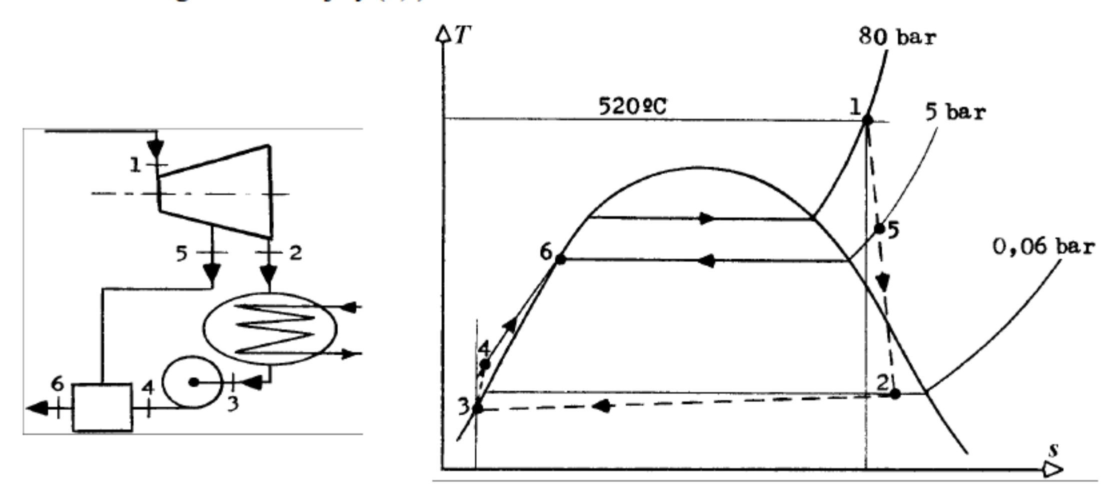
   La presión y la temperatura ambientales son P_a = 754 torr y t_a = 15ºC. Se considerará que el agua líquida es incompresible de densidad 1 g / cm^3 y calor específico c_l = 4,18 J / g K.

2) El caudal de vapor que ha de extraerse de la turbina para que a la salida del precalentador se tenga agua en estado líquido saturado. Se considerarán despreciables las pérdidas de carga en el precalentador.

3) Potencia de la turbina y destrucción de exergía de flujo que tiene lugar en ella por unidad de tiempo.

4) Caudal de agua de refrigeración en el condensador si la temperatura a la entrada es de 15ºC, y a la salida de 28ºC. Determinar también la pérdida total práctica de exergía en el condensador por unidad de tiempo.

1) Los diagramas de flujo y (T,s) serían:



Nota: las tablas del agua utilizadas se han elaborado considerando como estado de referencia el líquido saturado en las condiciones del punto triple, es decir, a la temperatura de 0,01ºC y a la presión de 0,06 bar. A ese estado se le ha atribuido un valor nulo de la energía interna y la entropía. De ellas se obtiene:

Vapor recalentado:

P = 80 bar		
t (ºC)	h (kJ / kg)	s (kJ / kg K)
520	3 447,7	6,787

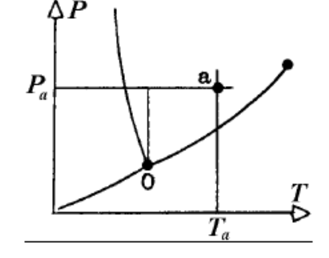
P = 5 bar		
t (ºC)	h (kJ / kg)	s (kJ / kg K)
200	2 855	7,059

Agua saturada (líquido + vapor):

P (bar)	t (ºC)	h' (kJ / kg)	r (kJ / kg)	s' (kJ / kg K)
0,056	35	146,6	2 418	0,505
0,06	36,2	151,5	2 416	0,521
5	151,9	640,2	2 108,5	1,861

1) $$b_{t,1} = (h_1 - h_a) - T_a(s_1 - s_a), \; donde \; h_1 = 3447{,}7 kJ/kg; s_1 = 6{,}787 kJ/kgK$$

Cálculo de h_a y s_a:



$$h_a = h_0 + (h_a - h_0) = h_0 = P_0 v + c_l(t_a - t_0) + (P_a - P_0)v =$$

$$= P_a v + c_l(t_a - t_0) = 10^{-3} \cdot \frac{754}{760} \cdot 1{,}013 \cdot 10^2 +$$

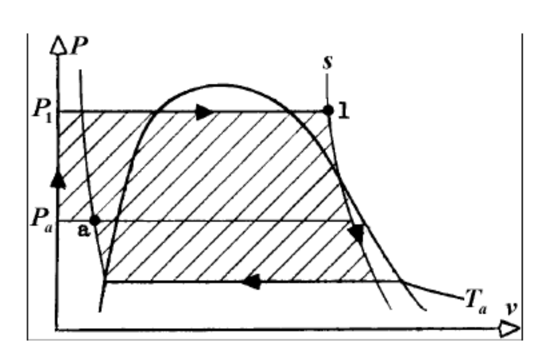
$$+ 4{,}18 \cdot (15 - 0{,}01) = \underline{62{,}76 kJ/kg}$$

$$s_a = s_0 + (s_a - s_0) = c_l \ln\frac{T_a}{T_0} = 4{,}18 \cdot \ln\frac{288}{273{,}01} = \underline{0{,}223 \frac{kJ}{kg K}}$$

De modo que:

$$b_{t,1} = 3447{,}7 - 62{,}7 - 288 \cdot (6{,}787 - 0{,}223) = \boxed{1494{,}51 kJ/kg}$$

cuya representación gráfica en (P,v) sería el área rayada en la figura adjunta:



$$b_{t,1} = b_1 + (P_1 - P_a)v_1$$

Cálculo de la entalpía libre (Gibbs):

$$g = h - T\,s \quad \Rightarrow$$

$$g_1 - g_2 = (h_1 - T_1 s_1) - (h_2 - T_2 s_2)$$

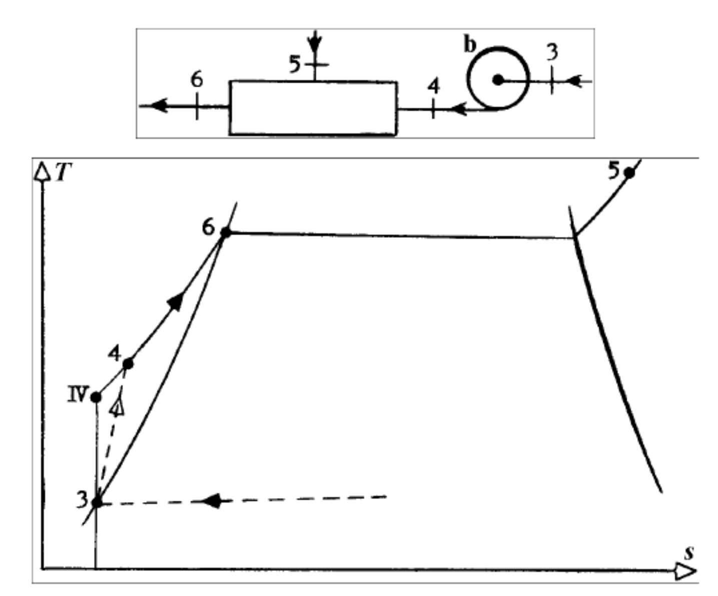
$$s_2 = 1{,}1 \cdot s_1 = 7{,}466 kJ/kgK = s' + x_2 (s'' - s')$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = \cdots = \underline{0{,}89}\,; \quad h_2 = h' + x_2 r = 15{,}15 + 0{,}89 \cdot 2\,416 = 2\,301{,}7 \text{ kJ / kg}$$

Por tanto,

$$g_1 - g_2 = (3447{,}7 - 793 \cdot 6{,}787) - (2301{,}7 - 309{,}2 \cdot 7{,}466) = \boxed{1927{,}6 kJ/kg}$$

2)



$$h_s = \frac{|w_b|}{|w'_b|} \Rightarrow |w'_b| = \frac{|w_b|}{\eta_s}; |w_b| = \int_{P_3}^{P_{IV}} v dP = v(P_{IV} - P_3)$$

$$|w'_b| = h_4 - h_3 = \frac{v(P_{IV} - P_3)}{\eta_s} = \frac{10^{-3} \cdot (5 - 0{,}056) \cdot 10^2}{0{,}9} = 0{,}55 \frac{kJ}{kg}$$

Presión a la salida del condensador:

$$P_3 = 0{,}93 \cdot P_2 = 0{,}056 \text{ bar}\,; \quad h_4 = h_3 + |w'_b| = 146{,}6 + 0{,}55 = 147{,}1 \text{ kJ / kg}$$

De un balance de energía en el precalentador, se tiene:

$$\dot m_v h_5 + (\dot m - \dot m_v)h_4 = \dot m h_6 ;donde\, h_6 = 640{,}2\frac{kJ}{kg}; h_5 = 2855\frac{kJ}{kg}; h_4 = 147{,}1\frac{kJ}{kg}; \dot m = 15\frac{kg}{s}$$

De modo que: $2855 \cdot \dot m_v + (15 - \dot m_v)\cdot 147{,}1 = 15 \cdot 640{,}2 \Rightarrow \boxed{\dot m_v = 2{,}73\frac{kg}{s}}$

3) $$\left|\dot W_t\right| = N = \dot m(h_1 - h_5) + (\dot m - \dot m_v)(h_5 - h_2) = \dot m(h_1 - h_2) - \dot m_v(h_5 - h_2) = \cdots = \boxed{15{,}68 MW}$$

Balance de exergía en la turbina:

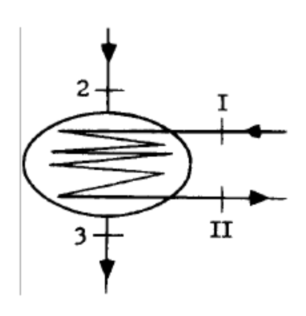
$$\dot m b_{t,1} = \dot m_v b_{t,5} + (\dot m - \dot m_v)b_{t,2} + N + \dot I \rightarrow \dot m[(h_1 - h_a) - T_a(s_1 - s_a)] =$$

$$\dot m_v[(h_5 - h_a) - T_a(s_5 - s_a)] + (\dot m - \dot m_v)[(h_2 - h_a) - T_a(s_2 - s_5)] + M + \dot I$$

de donde se puede despejar $\dot I$. También puede calcularse, más sencillamente, por Gouy-Stodola:

$$\dot I = T_a \Delta \dot S_{univ} = T_a[\dot m_l s_5 + (\dot m - \dot m_l)s_2 - \dot m s_1] = \cdots = \boxed{2{,}613 MW}$$

4) Balance de energía en el condensador:



$$\dot m_{ag}(h_{II} - h_I) = (\dot m - \dot m_v)(h_2 - h_3)$$

$$h_{II} - h_I = c_l(t_{II} - t_I) = 54{,}34 kJ/kg$$

$$h_2 - h_3 = 2\,301{,}7 - 146{,}6 = 2\,155{,}1 \text{ kJ / kg}$$

$$\dot m - \dot m_v = 12{,}27 \text{ kg / s}$$

$$\boxed{\dot m_{ag} = 486{,}6 \text{ kg / s}}$$

Destrucción de exergía en el condensador:

$$\dot I_c = T_a[(\dot m - \dot m_v)(s_3 - s_2) + \dot m_{ag}(s_{II} - s_I)] = T_a\left[(\dot m - \dot m_v)(s_3 - s_2) + \dot m_{ag} c_l \ln\frac{T_{II}}{T_I}\right] =$$

$$= 288 \cdot \left[12{,}27 \cdot (0{,}505 - 7{,}466) + 486{,}6 \cdot 4{,}18 \cdot \ln\frac{301}{288}\right] = \boxed{1263{,}93 kW}$$

Puesto que el agua abandona el condensador con cierto contenido exergético, ya que su estado no es el atmosférico (muerto), también es pérdida práctica de exergía:

$$\nabla \dot B_{t,ag} = \dot m_{ag} b_{t,II} = \dot m_{ag}\left[c_l(t_{II} - t_a) - T_a c_l \ln\frac{T_{II}}{T_a}\right] = 486{,}6 \cdot \left[4{,}18 \cdot (28 - 15) - 288 \cdot 4{,}18 \cdot \ln\frac{301}{288}\right]$$

$$\rightarrow \quad \nabla \dot B_{t,tot} = \dot I + \nabla \dot B_{t,ag} = \cdots = \boxed{1{,}843 \text{ MW}}$$

6.5- En una central termoeléctrica, el vapor a la salida del sobrecalentador se encuentra a la presión P_1 = 80 bar y temperatura t_1 = 600ºC. A lo largo de la tubería de conducción entre la salida del sobrecalentador y la entrada de la turbina, hay una cesión de calor al medio ambiente (a t_a = 20ºC), encontrándose que a la entrada de la turbina la presión y la temperatura del vapor son P_2 = 76 bar y t_2 = 560ºC.

La turbina funciona con un rendimiento isoentrópico de 0,85, y la presión del vapor a la salida de la turbina es P_3 = 0,056 bar. Siendo el caudal de vapor $\dot{m}$ = 25 kg / s, se pide:

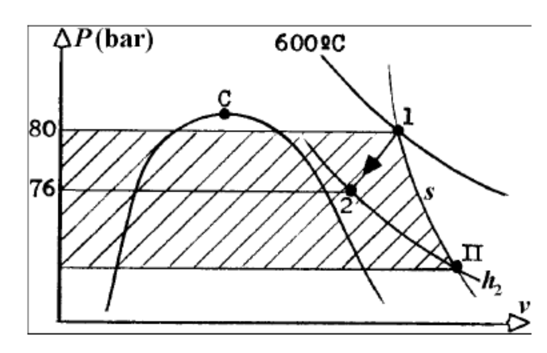
1) Calor por unidad de masa cedido al ambiente a través de la tubería de conducción, entre la salida del sobrecalentador y la entrada de la turbina. Representar dicho calor en los diagramas (T,s) y (P,v).
2) Destrucción de exergía por unidad de tiempo en el derrame del vapor a través de dicha tubería de conducción.
3) Destrucción de exergía por unidad de tiempo debida a la irreversibilidad interna del derrame en la tubería de conducción. Se supondrá que el derrame es cuasiestático y que, en una primera aproximación, podremos considerar el vapor recalentado con comportamiento de gas ideal.
4) Potencia de la turbina y título del vapor a su salida. Representar el trabajo específico de la turbina en (h,s) y (T,s).
5) Rendimiento exergético de la turbina.

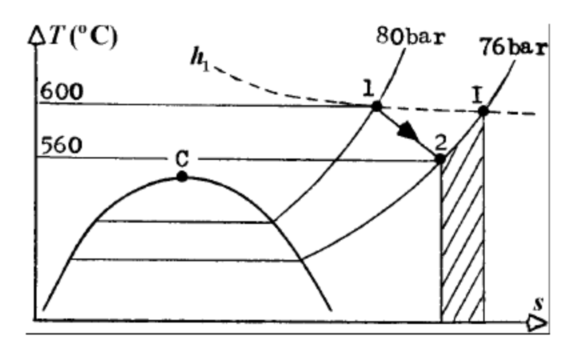
1) De la tabla del agua saturada (líquido + vapor):

P (bar)	t (ºC)	$h´$ (kJ / kg)	$h´´$ (kJ / kg)	$s´$ (kJ / kg K)	$s´´$ (kJ / kg K)
0,056	35	146,68	2 565,3	0,515	8,353

De la tabla del vapor recalentado:

Estado	h (kJ / kg)	s (kJ / kg)
1(t_1,P_1)	3 642	7,021
2(t_2,P_2)	3 545,3	6,907





$$q_{1,2} = h_2 - h_1 = 3\,545{,}3 - 3\,642 = \boxed{-96{,}7 \text{ kJ / kg}}\ ; \quad \dot{Q}_{1,2} = \dot{m} q_{1,2} = \underline{-5{,}028 \text{ MW}}$$

2) $$\dot{I} = \dot{m} i; i \underset{\substack{(Gouy-\\Stodola)}}{=} T_a \left[(s_2 - s_1) - \frac{q_{1,2}}{T_a} \right] = 293 \cdot \left(-0{,}114 + \frac{96{,}7}{293} \right) = 63{,}3 \frac{kJ}{kg}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{I} = \dot{m}\, i = \boxed{3\,291{,}5 \text{ kW}}$$

3) La destrucción interna de exergía es debida al trabajo de rozamiento en el fluido:

$$i_{int} = T_a \int_{1,2} \frac{\delta |w_{roz}|}{T} = -T_a \int_{P_1}^{P_2} \frac{vdP}{T} = -T_a \int_{P_1}^{P_2} \frac{R_m dP}{P} = T_a R_m \ln \frac{P_1}{P_2} = 293 \cdot \frac{8{,}31}{18} \cdot \ln \frac{80}{76} = \boxed{6{,}938 \frac{kJ}{kg}}$$

$$\dot{I}_{int} = \dot{m}\, i_{int} = \boxed{360{,}78 \text{ kg}}$$

4) $$s_{3s} = s_2 = 6{,}907 = 0{,}505 + x_{3s} \cdot (8{,}353 - 0{,}505) \Rightarrow \underline{x_{3s} = 0{,}81}$$

$$h_{3s} = 146{,}68 + 0{,}81 \cdot (2565{,}3 - 146{,}68) = 2105{,}7 \ kJ/kg$$

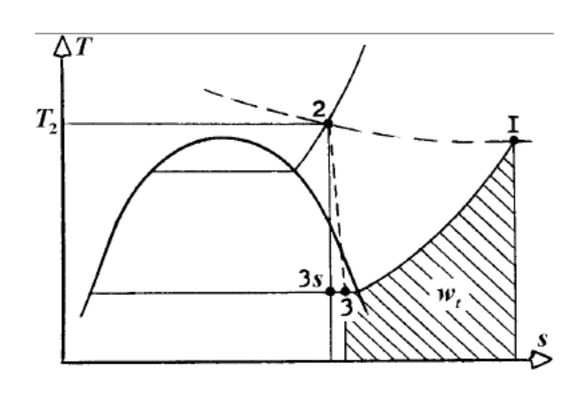
El rendimiento isoentrópico de la turbina será:

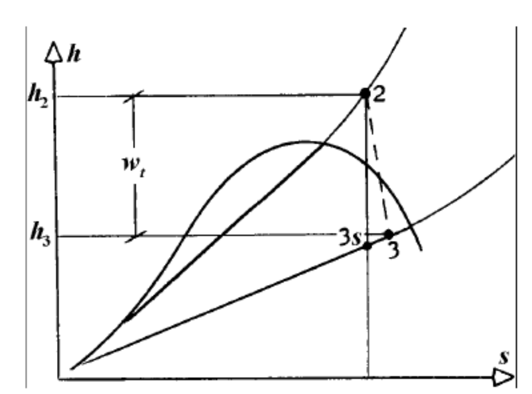
$$\eta_s = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_{3s}} = 0{,}85 = \frac{3\,545{,}3 - h_3}{3\,545{,}3 - 2\,105{,}7} \quad \Rightarrow \quad \underline{h_3 = 2\,321{,}7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

De modo que:

$$|w_t| = h_2 - h_3 = 1223{,}6 \frac{kJ}{kg}; |\dot{W}_t| = \dot{m}(h_2 - h_3) = 52 \frac{kg}{s} \cdot 1223{,}6 \frac{kJ}{kg} = \boxed{63{,}6 MW}$$

Título a la salida: $2221{,}7 = 146{,}68 + x_3 (2565{,}3 - 146{,}68) \Rightarrow \boxed{x_3 = 0{,}90}$





5) $$s_3 = 0{,}505 + 0{,}9 \cdot (8{,}353 - 0{,}505) = 7{,}568 \; kJ/kg\,K$$

$$b_{t,2} - b_{t,3} = (h_2 - h_3) - T_a(s_2 - s_3) = \cdots = \underline{1417{,}27 \; kJ/kg}$$

Balance de exergías en la turbina: $b_{t,2} = w_t + b_{t,3} + i$

Definiendo como rendimiento exergético:

$$\eta_{ex} = \frac{w_t}{b_{t,2} - b_{t,3}} = \frac{1\,223{,}6}{1\,417{,}27} = \boxed{0{,}86} = \frac{b_{t,2} - b_{t,3} - i}{b_{t,2} - b_{t,3}} = 1 - \frac{i}{b_{t,2} - b_{t,3}}$$

También puede definirse:

$$\eta'_{ex} = \frac{\text{exergía obtenida}}{\text{exergía aportada}} = \frac{w_t + b_{t,3}}{b_{t,2}} = \frac{b_{t,2} - i}{b_{t,2}} = 1 - \frac{i}{b_{t,2}}$$

En cualquier caso, si la turbina funcionara reversiblemente, ambos valores del rendimiento exergético serían la unidad, ya que $i = 0$.

También podría definirse **rendimiento exergético práctico**, considerando la exergía total perdida como suma de la destruida por irreversibilidad más la contenida en el vapor que sale de la turbina, caso de que ésta no se aprovechara posteriormente:

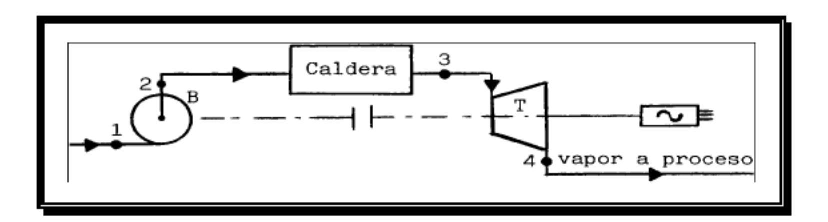
$$\eta_{ex,pract} = \frac{w_t}{b_{t,2}} = \frac{b_{t,2} - b_{t,3} - i}{b_{t,2}} = 1 - \frac{b_{t,3} + i}{b_{t,2}} < \eta_{ex}$$

6.6- En una instalación de cogeneración, la bomba de agua que alimenta la caldera es accionada por una turbina de vapor, según se muestra en la figura. El agua entra en la bomba en condiciones ambientales, y es bombeada hasta 10 atm, pasando por la caldera, donde se convierte en vapor a 400ºC. El vapor se expansiona en la turbina hasta la presión de 3 atm, siendo utilizado posteriormente en diferentes procesos de fábrica. Una parte del trabajo producido en la turbina se usa para mover la bomba, y el resto mueve un alternador.

En la caldera se queman 500 kg / h de un fuel cuya exergía es de 9 000 kcal / kg. Con los datos adjuntos, se pide:

1) Potencia eléctrica generada en el alternador.
2) Exergía destruida en la caldera y rendimiento exergético de la misma.
3) Exergía perdida en la instalación y rendimiento exergético global de la misma.

Datos: $P_a = 1$ atm; $P_a = 17$ºC; rendimiento global de la bomba $\eta_B = 0{,}6$; rendimiento isoentrópico de la turbina $\eta_s = 0{,}7$; rendimiento mecánico turbina–alternador $\eta_m = 0{,}9$; rendimiento eléctrico del alternador $\eta_e = 0{,}75$; densidad del agua líquida a 17ºC, $\rho = 0{,}952$ kg / l; caudal de vapor a proceso, 7 t / h.



1) $$w_B = -\int_{P_1}^{P_2} v\,dP = v(P_1 - P_2) = \cdots = -0{,}228\frac{kcal}{kg}; \left|\dot{W}_B\right| = \frac{0{,}228 \cdot 7000}{0{,}6} = 2660\frac{kcal}{h}$$

De las tablas (o diagramas) correspondientes, se obtienen los valores:

$$h_3 = 780\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}; \quad s_3 = s_{4s} = 1{,}782\frac{\text{kcal}}{\text{kg K}}; \quad h_{4s} = 708\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}; \quad 0{,}7 = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}}$$

$$\Rightarrow \quad h_4 = 730\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}; \quad s_4 = 1{,}83\frac{\text{kcal}}{\text{kg K}}$$

$$w_t = h_3 - h_4 = 50\frac{kcal}{kg}; \dot{W}_e = (50 \cdot 7000 - 2660) \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}95 = \boxed{296975\frac{kcal}{h}}$$

2) Balance de exergías:

$$\dot{m}_c b_c + \dot{m}_{ag} b_{t,2} = \dot{m}_{ag} b_{t,3} + \dot{I}_c \Rightarrow \dot{I}_c = 500 \cdot 9000 - 7000 \cdot (b_{t,3} - b_{t,2})$$

siendo: $b_{t,3} - b_{t,2} = (780 - 17) - 290 \cdot (1{,}782 - s_2),\ donde\ s_2 = c_{ag}\ ln \frac{T_2}{T_0} = 0{,}06$

de modo que: $b_{t,3} - b_{t,2} = \cdots = 263{,}6 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \Rightarrow \dot{I}_c = \cdots = \boxed{2\,654 \frac{\text{kcal}}{\text{h}}}$

Rendimiento exergético de la caldera:

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{m}_{ag}(b_{t,3} - b_{t,2})}{\dot{m}_c b_c} = \frac{7000 \cdot 263{,}6}{500 \cdot 9000} = \boxed{0{,}41}$$

3) Balance de exergías:

$$\dot{m}_c b_c = \dot{W}_e + \dot{m}_v b_{t,v} + \dot{I};\ donde\ b_{t,v} = (710 - 17) - 290 \cdot (1{,}83 - 0{,}06) = 200 kcal/kg$$

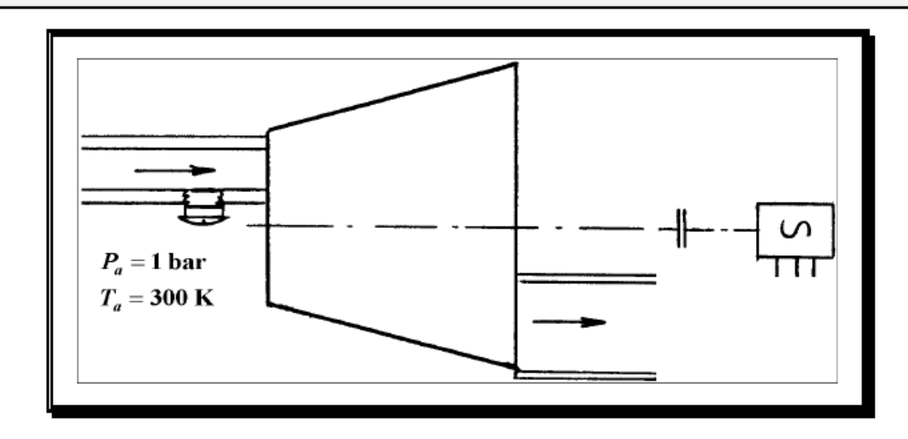
De modo que: $\boxed{\dot{I} = \cdots = 2\,802\,546 \text{ kcal / h}}$

Rendimiento exergético: $\eta_{ex} = \frac{\dot{W}_e + \dot{m}_v b_{t,v}}{\dot{m}_c b_c} = \cdots = \boxed{0{,}377}$

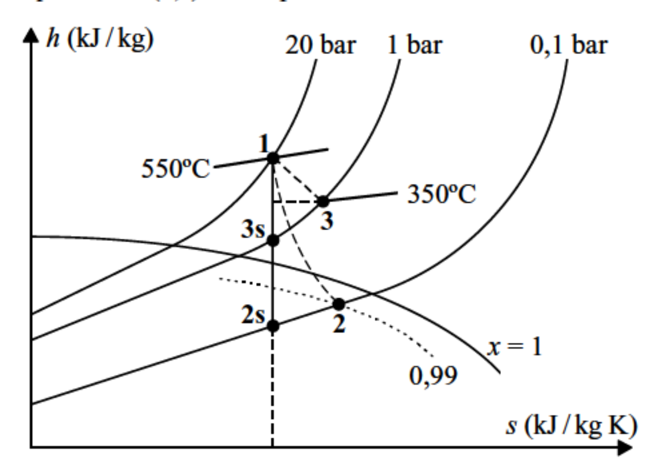
6.7- En una turbina adiabática de vapor, el vapor procedente de la caldera entra en la turbina a 20 bar y 550ºC, saliendo de la misma a la presión del condensador de 0,1 bar y con título $x = 0{,}99$.

La turbina mueve un alternador cuyo rendimiento eléctrico es $\eta_e = 0{,}9$, siendo su rendimiento mecánico en la transmisión $\eta_{mec} = 0{,}8$. Se pide:

1) Calcular el rendimiento isoentrópico de la turbina y el flujo másico de vapor $\dot{m}_1$ si la potencia eléctrica producida es de 1 MW, así como la exergía destruida, en kW.
2) En la conducción del vapor que alimenta a la turbina se produce un orificio (se ha saltado un tapón roscado que existe en ella para la introducción ocasional de una sonda de medida), y la potencia eléctrica obtenida disminuye un 10%. Se admite que dicho orificio, por el que se produce la fuga parcial del vapor que alimenta a la turbina, se comporta como una tobera adiabática muy irreversible, de rendimiento isoentrópico 0,5. Calcular:
   a) El diámetro del orificio por el que se produce la fuga de vapor.
   b) Destrucción de exergía que se produce como consecuencia de todas las irreversibilidades.



1) El diagrama esquemático (h,s) de los procesos sería:



Utilizaremos convenientemente el diagrama de Mollier. Con los datos del enunciado, marcamos en el diagrama **1**(20 bar, 550ºC) y **2**(0,1 bar, x_2 = 0,99). A continuación se marcan los puntos **2s** y **3s** por corte de la isoentrópica de **1** con las isóbaras de 1 bar y 0,1 bar. Igualmente se marca el punto **3** como intersección de la isóbara de 1 bar y la isoentálpica $(h_1 + h_{3s})/2$, ya que, según el enunciado, el rendimiento isoentrópico en la "tobera" es:

$$0{,}5 = \frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_{3s}} \qquad [1]$$

De los puntos marcados se leen los siguientes valores:

$$h_1 = 3\,578; \quad h_{2s} = 2\,405; \quad h_2 = 2\,560$$

De estos tres valores se obtiene el rendimiento isoentrópico de la turbina:

$$\eta_s = \frac{3\,578 - 2\,560}{3\,578 - 2\,405} = \boxed{0{,}87}$$

Se leen igualmente sobre el diagrama los valores:

$$s_1 = s_{2s} = s_{3s} = 7{,}57; \quad s_2 = 8{,}08 \quad \Rightarrow \quad \Delta s = s_2 - s_1 = 0{,}51$$

Trabajo específico de la turbina:

$$w_t = h_1 - h_2 = 1\,018 \text{ kJ / kg} \quad \Rightarrow \quad w_e = w_t\,\eta_e\,\eta_{mec} = 1\,018 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}8 = 733 \text{ kJ / kg}$$

Por tanto: $\dot{W} = 1\,000 \text{ kW} = \dot{m}_1 \cdot 733 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow \dot{m}_1 = 1{,}3643 \dfrac{\text{kg}}{\text{s}} = \boxed{4\,915{,}5 \dfrac{\text{kg}}{\text{h}}}$

Según Gouy-Stodola: $\dot{I} = T_a \Delta\dot{S}_{univ} = T_a \dot{m}_1 (s_2 - s_1) = \cdots = \boxed{208{,}74 kW}$

2) Si la potencia disminuye un 10%, permaneciendo constantes el resto de parámetros (no se dan datos para suponer otra cosa), es que existe una fuga de vapor del 10% de $\dot{m}_1 = 0{,}13643$ kg / s .

Del diagrama obtenemos: h_{3s} = 2 760; de [1] obtenemos: h_3 = 3 170; y en el diagrama, por intersección de la isoentálpica h_3 y la isóbara de 1 bar, se lee $t_3 \approx$ 350ºC.

En la tabla de vapor recalentado (para mayor precisión) obtenemos:

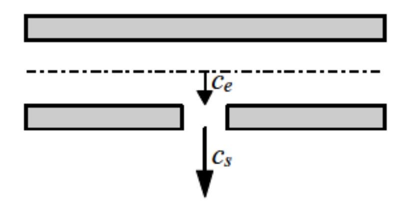
$$\underline{v_{3(1\,\text{bar},350°\text{C})} \approx 2{,}871\ \text{m}^3\ /\ kg}$$

(De no haber dispuesto de la tabla y no leerse con claridad el diagrama de Mollier, podríamos haber supuesto el comportamiento del vapor recalentado en **3** como gas ideal, en cuyo caso habríamos obtenido:

$$\frac{1}{1{,}013} v_3 = \frac{0{,}082}{18} \cdot 623 \quad \Rightarrow \quad v_3 = 2{,}875 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

como se ve, muy aproximado al obtenido en la tabla.)

El esquema de la "tobera" sería:



Balance de energía en la "tobera":

$$h_1 + \frac{1}{2}c_e^{\,2} = h_3 + \frac{1}{2}c_s^{\,2} \underset{(c_e=0)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}c_s^{\,2} = h_1 - h_3 = 3\,578 - 3\,170 = 408 \quad \Rightarrow \quad c_s = 900\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Fuga de vapor por unidad de tiempo:

$$0{,}13643 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = \frac{\pi r^2}{v_3} c_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = 11{,}7\ \text{mm}}$$

3) $$\dot{I}_{tot} = T_a \cdot \left[0{,}9 \cdot \dot{m}_1 (s_2 - s_1) + 0{,}1 \cdot \dot{m}_1 (s_3 - s_1)\right]$$

Del diagrama de Mollier o, mejor, de la tabla del vapor recalentado, se obtiene $s_3 = 8{,}381$ kJ / kg K. Definitivamente se obtiene:

$$\boxed{\dot{I}_{tot} = 230\ \text{kW}}$$

6.8- En una central térmica hay instalada una turbina de vapor acoplada a un alternador que produce 20 000 kW. El vapor entra a la turbina en **1**(50 bar, 500ºC). En la turbina se hacen dos extracciones de vapor: la primera, de 36 t / h, para usar en otros procesos industriales, a 10 bar; la segunda, para calefacción y usos sanitarios, de 18 t / h, a 1,2 bar. La presión en el condensador es de 0,04 bar.

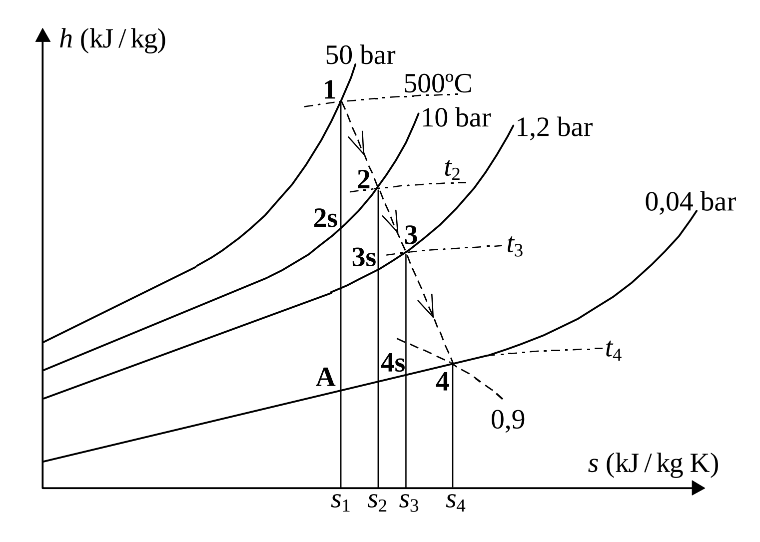
La turbina funciona con un rendimiento isoentrópico $\eta_s = 0{,}8$ constante a lo largo de toda la expansión adiabática. El rendimiento mecánico de la transmisión es $\eta_m = 0{,}9$; y el rendimiento eléctrico del alternador es $\eta_e = 0{,}95$. Se pide:

1) Calcular el gasto de vapor en t / h. ¿Cuáles son las temperaturas del vapor en las extracciones, y cuál el título x_4 en el condensador?
2) Exergía destruida en la turbina por unidad de tiempo. $T_a = 300$ K.
3) Rendimiento exergético de la turbina (exergía total obtenida entre exergía aportada).
4) Factor de recalentamiento.

El agua líquida entre 273 K y 300 K se considerará incompresible de $c = 4{,}19$ J / g K = cte.

Utilizar el diagrama de Mollier.

1) El diagrama esquemático del proceso en (h,s) es el siguiente. Las unidades empleadas serán las que aparecen en él. (Naturalmente, las lecturas se hacen con la aproximación posible.)



Con P_1 y t_1 se fija **1** en el diagrama y se leen los valores:

$$\underline{h_1 = 3\,430};\quad \underline{h_{2s} = 2\,970};\quad \underline{s_1 = s_{2s} = 7};\quad \underline{h_A = 2\,100}$$

Del rendimiento isoentrópico:

$$0{,}8 = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{3\,430 - h_2}{3\,430 - 2\,970} \quad \Rightarrow \quad \underline{h_2 = 3\,062}$$

Con P_2 y h_2 se fija **2** en el diagrama y se leen los valores:

$$\underline{h_{3s} = 2\,620};\quad \underline{t_2 = 305^{\text{o}}\,\text{C}};\quad \underline{s_2 = s_{3s} = 7{,}125}$$

Del rendimiento isoentrópico:

$$0{,}8 = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_{3s}} = \frac{3\,062 - h_3}{3\,062 - 2\,620} \quad \Rightarrow \quad \underline{h_3 = 2\,708}$$

Con P_3 y h_3 se fija **3** en el diagrama y se leen los valores:

$$\underline{h_{4s} = 2\,220};\quad \underline{s_3 = 7{,}34 = s_{4s}};\quad \underline{t_3 = 117^{\text{o}}\,\text{C}}$$

Del rendimiento isoentrópico:

$$0{,}8 = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \quad \Rightarrow \quad \underline{h_4 = 2\,317}$$

Con P_4 y h_4 se fija **4** en el diagrama y se leen los valores:

$$\underline{s_4 = 7{,}72};\quad \underline{t_4 = 29^{\text{o}}\,\text{C}};\quad \boxed{x_4 = 0{,}9}$$

Balance de energía:

$$\dot{m}_1(h_1 - h_2) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_2)(h_2 - h_3) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_2 - \dot{m}_3)(h_3 - h_4) = \frac{\dot{W}}{\eta_m \eta_e} = \dot{W}_t$$

siendo: $\dot{m}_2 = 36\ \text{t/h} = 10\ \text{kg/s};\quad \dot{m}_3 = 18\ \text{t/h} = 5\ \text{kg/s};\quad \dot{W} = 20\,000\ \text{kW}$

Sustituyendo:

$$\dot{m}_1 \cdot 368 + (\dot{m}_1 - 10)\cdot 354 + (\dot{m}_1 - 15)\cdot 391 = \frac{20000}{0{,}9 \cdot 0{,}95} \Rightarrow \boxed{\dot{m}_1 = 29{,}6\,\frac{kg}{s} = 106\,\frac{t}{h}}$$

2) $$\dot{I} = T_a \Delta\dot{S}_{univ};\Delta\dot{S}_{univ} = \dot{m}_1(s_2 - s_1) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_2)(s_3 - s_2) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_2 - \dot{m}_3)(s_4 - s_3)$$

Sustituyendo valores: $\boxed{\dot{I} = 4\,008{,}36\ \text{kW}}$

3) Balance de exergía: $\dot{B}_{t,1} = \dot{B}_{t,2} + \dot{B}_{t,3} + \dot{B}_{t,4} + \dot{W}_t + \dot{I}$

El rendimiento exergético pedido sería:

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{B}_{t,2} + \dot{B}_{t,3} + \dot{B}_{t,4} + \dot{W}_t}{\dot{B}_{t,1}} = \frac{\dot{B}_{t,1} - \dot{I}}{\dot{B}_{t,1}} = 1 - \frac{\dot{I}}{\dot{B}_{t,1}}$$

$$\dot{B}_{t,1} = \dot{m}_1 b_{t,1}; b_{t,1} = (h_1 - h_a) - T_a(s_1 - s_a) \qquad [1]$$

donde $h_1 = 3\,430$; $h_a = c\,t_a = 4{,}19 \cdot 27 = 113{,}13$; $s_1 = 7$; $s_a = 4{,}19 \cdot \ln \frac{300}{273} = 0{,}3951$

valores que sustituidos en [1] dan: $\dot{B}_{t,1} = 39\,341 \text{ kW}$

Por tanto: $\eta_{ex} = 1 - \frac{4\,008{,}36}{39\,341} = \boxed{0{,}898}$

4) $$f_r = \frac{(h_1 - h_{2s}) + (h_2 - h_{3s}) + (h_3 - h_{4s})}{(h_1 - h_a)} =$$

$$= \frac{(3430 - 2970) + (3062 - 2620) + (2708 - 2220)}{(3430 - 2100)} = \boxed{1{,}045}$$

CAPÍTULO VII

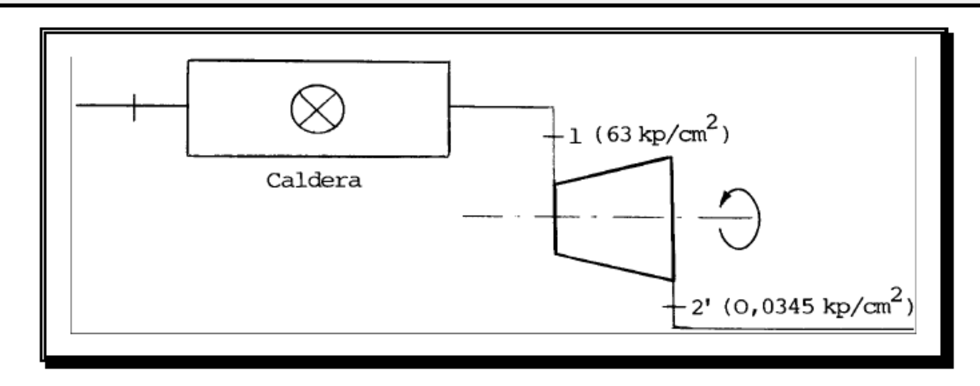
Máquinas Térmicas de Vapor.
Ciclos de Potencia.

7. PROBLEMAS RELATIVOS A:

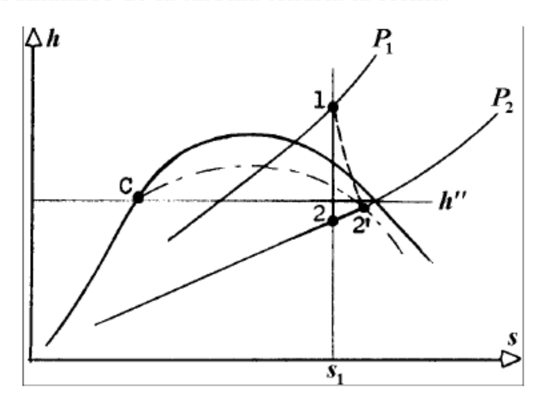
MÁQUINAS TÉRMICAS DE VAPOR. CICLOS DE POTENCIA.

7.1- Una turbina de 70 000 kW recibe el vapor recalentado de una caldera a 63 kp / cm^2, siendo su entalpía específica 806 kcal / kg. La expansión adiabática en la turbina hasta la presión del condensador, de 0,0345 kg / cm^2, se realiza con un rendimiento isoentrópico del 80%. Se pide:

1) Trabajo específico de la turbina.
2) Gasto de vapor en kg / s.
3) Título de vapor a la salida de la turbina y calor extraído en el condensador.
4) Gasto de agua de refrigeración en el condensador, suponiendo que su temperatura aumenta en 5,5ºC.
5) Si el vapor sigue un ciclo de Rankine, calcular la potencia consumida por la bomba de alimentación de la caldera, el calor cedido y el rendimiento térmico de la planta.
6) Si el combustible cuesta 0,7 pts / kg y tiene un poder calorífico de 8 400 kcal / kg, cuál es el costo del combustible por kW·h.



1) El diagrama termodinámico de la turbina tendría la forma:



Buscando en el diagrama de Mollier el estado que, a la presión del condensador, tiene una entropía $s_2 = s_1$, se lee: $h_2 = 487$ kcal / kg. Por tanto:

$$w_t = \eta_s (h_1 - h_2) = 0{,}8 \cdot (806 - 487) = \boxed{255{,}2 kcal/kg}$$

2) $$\eta_s = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2} = 0{,}8 \Rightarrow h_{2'} = h_1 - 0{,}8 \cdot (h_1 - h_2) = 551 \frac{kcal}{kg}$$

así que: $$|\dot{W}_t| = N_t = \dot{m}(h_1 - h_{2'}) = \frac{7 \cdot 10^4 kW}{255{,}2 \cdot 4{,}18 kJ/kg} = \boxed{65{,}5 \frac{kg}{s}}$$

3) A la presión de 0,0345 kp / cm^2, el vapor que sale de la turbina es vapor húmedo, ya que $h' < h_{2'} < h''$. Calculemos su título:

$$x_2 = \frac{h_{2'} - h'}{h'' - h'} = \frac{551 - 25{,}1}{566} = \boxed{0{,}9}; |\dot{Q}_c| = \dot{m}(h_{2'} - h') = 65{,}6 \cdot 527{,}4 = \boxed{34597{,}4 kcal/s}$$

4) $$|\dot{Q}_c| = \dot{m}_{ag}(h_{II} - h_I) = \dot{m}_{ag} c_l (t_{II} - t_I) \Rightarrow \dot{m}_{ag} = \frac{34597{,}4}{515} = \boxed{6290 \frac{kg}{s}}$$

5) $$|W_b| = v\Delta P = 10^{-3} \frac{m^3}{kg} \cdot (63 - 0{,}0345) \frac{kp}{cm^2} \cdot \frac{10^4 cm^2}{m^2} \cdot \frac{9{,}8 N}{kp} = 6170{,}6 \frac{J}{kg}$$

$$|\dot{W}_b| = N_b = \dot{m}|w_b| = \boxed{97{,}15 \text{ kcal / s}}; \quad \dot{Q} = N_t - N_b + |\dot{Q}_c| = \boxed{51\,300{,}2 \text{ kcal / s}}$$

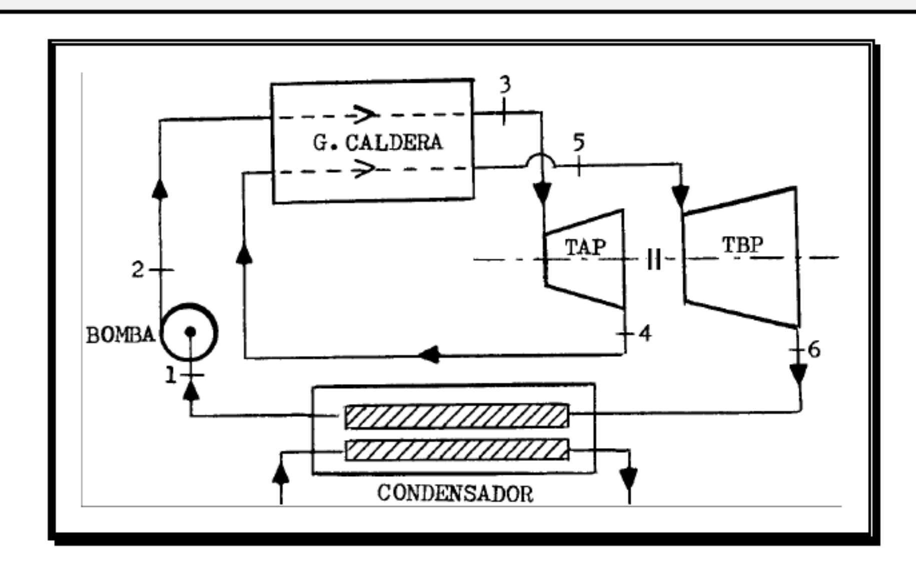
Rendimiento térmico de la planta: $\eta_t = (N_t - N_b)/\dot{Q} = \boxed{0{,}32}$

6) $$0{,}7 \frac{\text{pts}}{\text{kg}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{8\,400 \text{ kcal}} \cdot \frac{1 \text{ kcal}}{4{,}18 \text{ J}} \cdot \frac{3\,600 \text{ kJ}}{1 \text{ kW} \cdot \text{h}} = \boxed{0{,}072 \frac{\text{pts}}{\text{kW} \cdot \text{h}}}$$

7.2- Una planta de turbina de vapor funciona según un ciclo teórico de Rankine mejorado con recalentamiento intermedio, siendo la presión de la caldera 100 bar y la del condensador 0,03 bar. El vapor sale del grupo de la caldera recalentado a 500ºC (estado **3**), y se expansiona adiabáticamente en la turbina de A.P. hasta alcanzar el estado de vapor saturado (estado **4**), a la presión de 10 bar. Nuevamente es recalentado isobáricamente hasta 500ºC (estado **5**), y a continuación entra en la turbina de B.P., donde se expansiona adiabáticamente hasta la presión del condensador, encontrándose a la salida de la turbina un vapor húmedo de título $x = 0,9$ (estado **6**). A la salida del condensador, el agua se encuentra en estado de líquido saturado (estado **1**), y a continuación, mediante una bomba de alimentación, se comprime adiabáticamente hasta la presión de la caldera (estado **2**). Se pide:

1) Calor cedido en la caldera por kg de agua y trabajo específico obtenido en la turbina. Representar dicho trabajo y el de la bomba en un diagrama (P,v).
2) Calor cedido al agua de refrigeración en el condensador por kg de agua, y rendimiento térmico del ciclo.
3) Caudal de vapor que debe circular para que la potencia de la planta sea de 20 MW.

Se desprecian variaciones de energías cinética y potencial.



1) De la tabla del vapor recalentado:

P (bar)	t (ºC)	h (kJ / kg)
10	500	3 478
20	500	3 373

De la tabla del vapor húmedo:

P (bar)	t (ºC)	v' (m³ / kg)	h' (kJ / kg)	r (kJ / kg)
0,03	25	0,001003	104,8	2 441,9
10	180		763,2	2 014,8

Balance de energía en la caldera:

$$q = (h_3 - h_2) + (h_5 - h_4) = (3373 - 114{,}82) + (3478 - 2778) = \boxed{3958{,}2\ kJ/kg}$$

Trabajo específico del grupo de turbinas:

$$w_t = (h_3 - h_4) + (h_5 - h_6) = (3373 - 2778) + (3478 - 2312{,}5) = \boxed{1770{,}5\ kJ/kg}$$

2) Balance de energía en el conjunto:

$$q + q_0 = w_t + w_b = (h_3 - h_2) + (h_5 - h_4) + (h_1 - h_6)$$

El trabajo de la bomba será, considerando el agua líquida incompresible:

$$w_b = -\int_{P_1}^{P_2} v dP = -v(P_2 - P_1) = -1{,}013 \cdot 10^{-3} \cdot (100 - 0{,}03) \cdot 10^{-2} = -10{,}03\ kJ/kg = (h_1 - h_2)$$

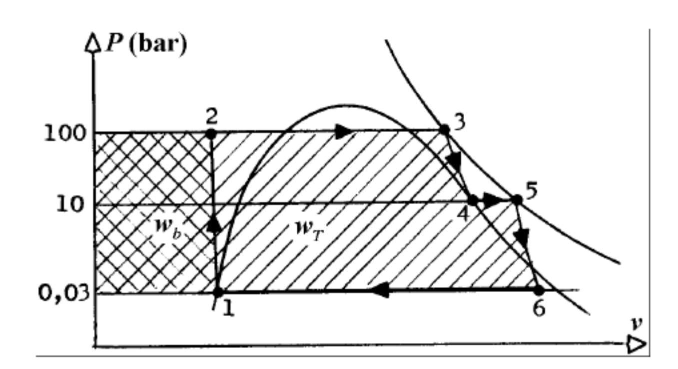
Trabajo específico neto del grupo:

$$w_t + w_v = 1\,770{,}5 - 10{,}03 = 1\,760{,}47 \text{ kJ / kg}$$

$$q_0 = w_t + w_b - q = 1\,770{,}5 - 10{,}03 - 3\,558{,}2 = \boxed{-2\,917{,}7 \text{ kJ / kg}}$$

Rendimiento térmico: $h_t = \dfrac{w_t - w_b}{q} = \dfrac{1\,760{,}47}{3\,958{,}2} = \boxed{0{,}445}$

3) $$N = \dot{m}(w_t + w_b) \Rightarrow \dot{m} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{1760{,}47} = \boxed{11{,}36\ \frac{kg}{s}}$$


P (bar)
100
10
0,03
2
3
4
5
1
6
w_b
w_T
v

7.3- El ciclo de comparación de una planta de vapor de agua es un ciclo de Rankine, siendo 0,06 bar la presión del condensador, y 80 bar la de la caldera. El vapor a la salida del grupo de caldera se encuentra a 520ºC. Se pide:

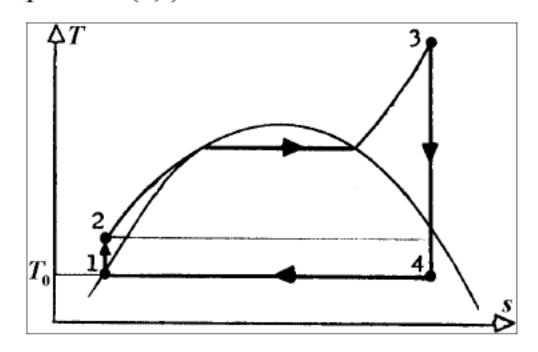
1) Temperaturas termodinámicas medias de absorción y cesión de calor, y rendimiento térmico del ciclo.
2) Caudal que debe circular si la potencia neta de la planta ha de ser 100 MW.
3) Rendimientos exergéticos de la turbina y del ciclo.
4) Relación de trabajos.

Consideremos ahora que en el ciclo anteriormente descrito intervienen ciertas irreversibilidades en la turbina, que funciona ahora con un rendimiento isoentrópico $\eta_s = 0{,}9$. Se pide:

5) Nuevo rendimiento térmico del ciclo, comparándolo con el del ciclo reversible.
6) Destrucción de exergía en la turbina por unidad de masa, representándola en un diagrama (T,s). Comparar dicha exergía destruida con el trabajo perdido.
7) Nuevo rendimiento exergético del ciclo.

Temperatura atmosférica: $T_a = 290$ K.

1) El diagrama de comparación (T,s) del ciclo sería:



De la tabla del vapor húmedo (equilibrio líquido + vapor):

P (bar)	t (ºC)	h' (kJ / kg)	h'' (kJ / kg)	s' (kJ / kg K)	s'' (kJ / kg K)
0,06	36,2	151,5	2 567	0,520	8,330

$$T_m^{2,3} = \frac{q_{2,3}}{s_3 - s_2} = \frac{\left.\int_{2,3} T\,ds\right|_P}{s_3 - s_2} = \frac{h_3 - h_2}{s_3 - s_2} = \boxed{525{,}16K} ; T_m^{4,1} = T_0 = \boxed{309{,}2K}$$

Rendimiento térmico: $\eta_t = 1 - \dfrac{T_m^{4,1}}{T_m^{2,3}} = \boxed{0{,}411}$

2) De la tabla de vapor recalentado obtenemos: $h_3 = 3\,447$ kJ / kg; $s_3 = 6{,}780$ kJ / kg K.

Considerando el agua líquida incompresible de $v = 10^{-3}$ m^3 / kg:

$$h_2 - h_1 = |w_b| = v(P_2 - P_1) = 10^{-3} \cdot \left(80 - 0{,}06 \cdot 10^{-2}\right) = 8 \; kJ/kg$$

$$h_2 = h_1 + v(P_2 - P_1) = h'_{36,2°C} + |w_b| = 159{,}5 \; kJ/kg$$

$$w = w_t - |w_b| = (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1); s_4 = s_3 = 6{,}780 = s'_{36,2°C} + x_4 (s'' - s')_{36,2°C}$$

$$\Rightarrow \; x_4 = 0{,}80 \quad \rightarrow \quad h_4 = h'_{36,2°C} + x_4 r = 2083{,}9 \quad \rightarrow \quad w = \cdots = \underline{1\,355{,}1 \text{ kJ / kg}}$$

De modo que: $N = |\dot{W}_t| = \dot{m}\, w \quad \Rightarrow \quad \dot{m} = \dfrac{10^5}{1\,355{,}1} = \boxed{73{,}79 \dfrac{\text{kg}}{\text{s}}}$

3) Si la turbina funciona reversiblemente, sabemos de antemano que su rendimiento exergético será la unidad. Comprobémoslo.

Balance de exergías en la turbina: $b_{t,3} = w_t + b_{t,4} + i$, siendo $i = T_a (s_4 - s_3)$.

Definiendo el rendimiento exergético:

$$\eta_{ex(T)} = \frac{w_t}{b_{t,3} - b_{t,4}} = \frac{b_{t,3} - b_{t,4} - i}{b_{t,3} - b_{t,4}} = 1 - \frac{i}{b_{t,3} - b_{t,4}} = 1 \text{ ya que } s_3 = s_4 \Rightarrow i = 0$$

De igual modo, para el ciclo completo:

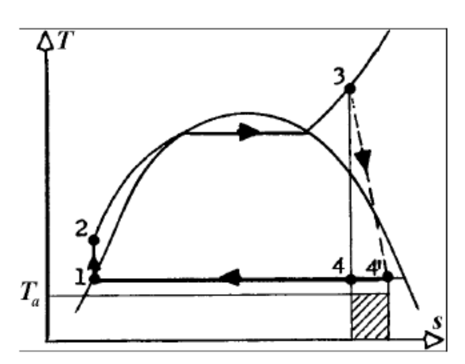
$$\eta_{ex(C)} = \frac{w_t - |w_b| + (b_{t,4} - b_{t,1})}{b_{t,3} - b_{t,2}} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) + (h_4 - h_1) - T_a (s_4 - s_1)}{(h_3 - h_2) - T_a (s_3 - s_2)} = 1$$

ya que $s_4 - s_1 = s_3 - s_2$.

4) $$r_v = \frac{w_t - |w_b|}{w_t} = 1 - \frac{|w_b|}{w_t} = 1 - \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_4} = 1 - \frac{8}{1\,363{,}1} = \boxed{0{,}994}$$

5) $$\eta'_t = \frac{w'_t - |w_b|}{q} = \frac{0{,}9 \cdot w_t - |w_b|}{q} = \cdots = \boxed{0{,}37} < \eta_{t,rev} = 0{,}41$$

6)



En este caso, la exergía específica destruida, según Gouy-Stodola, es: $i = T_a(s_{4'} - s_3)$.

$$w'_t = 0{,}9 \cdot w_t = h_3 - h_{4'} \Rightarrow h_{4'} = \cdots = 2220{,}2\ kJ/kg = (h' + x_4 r)_{36{,}2°C} \Rightarrow \underline{x_{4'} = 0{,}85}$$

$$s_{4'} = s' + x_{4'}(s'' - s') = 0{,}52 + 0{,}85 \cdot (0{,}33 - 0{,}52) = 7{,}16\ kJ/kg\ K$$

De modo que: $i = T_a(s_{4'} - s_3) = 290 \cdot (7{,}16 - 6{,}78) = \boxed{110{,}2\ kJ/kg}$

$$w_t - w'_t = \text{trabajo perdido} = w_t - 0{,}9 \cdot w_t = 0{,}1 \cdot w_t = \boxed{136{,}31\ \text{kJ / kg}} > i$$

7)

$$\eta'_{ex(C)} = \frac{w'_t - |w_b| + b'_{t,4} - b_{t,1}}{b_{t,3} - b_{t,2}} = \frac{w_t - |w_b| + b_{t,4} - b_{t,1} - i}{b_{t,3} - b_{t,2}} = 1 - \frac{i}{b_{t,3} - b_{t,2}}$$

$$b_{t,3} - b_{t,2} = (3447 - 159{,}5) - 290 \cdot (0{,}78 - 0{,}52) = 1472\ kJ/kg$$

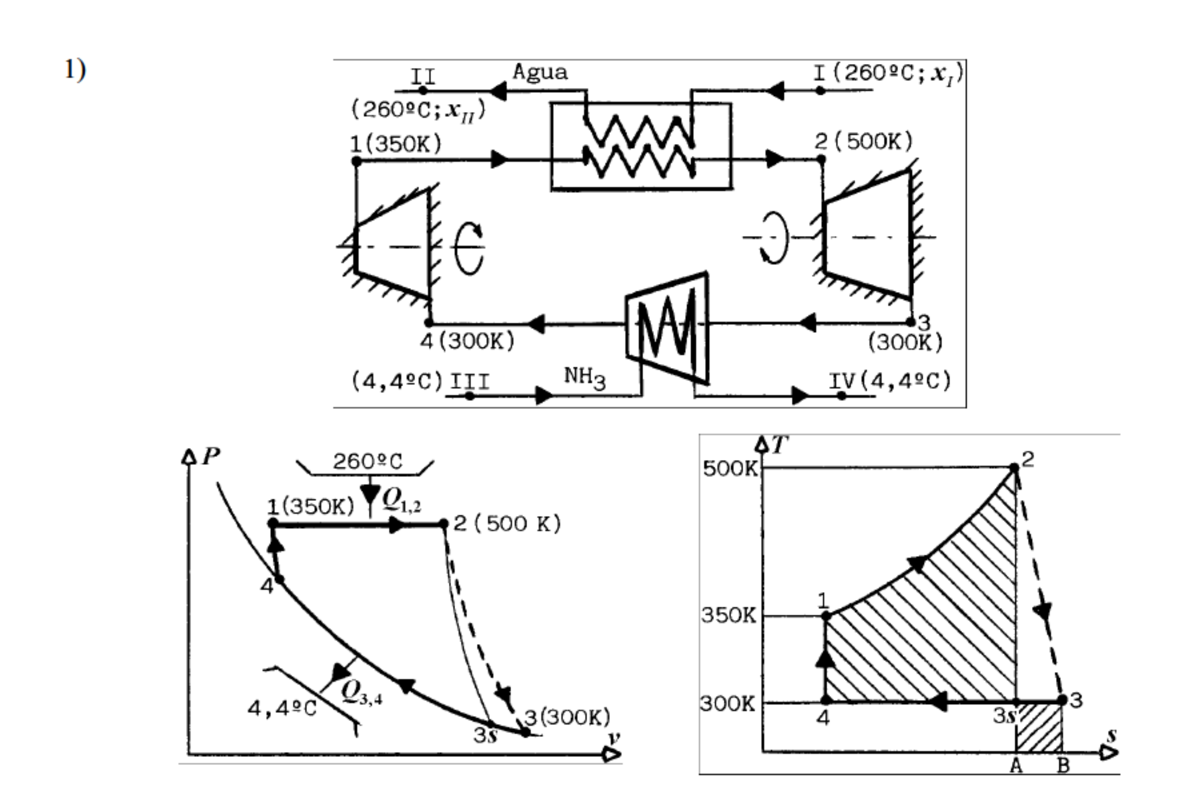
Con lo que: $\eta'_{ex(C)} = 1 - \dfrac{110{,}2}{1\,472{,}1} = \boxed{0{,}92}$

7.4- Una fuente térmica consiste en vapor de agua saturado que se condensa a 260ºC. Esta fuente calienta He, que se supone gas perfecto monoatómico, desde 350ºC hasta 500ºC, a presión constante. A continuación, el He experimenta una expansión adiabática, hasta 300ºC, con un incremento en su entropía de 0,1 cal / g K. Seguidamente el He cede calor isotérmicamente a un sumidero en el que se vaporiza amoníaco saturado a temperatura constante de 4,4ºC, hasta que la entropía del He vuelve a ser la inicial. Una compresión adiabática reversible completa la transformación cíclica en el He. Se pide:

1) Dibujar un posible esquema de la instalación, así como el ciclo descrito por el He en (P,v) y (T,s).
2) Potencia de la instalación en kW y rendimiento térmico global.
3) kg de agua condensada y NH_3 vaporizado por hora de funcionamiento.
4) Exergía destruida en kW.
5) Representar esquemáticamente en (T,s) el trabajo producido por ciclo y la exergía destruida en la expansión adiabática.

Datos: $\dot{m}_{He}$ = 100 kg / h; M_{he} = 4; T_a = 300 K.

1)



2) Según el enunciado,

$$s_3 - s_2 = 0{,}1 \text{ cal / g K} = 0{,}4 \text{ cal / mol K} = 5 \cdot \ln\frac{T_3}{T_2} - 2 \cdot \ln\frac{P_3}{P_2} \underset{(P_2=P_1)}{\Rightarrow} \frac{P_1}{P_3} = 4{,}38 \qquad [1]$$

Y entre **4** y **1**: $s_1 - s_4 = 0 = 5 \cdot \ln\frac{350}{300} - 2 \cdot \ln\frac{P_1}{P_4} \Rightarrow \frac{P_1}{P_4} = 1{,}47$ [2]

De [1] y [2]: $\frac{P_3}{P_4} = 0{,}34$

El calor específico intercambiado en la isoterma será:

$$q_{3,4} = RT\ln\frac{P_3}{P_4} = -655\frac{\text{cal}}{\text{mol}}; \quad \dot{Q}_{3,4} = \dot{m}_{He} q_{3,4} = -16\,375\frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

Igualmente:

$$q_{1,2} = c_p(T_2 - T_1) = 5 \cdot (500 - 350) = 750\ cal/mol; \dot{Q}_{1,2} = 18750\ kcal/h$$

Por tanto, la potencia de la instalación será:

$$\dot{W} = \dot{Q}_{1,2} + \dot{Q}_{3,4} = 2\,375 \text{ kcal / h} = \boxed{2{,}76 \text{ kW}}$$

El rendimiento térmico correspondiente será:

$$\eta_t = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_{1,2}} = \frac{2\,375}{18\,750} = \boxed{0{,}13}$$

3) De las tablas correspondientes se obtienen las entalpías de vaporización necesarias:

$$r_{H_2O(160^\circ C)} = 396{,}8 \text{ kcal / kg}; \quad r_{NH_3(4{,}4^\circ C)} = 297{,}6 \text{ kcal / kg}$$

De modo que:

$$\dot{m}_{H_2O(condensada)} = \frac{18\,750}{396{,}8} = \boxed{47{,}25\frac{\text{kg}}{\text{h}}}; \quad \dot{m}_{NH_3(evaporado)} = \frac{16\,375}{297{,}6} = \boxed{55{,}02\frac{\text{kg}}{\text{h}}}$$

4) Según Gouy-Stodola: $\dot{I} = T_a \Delta\dot{S}_{univ}$, siendo $\Delta\dot{S}_{univ}$ el correspondiente a las fuentes térmicas únicamente, ya que el incremento de entropía del He, en su transformación cíclica, es nulo:

$$\dot{I} = 300 \cdot \left(\frac{16375}{277{,}4} - \frac{18750}{533}\right) = 7155{,}61\frac{kcal}{h} = \boxed{8{,}31 kW}$$

5) En el diagrama (T,s) representado:

$$w_c = \acute{A}rea(1\text{-}2\text{-}3s\text{-}4) - \acute{A}rea(3s\text{-}3\text{-}A\text{-}B) = \sum q_{i,j}$$

suponiendo que en el diagrama construido se ha tomado 0 K como origen de T.

Igualmente: $i_{2,3} = T_a(s_3 - s_2) = \acute{A}rea(3s\text{-}3\text{-}A\text{-}B)$

7.5- La figura representa el esquema de funcionamiento de una instalación de gas y agua.

Por el circuito **1-2-3-4-5** circula aire que, para mayor sencillez, se considerará gas perfecto de $\gamma = 1{,}4$ y $c_p = 1{,}004$ kJ / kg K.

Por el circuito **6-7-8-9-10-11-12** circula agua, líquido o vapor según los estados definidos.

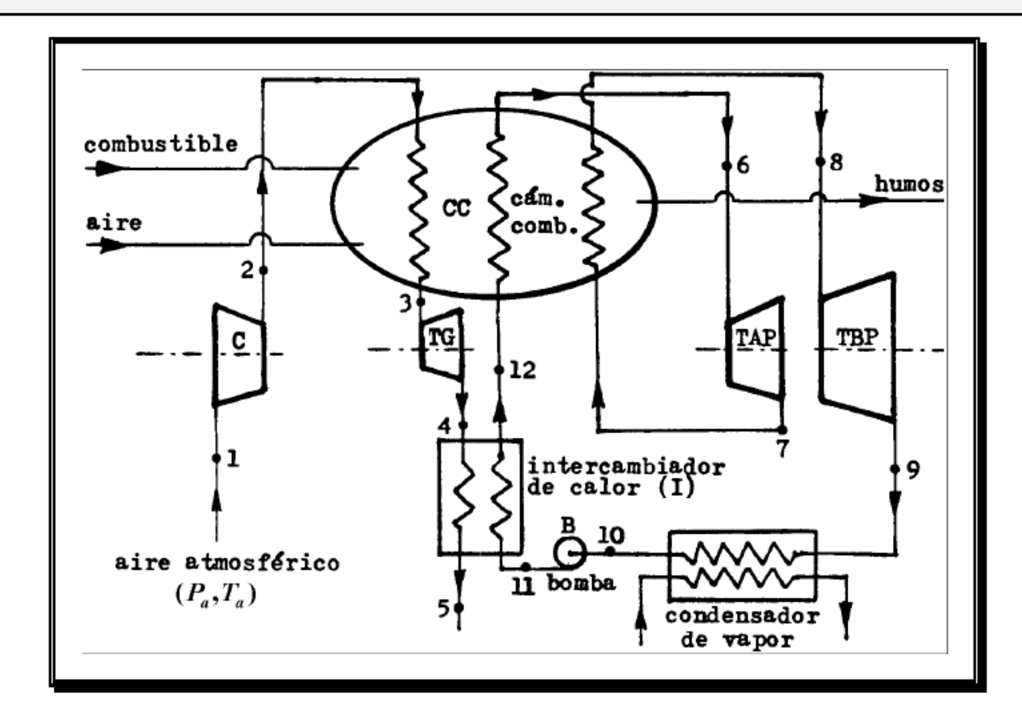
Compresor (**C**), turbina de gas (**TG**), turbinas de vapor (**TAP** y **TBP**) y bomba (**B**) funcionan isoentrópicamente. El intercambiador de calor (**I**) está térmicamente aislado del exterior. El trabajo de la bomba **B** se considerará despreciable, así como las variaciones de energía cinética.

Datos para el aire: $P_1 = P_a = 1$ bar $= P_4 = P_5$; $t_1 = t_a = 20$ºC; $P_2 = 7$ bar $= P_3$; $t_3 = 800$ºC; $t_5 = 40$ºC.

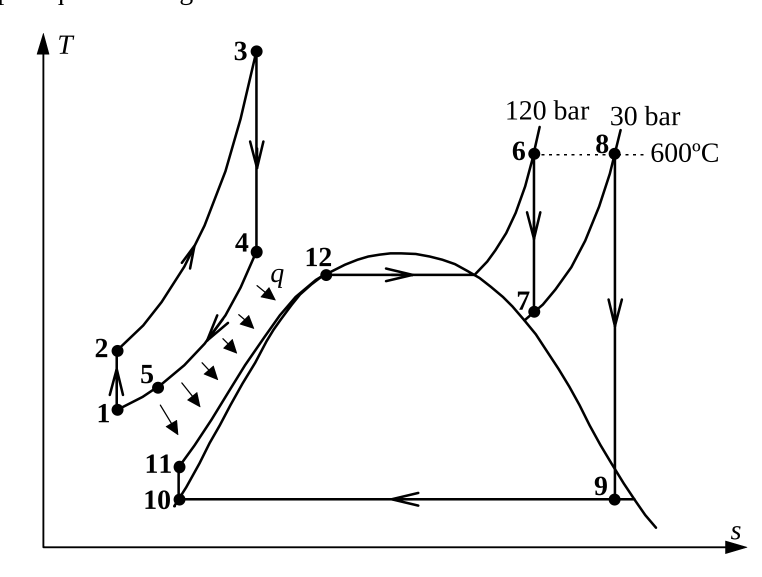
Datos para el agua: $t_6 = 600$ºC $= t_8$; $P_6 = 120$ bar $= P_{11} = P_{12}$; $P_7 = P_8 = 30$ bar; $P_9 = 0{,}03$ bar $= P_{10}$; en los estados **10** y **12** el agua es líquido saturado.

Se pide:

1) Diagrama esquemático (T,s) para el aire y para el agua.
2) Relación entre los flujos másicos de aire y de agua.
3) Rendimiento térmico global de la instalación.
4) Exergía destruida en el intercambiador **I** por kg de vapor circulante.



1) El diagrama (T,s) esquemático de la instalación sería el de la siguiente figura. En un diagrama real, **10≡11**, ya que el líquido es prácticamente incompresible y por tanto la compresión isoentrópica que tiene lugar en la bomba sería isoterma.



Vamos a obtener los parámetros necesarios para definir cada vértice de los ciclos.

Aire: $T_2 = 293 \cdot 7^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 510{,}9\ \text{K}$; $T_4 = 1\,073 \cdot \dfrac{293}{510{,}9} = 615{,}36\ \text{K}$

Agua: $6: \left(h_6 = 3603 \dfrac{kJ}{kg}; s_6 = 6{,}803 \dfrac{kJ}{kg\,K} = s_7 \right)$

$$7: \left(s_7 = s_6 \Rightarrow h_7 = 3165 \frac{kJ}{kg}; t_7 \approx 370^o\ C \right); 8: \left(s_8 = 7{,}506 \frac{kJ}{kg\,K} = s_9 ; h_8 = 3682 \frac{kJ}{kg} \right)$$

$$9: \left(s' = 0{,}3532 \frac{kJ}{kg\ K}; s'' = 8{,}5785 \frac{kJ}{kg\ K}; h' = 100{,}63 \frac{kJ}{kg} = h_{10}; h'' = 2545 \frac{kJ}{kg} \right)_{0,03bar}$$

En el punto **9**: $x_9 = \dfrac{s_9 - s'}{s'' - s'} \approx 0{,}87 = \dfrac{h_9 - h'}{h'' - h'} \quad \Rightarrow \quad h_9 = 2\,137 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

En **10**: $s_{10} = s_{11} = 0{,}3532 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$; $h_{10} \approx h_{11} = 100{,}63 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

En **12**: $t_{12} = t_{sat(120\text{bar})} = 326{,}6^o\text{C}$; $h_{12} = h'_{120\,\text{bar}} \approx 1\,493 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; $s_{12} = s'_{120\,\text{bar}} \approx 3{,}5 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

2) Para calcular $m = \dot{m}_{aire} / \dot{m}_{agua}$ hacemos un balance de energía en **I** por kg de agua:

$$m(h_4 - h_5) = h_{12} - h_{11} \approx h_{12} - h_{10} \Rightarrow m = \frac{h_{12} - h_{10}}{c_p (T_4 - T_5)} = \boxed{4{,}59 \frac{kg\,aire}{kg\,agua}}$$

3) $$\eta_t = \frac{\Sigma w}{\Sigma q^+} = \frac{(h_6 - h_7) + (h_8 - h_9) + m[(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)]}{(h_6 - h_{12}) + (h_8 - h_7) + (h_3 - h_2)} = \boxed{0{,}59}$$

Obsérvese que el trabajo de la bomba se ha considerado nulo y que no aparece en Σq^+ el calor recibido por el agua entre **10** y **12**, ya que éste es un calor "interno" a la instalación.

El rendimiento térmico de la instalación es francamente bueno. Piénsese que el rendimiento de un ciclo ideal de Carnot entre las temperaturas extremas de esta instalación sería:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_a}{T_3} = 1 - \frac{297}{1\,073} = 0{,}723$$

4) Según Gouy-Stodola: $i_I = T_a \Delta s_{univ} = T_a[(s_{12} - s_{11}) + m(s_5 - s_4)]$

$$s_5 - s_4 = c_p \ln \frac{T_5}{T_4} = 1{,}004 \cdot \ln \frac{313}{615{,}36} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_I = 9{,}4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg agua}}}$$

La exergía destruida en **I** es muy pequeña; se trata de un buen intercambiador.

7.6- En las regiones nórdicas, durante la época fría del año, son interesantes instalaciones binarias de turbinas de vapor, en las que el ciclo inferior lo efectúe el vapor saturado de una substancia que hierva a baja temperatura.

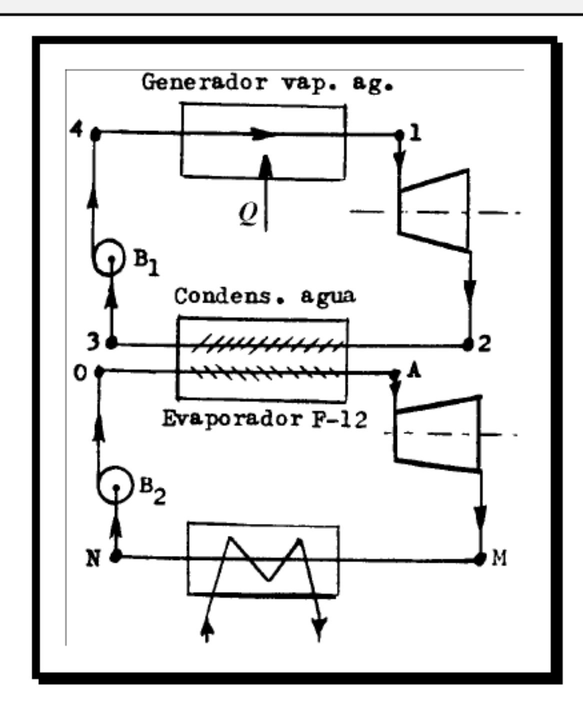
Determinar el rendimiento térmico y el rendimiento exergético práctico de un ciclo binario de agua y freón-12 (R-12) cuyo esquema se representa en la figura. Dibujar el diagrama (T,s) de la instalación.

Se admite:

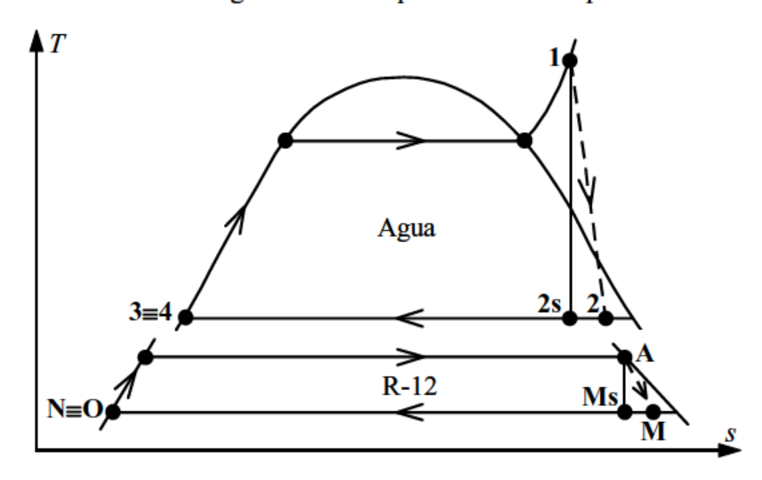
a) Es despreciable el trabajo de compresión de las bombas de líquido, $\mathbf{B_1}$ y $\mathbf{B_2}$, que son isoentrópicas.
b) Ambas turbinas funcionan con un rendimiento isoentrópico de 0,8.
c) No hay pérdidas de carga ni de calor en las conducciones. Son despreciables las variaciones de energías cinética y potencial.

Datos:

Punto **1**: vapor de agua a 152,9 kp / cm^2 y 537,8ºC.
Punto **3**: agua en estado líquido saturado a P_3 = 1,1 kp / cm^2 = P_2.
Punto **4**: $P_4 = P_1$.
Punto **A**: vapor saturado seco de R-12 a 89,3ºC.
Punto **M**: R-12 a 4,44ºC.
Punto **N**: R-12 en estado líquido saturado; $P_N = P_M$.
Punto **O**: $P_O = P_A$.
Temperatura atmosférica T_a = -3ºC.



El diagrama (T,s) de la instalación tendría la forma de la figura. En su construcción esquemática se han considerado algunos valores que obtendremos posteriormente.



Utilizaremos, según sea necesario, tablas del vapor recalentado de agua, del agua saturada (líquido + vapor) y del R-12 (ídem).

AGUA: $$1: \begin{cases} 152{,}9\ kp/cm^2 \\ 537{,}8^o\ C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 816{,}05\ kcal/kg \\ s_1 = 1{,}5478\ kcal/kg\ K = s_{2s} \end{cases}$$

$$2: \begin{cases} 1{,}1\ kp/cm^2 \\ (t_s = 100{,}57^o\ C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_3 = 100{,}62\ kcal/kg = h'_2\ ; s'_2 = 0{,}3135\ kcal/kg\ K \\ h''_2 = 639{,}32\ kcal/kg\ K\ ; s''_2 = 1{,}7548\ kcal/kg\ K \end{cases}$$

$$x_{2s} = \frac{s_1 - s'_2}{s''_2 - s'_2} = \frac{h_{2s} - h'_2}{h''_2 - h'_2} \quad \Rightarrow \quad h_{2s} = 561{,}952 \frac{\text{kcal}}{\text{kg K}}$$

$$\eta_s = 0{,}8 = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad \Rightarrow \quad \underline{h_2 = 612{,}77 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}}$$

FREÓN-12: $$\begin{matrix} \text{A} \\ (89{,}3^o\ C) \end{matrix} : \begin{cases} h_A = h'' = 50{,}83\ kcal/kg \\ s_A = s_{Ms} = s'' = 0{,}1575\ kcal/kg\ K \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \text{M} \\ (4{,}44^o\ C) \end{matrix} : \begin{cases} h_N = h'_M = 9{,}59\ kcal/kg\ ; s'_M = 0{,}03745\ kcal/kg\ K \\ h''_M = 45{,}23\ kcal/kg\ ; s''_M = 0{,}16586\ kcal/kg\ K \end{cases}$$

$$x_{Ms} = \frac{s_A - s'}{s'' - s'} = \frac{h_{Ms} - h'_M}{h''_M - h'_M} \quad \Rightarrow \quad h_{Ms} = 42{,}9236 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

$$\eta'_s = 0{,}8 = \frac{h_A - h_M}{h_A - h_{Ms}} \quad \Rightarrow \quad \underline{h_M = 44{,}505 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}}$$

Haciendo un balance de energía en el condensador–evaporador:

$$\dot{m}_{H_2O}\left(h_2 - h_3\right) = \dot{m}_{R-12}\left(h_M - h_N\right) \Rightarrow \frac{\dot{m}_{R-12}}{\dot{m}_{H_2O}} = 12{,}419 = k$$

El trabajo técnico producido por kg de agua será:

$$w_t = \left(h_1 - h_2\right) + k\left(h_A - h_M\right) = \cdots = 281{,}83\ kcal/kg\ agua$$

Por tanto, el rendimiento térmico global de la instalación será:

$$\eta_t = \frac{w_t}{h_1 - h_3} = \cdots = \boxed{0{,}4}$$

El rendimiento exergético práctico (lo que significa que se consideran pérdidas la exergía obtenida en el condensador **M**,**N**) será:

$$\eta_{ex,práctico} = \frac{w_t}{b_{t,1} - b_{t,3}} = \frac{281{,}83}{\left(h_1 - h_3\right) - 270 \cdot \left(s_1 - s_3\right)} = \cdots = \boxed{0{,}734}$$

Los títulos de vapor en los puntos **2** y **M** son:

$$x_2 = \frac{h_2 - h'_2}{h''_2 - h'_2} = \cdots = 0{,}95\,; \quad x_M = \frac{h_M - h'_M}{h''_M - h'_M} = \cdots = 0{,}98$$

de modo que, efectivamente, los puntos **2** y **M** están situados según aparecen en la figura.

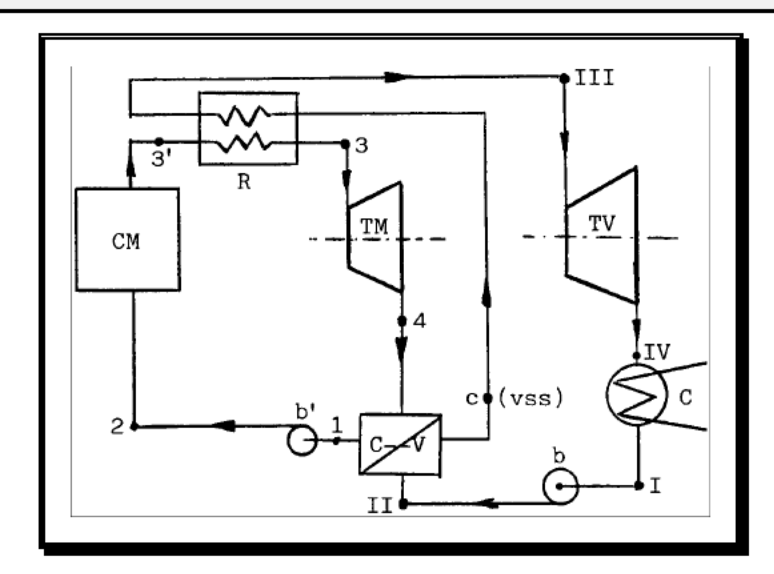
7.7- Una instalación binaria de mercurio y agua funciona según el esquema de la figura. La caldera de mercurio (**CM**) genera vapor a 8,22 bar, que entra en la turbina (**TM**) saturado seco. A la salida de **TM** va al condensador–vaporizador (**C-V**) a 0,06 bar, donde cede el calor de condensación al agua, la cual, por medio de una bomba **b**, se hace llegar desde el condensador (**C**) de la turbina de vapor de agua (**TV**). Del **C-V** el agua sale como vapor saturado seco, y es recalentado en el recalentador de vapor (**R**) por los gases producidos en **CM**, de modo que entra a la **TV** a 500ºC y 25 bar. La presión en **C** es 0,04004 bar.

Se suponen turbinas y bombas isoentrópicas, despreciándose la potencia de estas últimas. Asimismo se suponen derrames isóbaros reversibles y nulas las variaciones de energías cinética y potencial. Se pide:

1) Representación esquemática en (*T*,*s*) y cálculo de los títulos de vapor en los puntos **4** y **IV**.
2) Rendimiento térmico global del ciclo binario.
3) Destrucción de exergía por kg de agua en el **C-V**. $T_a = 300$ K.

Datos del Hg:

P (bar)	*h´* (kJ / kg)	*h´´* (kJ / kg)	*s´* (kJ / kg K)	*s´´* (kJ / kg K)
0,06	75	374	0,45	1,04
8,22		400		0,88

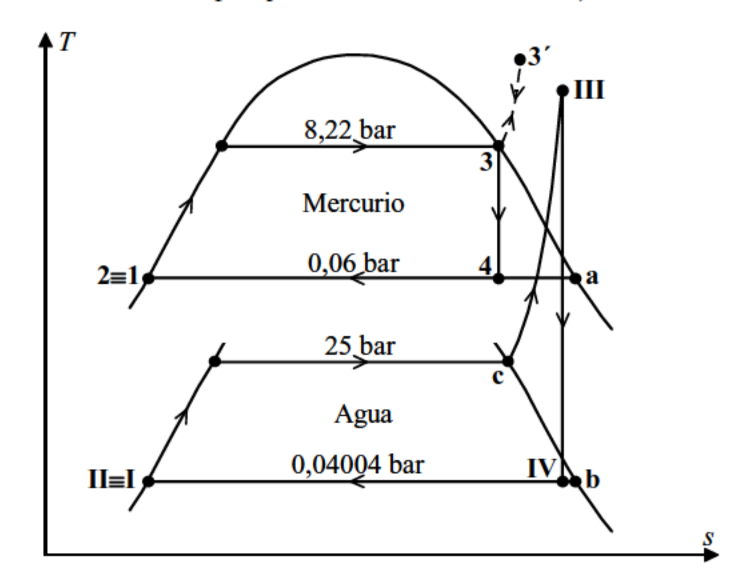


1) De las tablas del agua saturada y del vapor recalentado se obtienen los valores:

P (bar)	h' (kJ / kg)	h'' (kJ / kg)	s' (kJ / kg K)	s'' (kJ / kg K)
0,04004	121,53	2 554	0,4228	8,473
25	962	2 802		6,256

$$\mathbf{III}:(500^{\circ}\,\mathrm{C}, 25\,\mathrm{bar}) \;\Rightarrow\; \text{vapor recalentado} \underset{\text{(tabla)}}{\Rightarrow} (h_{III} = 3\,462 \text{ kJ / kg};\; s_{III} = 7{,}321 \text{ kJ / kg K})$$

Los diagramas esquemáticos (T,s) del H_2O y del Hg, superpuestos, serían como se indica en la figura (las escalas no tienen por qué ser las mismas en ambos):



$$\mathbf{Hg}:\quad x_4 = \frac{s_3 - s_1}{s_a - s_1} = \frac{0{,}88 - 0{,}45}{1{,}04 - 0{,}45} = \boxed{0{,}73} = \frac{h_4 - 75}{374 - 75} \quad\Rightarrow\quad \underline{h_4 = 293 \text{ kJ / kg}}$$

$$\mathbf{H_2O}: x_{IV} = \frac{s_{III} - s_I}{s_b - s_I} = \frac{7{,}321 - 0{,}4228}{8{,}473 - 0{,}4228} = \boxed{0{,}86} = \frac{h_{IV} - h_I}{h_b - h_I} = \frac{h_{IV} - 121{,}53}{2\,544 - 121{,}53} \Rightarrow \underline{h_{IV} = 2\,206 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

2) Para calcular la relación entre los flujos másicos de Hg y H_2O, hacemos un balance de energía en el **C-V**:

$$\dot{m}_{Hg}(h_4 - h_1) = \dot{m}_{H_2O}(h_c - h_I) \Rightarrow \frac{\dot{m}_{Hg}}{\dot{m}_{H_2O}} = \frac{2802 - 121{,}53}{293 - 75} = 12{,}3 \frac{kg\,Hg}{kg\,H_2O} = \mu$$

Calculamos el trabajo neto producido en la planta, y el calor aportado, por kg de agua:

$$w = \mu(h_3 - h_4) + (h_{III} - h_{IV}) = 12{,}3 \cdot (400 - 293) + (3462 - 2206) = \underline{2572 \text{ kJ/kg } H_2O}$$

$$q = \mu(h_3 - h_4) + (h_{III} - h_c) = 12{,}3 \cdot (400 - 75) + (3462 - 2802) = 4657 \text{ kJ/kg } H_2O$$

Obsérvese que el calor aportado en la caldera es $q = \mu\,(h_{3'} - h_1) = \mu\,[(h_{3'} - h_3) + (h_3 - h_1)]$, siendo $\mu\,(h_{3'} - h_3) = h_{III} - h_c$, que es el calor intercambiado en **R**.

Rendimiento térmico global: $\eta_t = \dfrac{w}{q} = \dfrac{2\,572}{4\,657} = \boxed{0{,}5523}$

3) $$i_{C-V} = T_a \Delta s_{C-V} = T_a\left[\left(s_c - s_I\right) - \mu\left(s_4 - s_1\right)\right] =$$

$$= 300 \cdot \left[\left(6{,}256 - 0{,}4228\right) - 12{,}3 \cdot \left(0{,}88 - 0{,}45\right)\right] = \boxed{163\, kJ/kg\ H_2O}$$

7.8- La figura adjunta representa una instalación experimental en la que el fluido termodinámico es **etano**.

La compresión se realiza en dos escalones de igual relación de compresión ($P_2 / P_1 = P_4 / P_3 = 4$) en los dos compresores adiabáticos **CBP** y **CAP**, con refrigeración intermedia.

La expansión tiene lugar en las turbinas **TAP** y **TBP**, con recalentamiento intermedio, y de igual salto de presiones ($P_5 / P_6 = P_7 / P_8 = 4$).

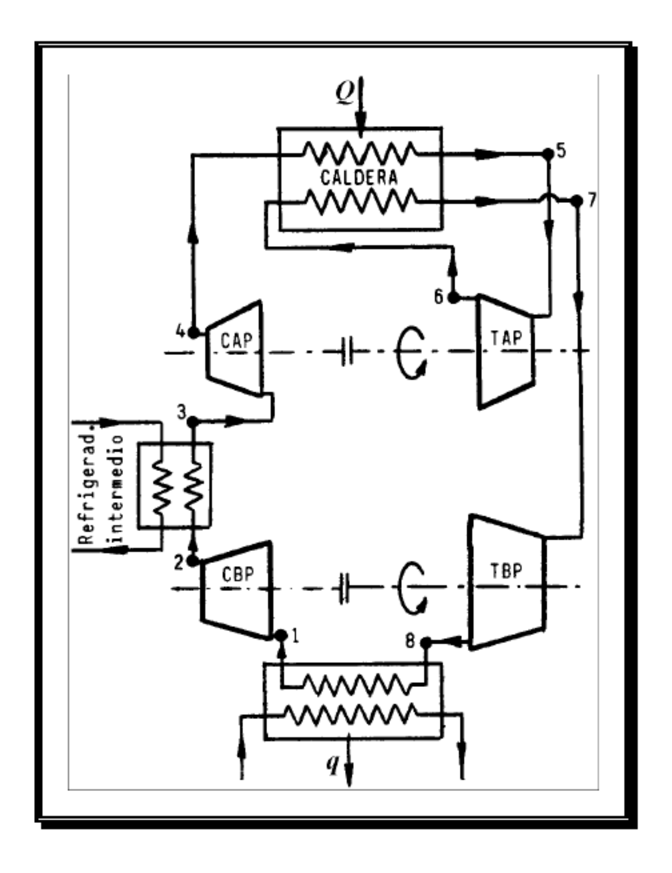
A la entrada al **CBP** el estado del fluido es **1**:(P_1 = 1 bar; T_1 = 300 K = T_3).

Las temperaturas de entrada a las turbinas son: $T_5 = T_7$ = 500 K.

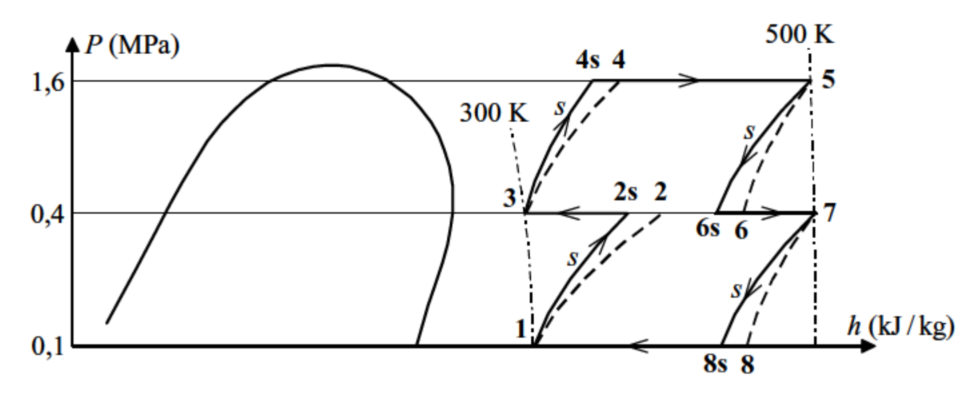
Se pide:

1) Suponiendo absoluta reversibilidad en todos los procesos, representar el ciclo en el diagrama presión–entalpía (P,h), dando los valores de la entalpía específica en todos los puntos.
2) Calcular el rendimiento térmico total de la instalación y la temperatura media termodinámica entre **4s** y **5**.
3) Suponiendo que los compresores y las turbinas funcionan con un rendimiento isoentrópico de 0,9, el mismo para todos ellos, y sin considerar ninguna otra irreversibilidad, contestar las preguntas hechas en los dos apartados anteriores.
4) Calcular el trabajo específico de compresión isoterma, a 360 K, desde 1 bar hasta 16 bar, en un compresor centrífugo, refrigerado, que funciona reversiblemente; y calcular la relación entre las secciones de entrada y salida.

Los derrames son isóbaros, se suponen todas las secciones dimensionadas para que la velocidad del fluido sea constante, y se desprecian las variaciones de su energía potencial.



1) Utilizaremos el diagrama práctico del etano. Es inmediato ver que todos los estados del etano pertenecen a la región de estado gaseoso. Marcando en él los diversos puntos del proceso cíclico reversible, se obtienen los puntos **1**, **2s**, **3**, **4s**, **5**, **6s**, **7** y **8s**.



Marcados los correspondientes puntos, se leen con bastante claridad los siguientes valores para sus entalpías, en kJ / kg, sobre el eje de abscisas:

$h_1 = 765$; $h_{2s} = 880$; $h_3 = 755$; $h_{4s} = 885$; $h_5 = 1190$; $h_{6s} = 1110$; $h_7 = 1195$; $h_{8s} = 1\,010$

2) $$\eta_t = \frac{w_{neto}}{q^+} = \frac{(h_5 - h_{6s}) + (h_7 - h_{8s}) - (h_{2s} - h_1) - (h_{4s} - h_3)}{(h_5 - h_{4s}) + (h_7 - h_{6s})} = \cdots = \frac{120}{490} = \boxed{0{,}25}$$

$$T_{MT(4s-5)} = \frac{q_{5,4s}}{s_5 - s_{4s}} = \frac{h_5 - h_{4s}}{s_5 - s_{4s}} = \frac{1190 - 885}{4{,}29 - 3{,}58} \approx \boxed{430\text{ K}}$$

donde las entropías correspondientes a los puntos **5** y **4s** se han leído en el diagrama.

3) De las entalpías obtenidas y del valor del rendimiento isoentrópico obtenemos:

$$\eta_s = \underbrace{0{,}9}_{\text{CB}} = \frac{880 - 765}{h_2 - 765} \Rightarrow \underline{h_2 = 892{,}8\frac{kJ}{kg}}; \eta_s = \underbrace{0{,}9}_{\text{CA}} = \frac{885 - 755}{h_4 - 755} \Rightarrow \underline{h_4 = 899{,}5\frac{kJ}{kg}}$$

$$\eta_s = \underbrace{0{,}9}_{\text{TA}} = \frac{1190 - h_6}{1190 - 1010} \Rightarrow \underline{h_6 = 1028\frac{kJ}{kg}}; \eta_s = \underbrace{0{,}9}_{\text{TB}} = \frac{1195 - h_8}{1195 - 1010} \Rightarrow \underline{h_8 = 1028{,}5\frac{kJ}{kg}}$$

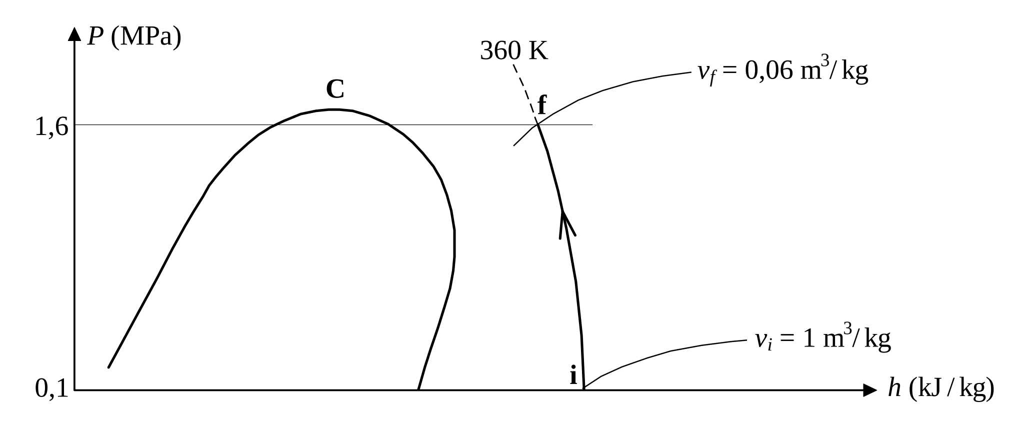
De modo que:

$$\eta_t^{irrev} = \frac{w_{neto}}{q^+} = \frac{(h_5 - h_6) + (h_7 - h_8) - (h_2 - h_1) - (h_4 - h_3)}{(h_5 - h_4) + (h_7 - h_6)} = \cdots = \frac{55{,}9}{457{,}5} = \boxed{0{,}122}$$

$$T_{MT(4-5)}^{irrev} = \frac{h_5 - h_4}{s_5 - s_4} = \frac{1190 - 899{,}5}{4{,}29 - 3{,}6} = \boxed{421}$$

donde la entropía de s_4 se ha leído en el diagrama.

4) La compresión isoterma reversible, en un compresor refrigerado, estaría representada en (P,h) según:



Sobre el diagrama marcamos los puntos **i** y **f**, correspondientes a los estados inicial y final de la compresión isoterma: **i** (0,1 MPa ; 360 K) ; **f** (1,6 MPa ; 360 K)

y leemos: **i** (s_i = 4,31 kJ / kg K; h_i = 880 kJ / kg) ; **f** (s_f = 3,5 kJ / kg K; h_f = 885 kJ / kg)

Siendo g la entalpía libre $g = h - Ts$:

$$dg = vdP - sdT \Rightarrow dg_T = vdP = -\delta w_c \Rightarrow |w_c|_T = \int_{i,f} vdP \Big|_T = g_f - g_i =$$

$$= (h_f - T s_f) - (h_i - T s_i) = (855 - 880) - 360 \cdot (3{,}5 - 4{,}31) = \boxed{266{,}6\ kJ/kg}$$

Igualmente se leen los volúmenes específicos correspondientes a las isócoras de **i** y de **f**:

$$v_i = 1\ \mathrm{m^3/kg}\,; \quad v_f = 0{,}06\ \mathrm{m^3/kg}$$

Por el teorema de continuidad:

$$\frac{A_i c_i}{v_i} = \frac{A_f c_f}{v_f} \underset{(c_i = c_f)}{\Rightarrow} \frac{A_i}{A_f} = \frac{v_i}{v_f} = \frac{1}{0{,}06} = \boxed{16{,}7}$$

CAPÍTULO VIII

Máquinas Frigoríficas y Termobombas.

8. PROBLEMAS RELATIVOS A:

MÁQUINAS FRIGORÍFICAS Y TERMOBOMBAS.

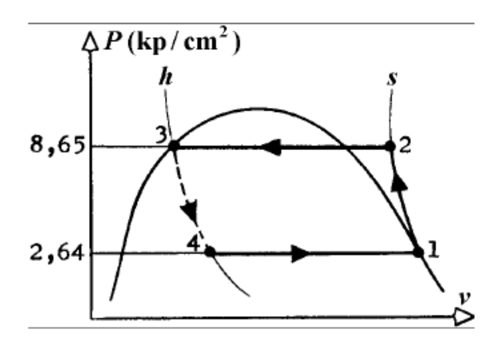
8.1- Una instalación frigorífica utiliza refrigerante -12 (R-12) como fluido termodinámico. Su ciclo de comparación es un Rankine inverso (isóbaro isoentrópico).

A la entrada del compresor, el estado del R-12 es vapor saturado seco a la temperatura de 6,7ºC, y se comprime isoentrópicamente hasta la presión de 8,65 kp / cm^2, siendo la entalpía específica del vapor a la salida del compresor 49,5 kcal / kg. El líquido saturado correspondiente a esa presión, que sale del condensador, se expansiona en una válvula de laminación hasta la presión del vaporizador. Se pide:

1) Producción frigorífica específica en kcal / kg R-12.
2) Caudal de R-12 para una potencia frigorífica de 12 kcal / s.
3) Potencia consumida por el compresor.
4) Coeficiente de eficiencia de la máquina frigorífica. Comparar dicho coeficiente obtenido con el de una instalación frigorífica que funcionara según un ciclo de Carnot entre las temperaturas del condensador y del vaporizador.

1) De la tabla del R-12 saturado:

$P\left(\frac{kp}{cm^2}\right)$	$t(^oC)$	$h'\left(\frac{kcal}{kg}\right)$	$h''\left(\frac{kcal}{kg}\right)$
2,54	–6,7	7,2	44,1
8,65	35	16,6	48,1



$$\left.\begin{array}{l} En\ el\ vaporizador: q_0 = h_1 - h_4 = 44{,}1\ kcal/kg - h_4 \\ En\ la\ válvula\ de\ laminación: h_4 = h_3 = h'_{35^oC} = 16{,}6\ kcal/kg \end{array}\right\} \Rightarrow q_0 = 44{,}1 - 16{,}6 = \boxed{27{,}5\frac{kcal}{kg}}$$

2) $$\dot{Q}_0 = \dot{m} q_0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m} = \frac{\dot{Q}_0}{q_0} = \frac{12}{27{,}5} = 0{,}436 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = \boxed{26{,}18 \frac{\text{kg}}{\text{min}}}$$

3) $$w_c = h_1 - h_2 = 44{,}1 - 49{,}5 = -5{,}4 \text{ kcal / kg}$$

$$N_c = \dot{m}\left|w_c\right| = 0{,}436 \cdot 5{,}4 = 2{,}35 \text{ kcal / s} = \boxed{9{,}9 \text{ kW}}$$

4) $$\varepsilon = \frac{-q_0}{w_c} = \frac{27{,}5}{5{,}4} = \boxed{5{,}09}$$

El coeficiente de eficiencia si funcionara según un ciclo de Carnot entre las temperaturas del condensador y del vaporizador sería:

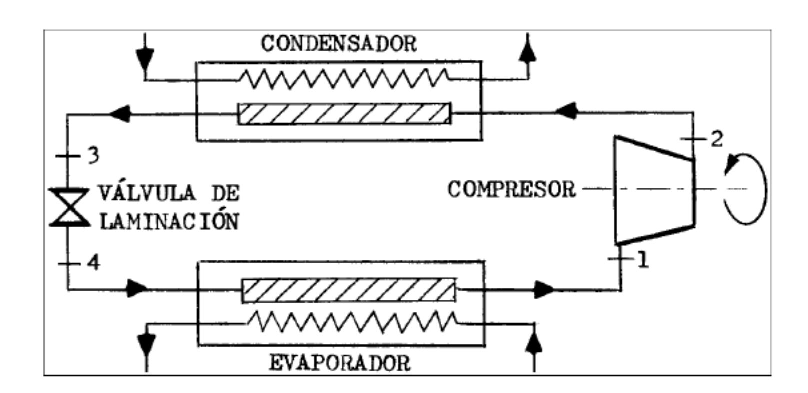
$$\varepsilon_c = \frac{T_0}{T - T_0} = \frac{273 - 6{,}7}{(273 + 35) - (273 - 6{,}7)} = \boxed{6{,}38} > 5{,}09$$

El coeficiente de eficiencia de un ciclo reversible de Carnot es el máximo posible para cualquier máquina que funcione entre las mismas dos temperaturas.

8.2- En el ciclo de comparación "práctico" de una máquina frigorífica de vapor, el refrigerante, que es R-12 (CCl_2F_2), entra al compresor en estado de vapor saturado seco a 2,8 bar, y se comprime hasta 8 bar, siendo la entalpía específica del vapor a la salida del compresor 213,45 kJ / kg. La condensación tiene lugar hasta el estado de líquido saturado. Se pide:

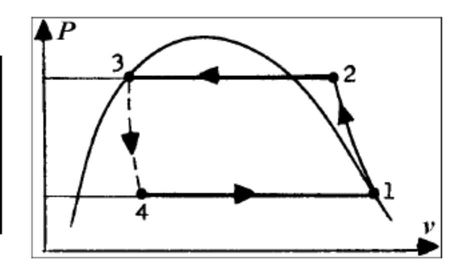
1) Dibujar un esquema de la instalación frigorífica con la que podría realizarse dicho ciclo.
2) Trabajo específico de compresión.
3) "Frío" producido por hora, si el caudal del refrigerante es de 4,5 kg / min.
4) Coeficiente de eficiencia y calor cedido en el condensador por kg de refrigerante.
5) Dibujar un diagrama de flujo de energía de la máquina, representando el flujo de energía en cada uno de sus componentes.

1)



2) De la tabla del R-12 saturado:

P (bar)	t (ºC)	$v'\left(\frac{cm^3}{g}\right)$	$v''\left(\frac{cm^3}{g}\right)$	$u'\left(\frac{J}{g}\right)$	$r\left(\frac{J}{g}\right)$
2,8	–2,93	0,711	60,76	33,15	152,92
8	32,74	0,780	21,88	66,68	133,33



$$h_1 = \left[(u' + Pv') + r\right]_{2,8bar} = 33{,}15 + 2{,}8 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}711 \cdot 10^{-3} + 152{,}92 = \underline{186{,}27\ kJ/kg}$$

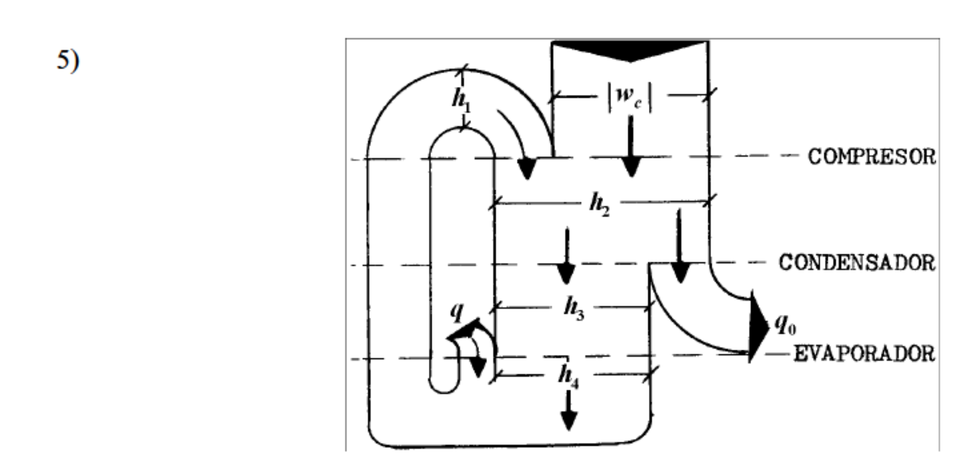
$$|w_c| = h_2 - h_1 = 213{,}45 - 186{,}27 = \boxed{27{,}18\ \text{kJ / kg}}$$

3) $$h_4 = h_3 = (u' + Pv')_{8bar} = 66{,}68 + 8 \cdot 10^2 \cdot 0{,}78 \cdot 10^{-3} = 67{,}3\ kJ/kg$$

$$q_0 = h_1 - h_4 = 186{,}27 - 67{,}3 = \underline{118{,}97\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}};\quad \dot{Q}_0 = \dot{m}q_0 = \frac{4{,}5}{60}\cdot 118{,}97 = \boxed{7\,684{,}66\frac{\text{kcal}}{\text{h}}}$$

4) $$\varepsilon = -\frac{q_0}{w_c} = \frac{118{,}97}{27{,}18} = \boxed{4{,}37};\quad q + q_0 = w_c \quad \Rightarrow \quad q = w_c - q_0 = \boxed{-146{,}15\ \text{kJ / kg}}$$

5)



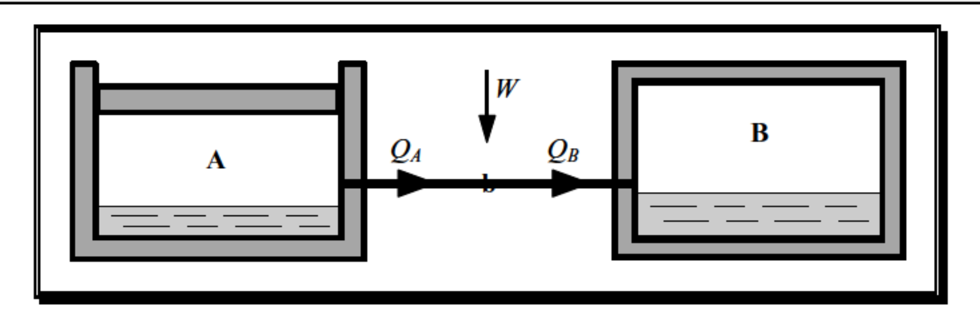
8.3- La figura adjunta muestra el esquema de una posible bomba de calor que transfiere calor del agua contenida en el cilindro **A** al agua contenida en el depósito **B**. Inicialmente la presión en el interior de **A** es 1,43 bar, y contiene 1,5 kg de vapor húmedo de título 0,2. El agua contenida en **B** está a 140ºC, y también como vapor húmedo de título 0,6, siendo el volumen de **D** 700 l.

Siendo el calor transferido por **A** tal que el agua alcanza finalmente el estado de líquido saturado, y considerando que el pistón se desplaza sin rozamientos, se pide:

1) Comprobar que el estado final en **B** corresponde a un vapor húmedo a 150ºC, y calcular su título, sabiendo que el COP de la termobomba es 5,8.
2) Calcular la variación de exergía del agua contenida en **A**, siendo $P_a = 1$ bar y $T_a = 17$ºC.

Si el depósito **B** contuviera aire, inicialmente a 140ºC y 1,5 bar, y con una humedad relativa del 4%, suponiendo que la termobomba funcionara ahora con un rendimiento exergético unidad, determinar:

3) La presión parcial del vapor en las condiciones finales y la variación de exergía del aire, suponiendo que tenga comportamiento de gas perfecto biatómico ($c_p = 7\,R\,/\,2$). Determinar también el calor gastado en la bomba de calor.



1) Obtendremos los valores necesarios de entalpías, volúmenes específicos y entropías de las tablas correspondientes.

$$h_A^i = h' + x\,r = 461{,}4 + 0{,}2 \cdot 2\,230 = 907{,}4 \text{ kJ / kg}\,; \quad h_A^f = h' = 461{,}4 \text{ kJ / kg}$$

Dado que el proceso en **A** es isóbaro, el calor intercambiado coincide con la variación de su entalpía: $\Delta h_{i,f}^A = -446 \text{ kJ / kg}\,; \quad \Delta H_{i,f}^A = m^A \Delta h_{i,f}^A = -669 \text{ kJ} = -Q^A$

$$COP = \frac{Q^B}{W} = \frac{Q^B}{Q^A + Q^B} = \frac{Q^B}{669 + Q^B} = 5{,}8 \quad \Rightarrow \quad Q^B = 808 \text{ kJ} = \Delta U^B_{i,f}$$

$$u_i^B = u' + x(u'' - u') = \left(589{,}2 - 3{,}6 \cdot 10^2 \cdot 1{,}08 \cdot 10^{-3}\right) + 0{,}6 \cdot \left(2144{,}8 - 3{,}6 \cdot 10^2 \cdot 0{,}508\right) = 1765{,}9 \; kJ/kg$$

$$v_i^B = 1{,}08 \cdot 10^{-3} + 0{,}6 \cdot \left(0{,}508 - 1{,}08 \cdot 10^{-3}\right) = 0{,}305 \, m^3/kg = v_f^B$$

$$m^B = \frac{0{,}7}{0{,}305} = 2{,}3 \text{ kg}; \quad \Delta u^B_{i,f} = \frac{Q^B}{m^B} = \frac{808}{2{,}3} = 351 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; \quad u_f^B = 2\,116{,}9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$v_f^B = 0{,}305 = 1{,}09 \cdot 10^{-3} + x_f^B \left(0{,}393 - 1{,}09 \cdot 10^{-3}\right) \Rightarrow \boxed{x_f^B = 0{,}77}$$

Efectivamente, con los valores obtenidos de las tablas, se cumple la igualdad:

$$u_f^B = 2116{,}8 = 632{,}2 - 4{,}76 \cdot 10^{-1} \cdot 1{,}09 + 0{,}77 \cdot \left(2114{,}4 - 4{,}76 \cdot 10^2 \cdot 0{,}39\right)$$

2) $$\Delta B^A_{i,f} = U_f^A - U_i^A - T_a\left(S_f^A - S_i^A\right) + P_a m^A \left(v_f^A - v_i^A\right)$$

La variación de exergía es debida a la condensación del vapor que inicialmente se encuentra en **A**, ya que en el estado final en **A** queda líquido saturado. Se habrán condensado $m'' = x\, m^A$ = 0,3 kg, de modo que la variación de exergía podríamos escribirla:

$$\Delta B^A = m''\left[(u'' - u') - T_a (s'' - s') + P_a (v'' - v')\right]_{1{,}43bar} =$$

$$= 0{,}3 \cdot \left[\left(2230 - 1{,}43 \cdot 10^2 \cdot 1{,}21\right) - 290 \cdot (7{,}238 - 1{,}418) + 10^2 \cdot \left(1{,}036 - 1{,}056 \cdot 10^{-3}\right)\right] = \boxed{-141{,}8 \; kJ}$$

3) $$N^B = \frac{PV}{RT} = \frac{1{,}5 \cdot 10^5 \cdot 0{,}7}{8{,}314 \cdot 413} = 58{,}83 \text{ mol}$$

$$H_R = 0{,}04 = \frac{P_v^i}{P_{s,140°\text{C}}} = \frac{P_v^i}{3{,}014} \quad \Rightarrow \quad P_v^i = 0{,}144 \text{ bar}; \quad x_v = \frac{P_v^i}{P} = \frac{0{,}144}{1{,}5} = 0{,}096$$

Puesto que la bomba de calor es reversible, no debe haber saltos térmicos en la transmisión de calor. El foco caliente mantiene una temperatura constante T^A, pero la temperatura del foco frío va aumentando progresivamente, de modo que el funcionamiento de la bomba reversible debemos considerarlo como una serie de infinitos ciclos infinitesimales. En cada uno de ellos:

$$\frac{\delta Q^A}{T^A} + \frac{\delta Q^B}{T^B} = 0$$

El calor recibido por **B** será: $\delta Q^B = N c_v dT$

$$\Rightarrow \int_i^f \frac{\delta Q^A}{T^A} + \int_{T_i}^{T_f} N \frac{5R}{2} \frac{dT^B}{T^B} = 0 \Rightarrow -\frac{Q^A}{T^A} = N \frac{5R}{2} ln \frac{T_f^B}{T_i^B} \Rightarrow \underline{T_f^B = 1719 K}$$

$$\frac{P_f^B}{T_f^B} = \frac{P_i^B}{T_i^B} \quad \Rightarrow \quad P_f^B = 1{,}5 \cdot \frac{1\,719}{413} = 6{,}24 \text{ bar} \quad \rightarrow \quad \boxed{P_v^f = x_v P_f^B = 0{,}60 \text{ bar}}$$

Haciendo un balance de exergías: el incremento del contenido exergético del aire (**B**) será la suma del contenido exergético de la cantidad de calor Q^A más el trabajo aportado a la termobomba:

$$\Delta B_{i,f}^{B} = B_{Q^A} + |W_b|$$

$$\Delta B_{i,f}^{B} \underset{(V_i = V_f)}{=} N\left[u_f - u_i - T_a\left(s_f - s_i\right)\right] = Nc_v\left[\left(T_f^B - T_i^B\right) - T_a \ln\frac{T_f^B}{T_i^B}\right] =$$

$$= 58{,}83 \cdot \frac{5R}{2} \cdot \left[\left(1719 - 413\right) - 290 \cdot \ln\frac{1719}{413}\right] = \underline{1{,}093 MJ}$$

$$B_{Q^A} = Q^A\left(1 - \frac{T_a}{T^A}\right) = 669 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 - \frac{290}{383}\right) = \underline{0{,}162 MJ}$$

De modo que el trabajo aportado a la bomba será:

$$\boxed{|W_b| = 0{,}931\,\text{MJ}}$$

8.4- Se ha construido una máquina frigorífica binaria que funciona con dos fluidos, amoníaco y nitrógeno. El NH_3 recorre una instalación formada por: un compresor adiabático **A**; un condensador isóbaro **B**; una válvula de laminación **C**; y un evaporador isóbaro **D**, del que sale el NH_3 como vapor saturado seco.

El N_2, que se puede considerar G.P. biatómico, recorre: un compresor adiabático **F**; un refrigerador isóbaro **G**, que forma con **D** un intercambiador perfectamente aislado térmicamente del exterior; una turbina adiabática **H**, acoplada a **F**; y un serpentín isóbaro **J**, donde se produce el efecto frigorífico entre -100ºC y -80ºC.

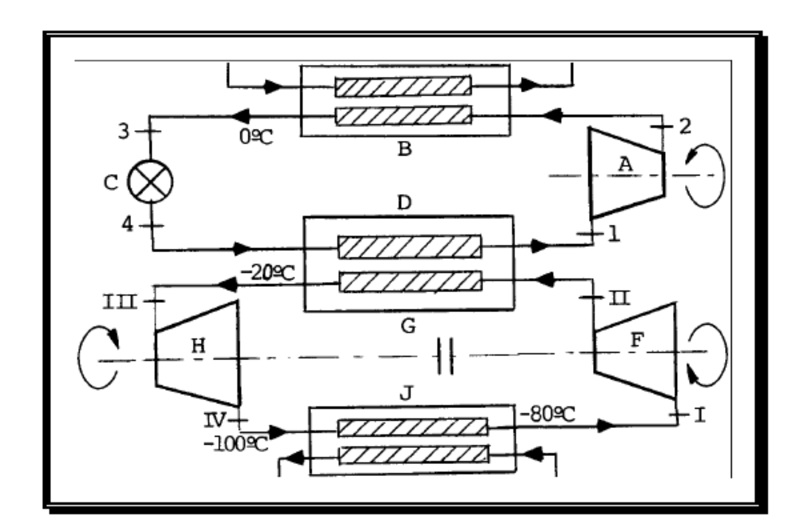
Las presiones alta y baja del NH_3 son, respectivamente, 6 atm y 1 atm. La temperatura del NH_3 a la salida del intercambiador es -20ºC.

El rendimiento isoentrópico de **A** y **F**, igual al de **H**, es 0,71.

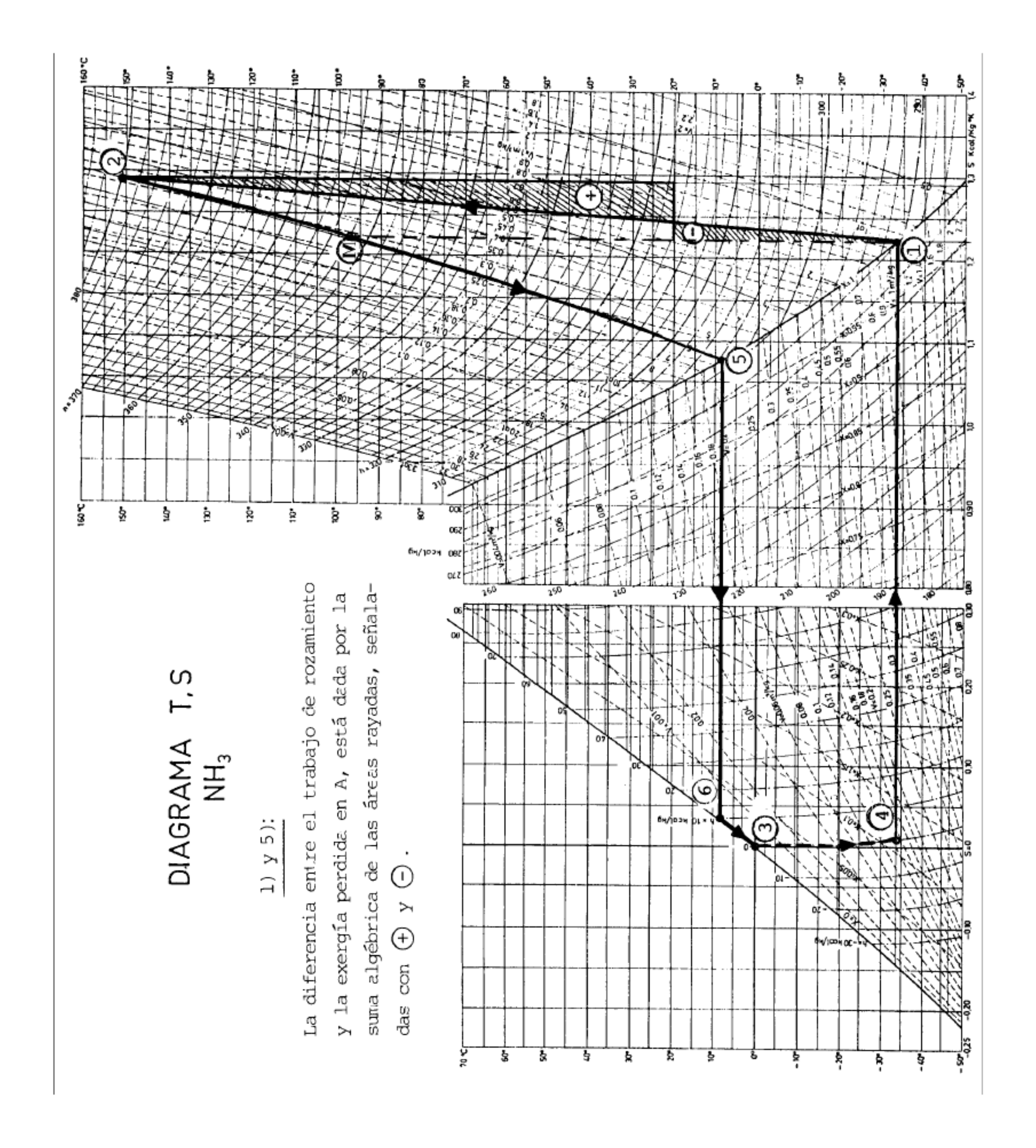
Se pide:

1) Representar cuidadosamente en el diagrama adjunto el ciclo descrito por el NH_3, dando los valores de la entalpía específica y de la temperatura en todos los vértices del ciclo, así como el título del vapor a la salida de **C**.
2) Relación de flujos másicos de N_2 y NH_3.
3) Representar los ciclos de ambos fluidos superpuestos, en (T,s).
4) Coeficiente de eficiencia de la máquina frigorífica global y rendimiento exergético de **H**.
5) Si el proceso del NH_3 en **A** es cuasiestático y lineal en el diagrama (T,s), representar claramente en el diagrama dado la diferencia entre el trabajo de rozamiento y la exergía destruida en **A**.

Datos: T_a = 20ºC; $c_p(N_2)$ = 0,25 cal / g K.



1) Reproducimos a continuación el diagrama (T,s) del NH_3 con los vértices de su ciclo "cuidadosamente" marcados en él:



Del diagrama (T,s) adjunto obtenemos, con la aproximación posible, los siguientes valores:

$$h_1 \approx 290{,}5 \text{ kcal / kg}\,; \quad h_A \approx 354 \text{ kcal / kg}$$

siendo **M** el estado final que correspondería a la compresión isoentrópica en **A**. De ahí:

$$\eta_{s(A)} = 0{,}71 = \frac{354 - 290{,}5}{h_2 - 290{,}5} \quad \Rightarrow \quad h_2 \approx 380 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

El conjunto de valores obtenidos del diagrama, en kcal, kg, ºC, es:

$$1:\begin{cases}h_1=290{,}5\\t_1=-33\end{cases};2:\begin{cases}h_2=380\\t_2=152\end{cases};3:\begin{cases}h_3=0\\t_3=0\end{cases};4:\begin{cases}h_4=0\\t_4=-33\end{cases};5:\begin{cases}h_5=303\\t_5=8\end{cases};6:\begin{cases}h_6=10\\t_6=8\end{cases};x_4=0{,}12$$

2)
$$\eta_{s(H)}=\frac{253-173}{253-T_{IV'}}=0{,}71\Rightarrow T_{IV'}=140{,}32K;\frac{P'}{P}=\left(\frac{253}{140{,}32}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}=7{,}87=\left(\frac{T_{II'}}{T_I}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\Rightarrow\ T_{II'}=347{,}98\text{ K};\quad \eta_{s(F)}=\frac{347{,}98-193}{T_{II}-193}=0{,}71\ \Rightarrow\ T_{II}=411{,}28\text{ K}$$

Haciendo un balance de energía en el intercambiador:

$$\dot m_{NH_3}\cdot(290-0)=\dot m_{N_2}\cdot 0{,}25\cdot(411{,}28-253)\Rightarrow\boxed{\dot m_{N_2}/\dot m_{NH_3}=7{,}33}$$

3)

Las escalas de temperaturas y entropías no tienen por qué ser las mismas para el N_2 y el NH_3, pero cualitativamente el diagrama está bien construido.

4)
$$\varepsilon=\frac{\dot m_{N_2}\cdot 0{,}25\cdot(-80+100)}{\dot m_{NH_3}\cdot(380-290)+\dot m_{N_2}\cdot 0{,}25\cdot[(411{,}28-193)-(253-173)]}=\boxed{0{,}11}$$

$$\eta_{ex(H)}=\frac{h_{III}-h_{IV}}{b_{t,III}-b_{t,IV}}=\frac{h_{III}-h_{IV}}{h_{III}-h_{IV}-T_a(s_{III}-s_{IV})};s_{III}-s_{IV}=c_p\ln\frac{T_{III}}{T_{IV}}-R\ln\frac{P'}{P}$$

Sustituyendo valores se obtiene: $\boxed{\eta_{ex(H)}=0{,}38}$

5) Siendo el proceso en **A** adiabático y cuasiestático:

$$ds = \frac{|\delta w_{roz}|}{T} \Rightarrow |w_{roz}|_{1,2} = \int_{1,2} T ds$$

cuya representación (superficie triangular) en el diagrama es muy sencilla.

Exergía destruida en **A**: $i_A = T_a (s_2 - s_1)$, cuya representación en el diagrama (superficie rectangular) es igualmente muy sencilla.

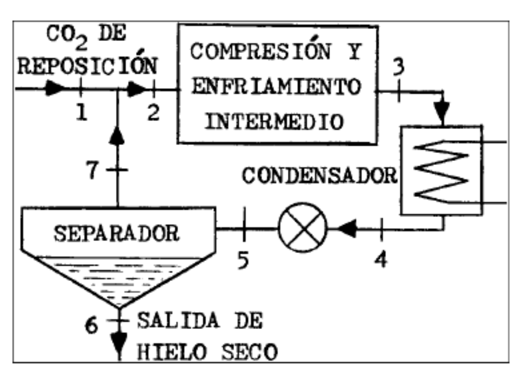
De ello se desprende claramente que la representación pedida es, como se indica en el diagrama (T,s), la diferencia entre ambas áreas.

8.5- La figura adjunta representa un esquema simplificado de una instalación frigorífica para la producción de CO_2 sólido ("hielo seco"). La información necesaria sobre los distintos estados del CO_2 en cada punto de la instalación viene dada en la tabla adjunta. Siendo la producción de hielo seco de 240 kg / k, se pide:

1) Caudal y estado del fluido a la entrada del primer compresor. Se considerará el separador como un sistema adiabático.
2) Destrucción de exergía por unidad de tiempo en la válvula de laminación.
3) Mínima potencia necesaria para esa producción de hielo seco.
4) Consideremos que la compresión se realiza en dos etapas con un enfriamiento intermedio. Ambos compresores funcionan con la misma relación de compresión y el mismo rendimiento isoentrópico = 0,6 e igual rendimiento mecánico = 0,92. Siendo el estado a la entrada del segundo compresor vapor saturado seco, determinar la potencia realmente consumida.

Condiciones ambientales: P_a = 1 atm, T_a = 293 K.

Estado	t (ºC)	P (atm)
1	20	1
2		
3		60
4 (líquido saturado)		60
5		1
6 (sólido en equilibrio con su vapor)		1
7 (vapor en equilibrio con su sólido)		1



1) Para la obtención de valores de entalpías, entropías, etc. necesarios para la resolución del problema, emplearemos el diagrama (T,s) del CO_2.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_6 = 240 \text{ kg / h}\,; \quad \dot{m}_2 = \dot{m}_1 + \dot{m}_7$$

En el separador: $\dot{m}_5 = \dot{m}_6 + \dot{m}_7\,; \quad \dot{m}_5 h_5 = \dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_7 h_7$

Del diagrama del CO_2:

$$h_5 = h_4 = 135 \text{ kcal / kg}\,; \quad h_6 = 37 \text{ kcal / kg}\,; \quad h_7 = 172 \text{ kcal / kg}$$

Con dichos valores:

$$135\cdot\dot{m}_5 = 172\cdot(\dot{m}_5 - 240) + 240\cdot 37 \Rightarrow \boxed{\dot{m}_5 = \dot{m}_2 = 875{,}7\ kg/h}$$

$$\dot{m}_7 h_7 + \dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2$$

Del diagrama (T,s) del CO_2:

$$h_1 = 193\ \text{kcal / kg}\,;\quad h_2 = 177{,}7\ \text{kcal / kg}\,;\quad \boxed{\mathbf{2}{:}(1\text{atm}, -60^{\text{o}}\,\text{C})}$$

Según Gouy-Stodola: $\dot{I} = \Delta\dot{S}_{univ} = T_a \dot{m}_5 (s_5 - s_4)$

Del diagrama del CO_2: $s_5 = 0{,}88\dfrac{\text{cal}}{\text{g K}}\,;\quad s_4 = 0{,}79\dfrac{\text{cal}}{\text{g K}}$

y sustituyendo se obtiene: $\boxed{\dot{I} = 22\,855{,}7\ \text{kcal / h}}$

3) $$N_{mín} = \dot{m}_6 b_{t,6}; b_{t,6} = h_6 - h_a - T_a(s_6 - s_a)$$

Del diagrama del CO_2:

$$h_a = 193\ \text{cal / g}\,;\quad s_a = 1{,}16\ \text{cal / g K}\,;\quad h_6 = 37\ \text{cal / g}\,;\quad s_6 = 0{,}375\ \text{cal / g K}$$

y sustituyendo valores se obtiene: $\boxed{N_{mín} = 17\,761{,}2\ \text{kcal / h}}$

4) Según el enunciado: $\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^2 = 60 \Rightarrow P_2 = 7{,}74 atm$

Siendo η_s el rendimiento isoentrópico de los compresores:

$$\eta_{s,I} = \frac{h_i - h_2}{h_{i'} - h_2} = \frac{189 - 177{,}7}{h_{i'} - 177{,}7} = 0{,}86 \quad\Rightarrow\quad h_{i'} = 201{,}4\frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

Igualmente: $$\eta_{s,II} = \frac{h_{3s} - h_{2,i}}{h_3 - h_{2,i}} = \frac{h_{3s} - 175}{204 - 175} = 0{,}86 \quad\Rightarrow\quad h_{3s} = 200\frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

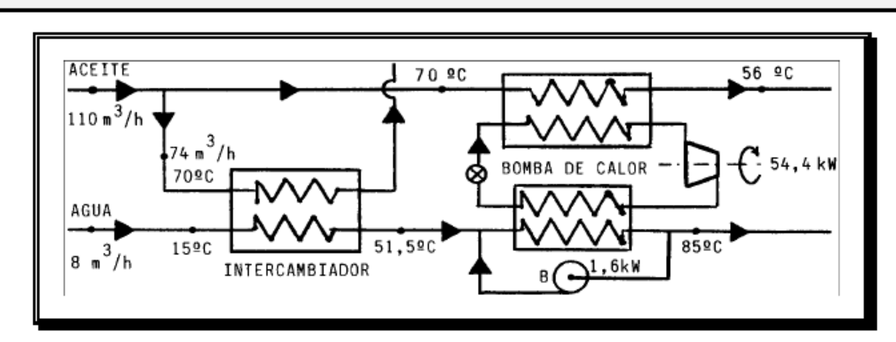
De modo que el trabajo específico necesario y la potencia serán:

$$|w| = \frac{h_i - h_2}{0{,}86} + \frac{h_{3s} - h_{2,i}}{0{,}86} = 53{,}5\frac{\text{cal}}{\text{g}}\,;\quad N = \frac{\dot{m}_2}{\eta_m}|w| = \boxed{50\,923{,}8\frac{\text{kcal}}{\text{h}}}$$

8.6- En una industria química se dispone de un caudal de 110 m^3/h de un aceite térmico de calor específico $c = 0{,}49$ cal / g K que no se utiliza. Con vistas a mejorar el aprovechamiento de la energía, se decide utilizar su calor residual para precalentar el agua de alimentación de la caldera principal de la fábrica. Para ello se realiza la instalación que se muestra en la figura, efectuándose el calentamiento del agua en dos etapas: mediante un intercambiador y, a continuación, una bomba de calor.

Con el fin de respetar el diseño de la bomba, es necesario mantener en su condensador un caudal de 11,3 m^3/h, y ello se consigue haciendo recircular parte del agua mediante una bomba **B**. Los caudales y temperaturas, así como los consumos de **B** y del compresor aparecen en la figura. Se pide:

1) Temperatura del aceite a la salida del intercambiador y rendimiento exergético del mismo.
2) COP global de la bomba de calor y su rendimiento exergético, teniendo en cuenta las irreversibilidades totales que se producen en **B**. $T_a = 290$ K.
3) Antes de realizarse esta instalación, el precalentamiento se efectuaba en una caldera de rendimiento 0,9, en la que se quemaba un combustible de PCI = 12 000 kcal / kg. Siendo el precio de este combustible 21 900 pts / t, y 7,2 pts / kW·h el de la electricidad, hacer un estudio del ahorro energético conseguido. Determinar también la rentabilidad de la inversión, que cuesta 15 millones de pts, siendo el funcionamiento de 5 000 h / año.
4) Suponiendo que el rendimiento de producción y distribución de energía eléctrica es de 0,3, determinar el ahorro anual de energía para el país (ahorro de energía primaria) que supone la implantación de esta recuperación de calores residuales.



1) Balance de energía en el intercambiador:

$$(51{,}5-15)\cdot 1\cdot 8 = 74\cdot 0{,}49\cdot(70-t) \Rightarrow \boxed{t = 61{,}9^o\ C}$$

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta\dot{B}_{ag}}{\Delta\dot{B}_{ac}} = \frac{\dot{m}_{ag}c_{ag}\left(T_2 - T_1 - T_a\, ln\frac{T_2}{T_1}\right)_{ag}}{\dot{m}_{ac}c_{ac}\left(T_2 - T_1 - T_a\, ln\frac{T_2}{T_1}\right)_{ac}} = \frac{8\cdot 1\cdot\left(51{,}5-15-290\cdot ln\frac{324{,}5}{288}\right)}{74\cdot 0{,}49\cdot\left(70-61{,}9-290\cdot ln\frac{343}{334{,}9}\right)} = \boxed{0{,}3576}$$

2)

$$COP_{glob} = \frac{\dot{m}_{ag}c_{ag}(85-51{,}5)}{N_{comp}+N_{bomb}} = \frac{8000\cdot 1\cdot(85-51{,}5)}{(54{,}4+1{,}6)\cdot 3600/4{,}18} = \boxed{5{,}55}$$

$$\eta_{ex,glob} = \frac{\Delta\dot{B}_{ag}}{N_{comp}+N_{bomb}+\Delta\dot{B}_{ac}} =$$

$$= \frac{8000\cdot\left(85-51{,}5-290\cdot ln\frac{358}{324{,}5}\right)}{\frac{54{,}4+1{,}6}{4{,}18}\cdot 3600 + 36000\cdot 0{,}49\cdot\left(70-56-290\cdot ln\frac{343}{329}\right)} = \boxed{0{,}488}$$

3) Energía cedida en la caldera: $8000\cdot 1\cdot(85-15) = 560000\ kcal/h$

Consumo de combustible: $\dot{m}_{comb} = \frac{560\,000}{PCI\cdot\eta} = \frac{560\,000}{12\,000\cdot 0{,}9} = 51{,}85\frac{\text{kg}}{\text{h}}$

De modo que:

Importe combustible ahorrado: $51{,}85\cdot 21{,}9 = 1135{,}52$ pts / h

Consumo eléctrico: $54{,}4+1{,}6 = 56$ kWh / h

Costo electricidad: $56\cdot 7{,}2 = 403$ pts / h

Por tanto:

Ahorro: $\underline{732{,}52 \text{ pts / h}}$ $\Rightarrow$ Ahorro anual: $752{,}52\cdot 5\,000 = \boxed{3\,662\,600 \text{ pts / año}}$

Tiempo de amortización: $\frac{15}{3{,}6626} = \boxed{4{,}01 \text{ años}}$

4) Ahorro de energía primaria: $\left(\frac{560000}{0{,}9} - \frac{56}{0{,}3}\cdot\frac{3600}{4{,}18}\right)\cdot 5\frac{termias}{año} = \boxed{2307283{,}3\frac{th}{año}}$

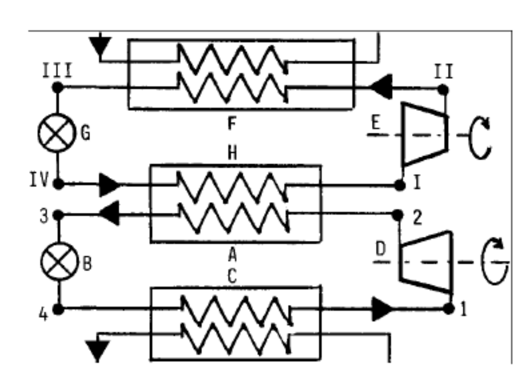
8.7- Una termobomba se destina al calentamiento de agua sanitaria, cuya temperatura se eleva de 10ºC hasta 80ºC. Funciona con dos fluidos: freón-12 y agua.

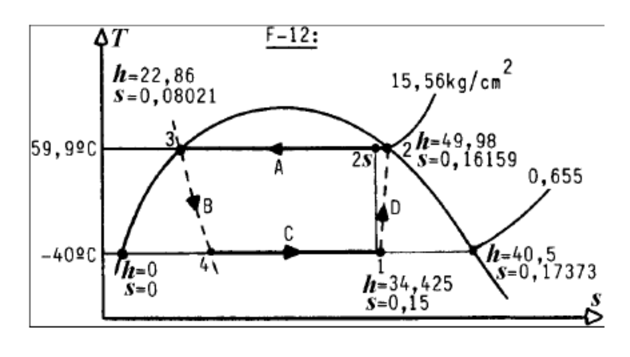
El R-12 sigue la instalación: condensador isóbaro (**A**) a 15,56 kp / cm^2, al que entra como vapor saturado seco, y lo abandona en estado de líquido saturado; válvula de laminación (**B**), donde se expansiona hasta la presión del evaporador (**C**) = 0,655 kp / cm^2, del cual sale con un título $x = 0{,}85$, entrando al compresor adiabático (**D**), a cuya salida entra en el condensador.

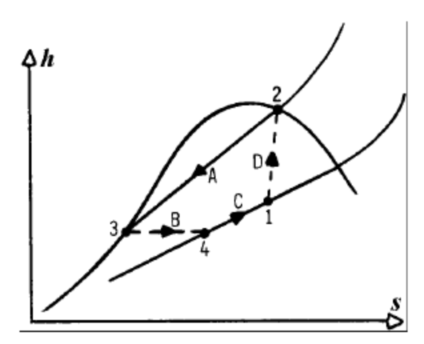
El H_2O, cuyo caudal másico es de 10 kg / min, sigue la instalación: compresor adiabático (**E**), de rendimiento isoentrópico 0,82, al que entra como vapor saturado seco a 40ºC, y lo abandona como vapor recalentado a 1,033 kp / cm^2; a continuación, un condensador isóbaro (**F**), en el que se realiza la cesión útil de calor al agua de uso sanitario, y del que sale como líquido saturado, expansionándose, a continuación, en la válvula de laminación (**G**) hasta la presión del evaporador (**H**), a cuya salida entra en **E**. Se pide:

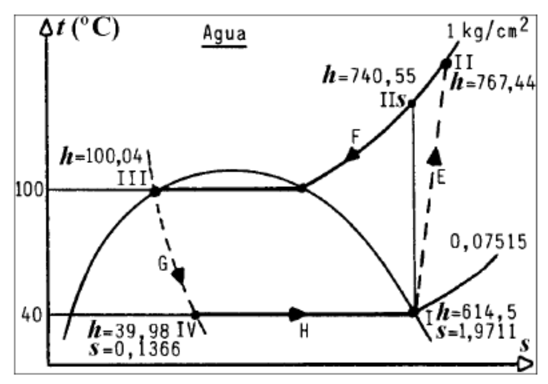
1) Dibujar el esquema de flujo de la instalación. Representar, separadamente, ambos ciclos en (T,s) y (h,s), expresando en sus vértices los valores de las correspondientes entalpías y entropías específicas en kcal / kg.
2) Rendimiento isoentrópico de **D**.
3) Caudal másico de R-12, en kg / min, y COP global de la termobomba.
4) Rendimiento exergético del intercambiador formado por **A** y **H**.
5) Caudal de agua caliente que se consigue si un 10% del calor producido va a la atmósfera.

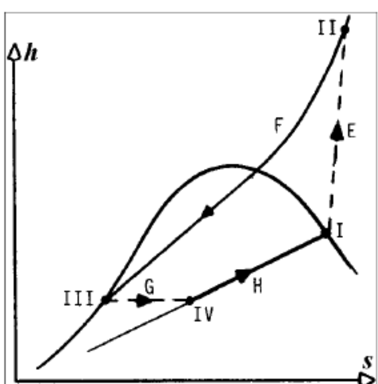
1)











2) Utilizamos las tablas convenientes del R-12 y del agua. Las unidades, en kcal, kg, K. Sígase con atención la resolución, identificando el significado de los valores numéricos.

$$0{,}85 = \frac{h_1}{40{,}5} = \frac{s_1}{0{,}17373} \quad \Rightarrow \quad s_1 = 0{,}15 = s_{2s}\,; \quad h_1 = 34{,}425$$

$$\frac{s_{2s} - 0{,}08021}{0{,}16159 - 0{,}08021} = \frac{h_{2s} - 22{,}86}{49{,}98 - 22{,}86} \quad \Rightarrow \quad h_{2s} = 45{,}3411$$

Por tanto, el rendimiento isoentrópico de **D** será:

$$\eta_{s(D)} = \frac{45{,}3411 - 34{,}425}{49{,}98 - 34{,}425} = \boxed{0{,}7017}$$

3)

$$\frac{\dot{m}_{R-12}}{\dot{m}_{ag}} = \frac{614{,}5 - 100{,}04}{49{,}98 - 22{,}86} = 19{,}956 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{m}_{R-12} = 189{,}56 \text{ kg / min}}$$

$$\text{“Frío”} = 189{,}56 \cdot (34{,}425 - 22{,}8) = 2192{,}26\ kcal/min$$

$$\text{“Calor”} = 10 \cdot (764{,}44 - 100{,}4) = 6674\ kcal/min$$

$$W = (767{,}44 - 614{,}5) + (49{,}98 - 34{,}425) \cdot 189{,}56 = 4478\ kcal/min$$

Por tanto:

$$COP = \frac{6\,674}{4\,478{,}006} = \boxed{1{,}4904}$$

4)
$$\eta_{ex(A+H)} = \frac{(614{,}5-100{,}04)-253\cdot\dfrac{614{,}5-100{,}04}{273+40}}{\left(49{,}98-22{,}86-\dfrac{49{,}98-22{,}86}{273+59{,}9}\right)\cdot 18{,}956} = \boxed{0{,}8}$$

5) Balance de energía:

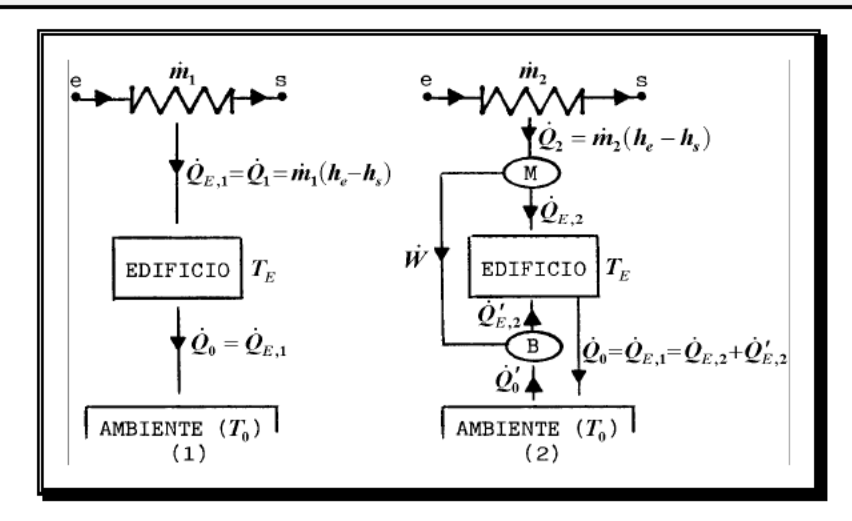
$$0{,}9\cdot 10\cdot(767{,}44-100{,}04)=\dot{m}_{ag.sanit}\cdot 1\cdot(80-10)\Rightarrow \boxed{\dot{m}_{ag.sanit}=85{,}7\ kg/min}$$

8.8- Se utiliza una fuente de vapor para proveer de calor a un gran edificio cuya temperatura T_E, superior a la temperatura ambiente T_0, desea mantenerse.

En estado estacionario, el calor transferido por el vapor al edificio por unidad de tiempo, $\dot{Q}_E$, es igual a las pérdidas de calor de éste, que va al ambiente, $\dot{Q}_0$, las cuales de calculan según: $\dot{Q}_0 = kA\,(T_E - T_0)$, donde k es una constante, y A la superficie del edificio.

En el esquema **1** el calor se aporta directamente desde el vapor al edificio. En el esquema **2** se aprovecha el salto térmico entre el vapor y el edificio para producir trabajo, utilizando una máquina reversible, que se emplea para hacer funcionar una termobomba reversible entre el ambiente y el edificio. Se pide:

1) Relación entre los caudales de vapor necesarios para el funcionamiento, según cada uno de los esquemas, suponiendo que en ambos casos son iguales las condiciones del vapor a la entrada (**e**) y a la salida (**s**), en función de T_E, T_0 y las entalpías y entropías del vapor a la entrada y la salida.
2) Valores de $\dot{m}_1$ y $\dot{m}_2$ cuando $T_E = 20$ºC; $T_0 = -5$ºC; $k = 1{,}5$ kcal / h m^2 ºC. El vapor a la entrada está en estado saturado seco a $P_e = 5$ kp / cm^2; y a la salida, a $P_s = 1$ kp / cm^2 y $t_s = 25$ºC. $A = 5\,000$ m^2; s_s (entropía específica del agua a la salida) = 0,08755 kcal / kg K.
3) Rendimiento exergético global en ambos procesos y diagramas de exergía. Comentar, desde el punto de vista termodinámico, los resultados obtenidos en los apartados 2) y 3).



1) Observando cuidadosamente las figuras, deben interpretarse las expresiones que aparecen en la resolución.

Balance de energía: $\dot{m}_1(h_e - h_s) = \left[\dot{m}_2(h_e - h_s) - \dot{W}\right] + \left(\dot{W} + \dot{Q}'_0\right)$ [1]

Balance de entropía (teniendo en cuenta que, en el caso **2**, sólo hay irreversibilidades en el salto térmico de $\dot{Q}_0$ entre **E** y el ambiente:

$$\dot{m}_2(s_2 - s_e) + \frac{\dot{m}_1(h_e - h_s)}{T_E} - \frac{\dot{Q}'_0}{T_0} = 0 \qquad [2]$$

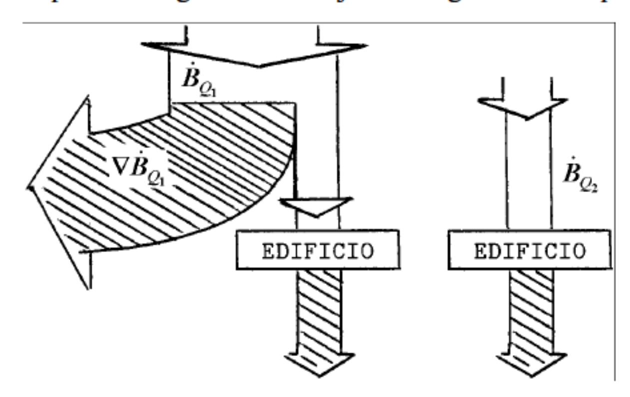
y eliminando $\dot{Q}'_0$ entre [1] y [2]: $\boxed{\dfrac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \dfrac{(h_e - h_s)(1 - T_0/T_E)}{(h_e - h_s) - T_0(s_e - s_s)}}$

2) Operando con los valores numéricos dados y los obtenidos en las tablas correspondientes, se obtiene: $\boxed{\dot{Q}_0 = 187\,500 \text{ kcal / h}\,; \quad \dot{m}_2/\dot{m}_1 = 0{,}25\,; \quad \dot{m}_1 = 296 \text{ kg / h}\,; \quad \dot{m}_2 = 74 \text{ kg / h}}$

3) Entendiendo como rendimiento exergético, estrictamente, el cociente entre la exergía obtenida y la gastada o empleada, el rendimiento exergético es nulo. Esto ocurre en todos los procesos en que se consuma exergía para calentamiento y, al fin, la energía empleada vaya a parar a la atmósfera (fuente térmica a T_0), por lo tanto con contenido exergético nulo.

Naturalmente que, aunque en ambos casos el rendimiento exergético es nulo, el **2** es un proceso termodinámicamente mejor (se evitan muchas irreversibilidades térmicas), y que supone, como se ve en los resultados obtenidos, el ahorro del 75% del vapor necesario.

Los diagramas esquemáticos globales de flujo de exergía de ambos procesos serían:



(Puede el alumno ejercitarse en hacer ambos diagramas de flujo de exergía con mayor detalle, completando estos diagramas globales con los flujos parciales que tienen lugar en el motor **M**, en la termobomba **B**, etc.)

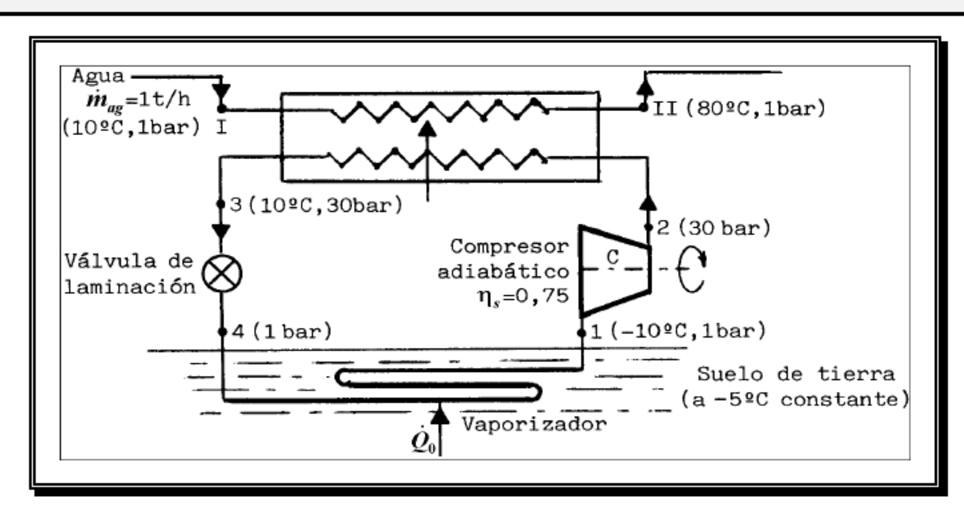
8.9- La figura representa el esquema de una termobomba cuyo fluido termodinámico es R-12 (CCl_2F_2), instalada para suministrar agua caliente, sanitaria y de calefacción, a un pequeño chalé.

Se desea obtener 1 t/h de agua a 80ºC, siendo suministrada el agua por la red de abastecimiento municipal a 10ºC y 1 bar (condiciones que coinciden con las atmosféricas). El agua líquida se supone incompresible de $v = 1\ m^3/t$ y $c = 4{,}18\ J/g\ K$.

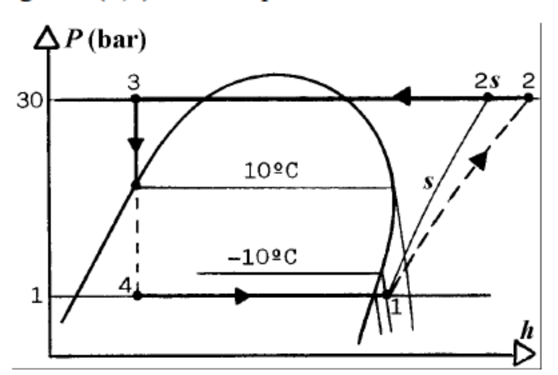
Como se ve en la figura, el vaporizador consiste en un serpentín subterráneo que se instala bajo el suelo del jardín, cuya temperatura, constante, es de -5ºC.

El rendimiento isoentrópico del compresor es 0,75. Se pide:

1) Calcular el COP de la termobomba y la potencia del compresor.
2) Diagrama esquemático global de flujo de exergía en la termobomba, en kW. Calcular previamente la exergía destruida por irreversibilidad, así como los flujos de exergía intercambiada con el agua y el suelo.



1) Utilizaremos el diagrama (P,h) del R-12 para obtener los valores necesarios:



Según el esquema precedente, se obtienen:

$$h_1 = 186\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; \quad h_{2s} = 253\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; \quad \eta_s = 0{,}75 = \frac{253-186}{h_2-186} \quad \Rightarrow \quad h_2 = 276\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; \quad h_3 = 46\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = h_4$$

y, con estos valores: $$COP = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} = \boxed{2{,}56}$$

Balance de energía en el intercambiador:

$$\dot{m}_{R-12}(h_2 - h_3) = \dot{m}_{ag}(h_{II} - h_I) = \dot{m}_{ag} c_{ag}(t_{II} - t_I) \Rightarrow \underline{\dot{m}_{R-12} = 0{,}353\ kg/s}$$

De modo que la potencia del compresor será:

$$|\dot{W}_c| = \dot{m}_{R-12}(h_2 - h_1) = \boxed{31{,}77\ kW}$$

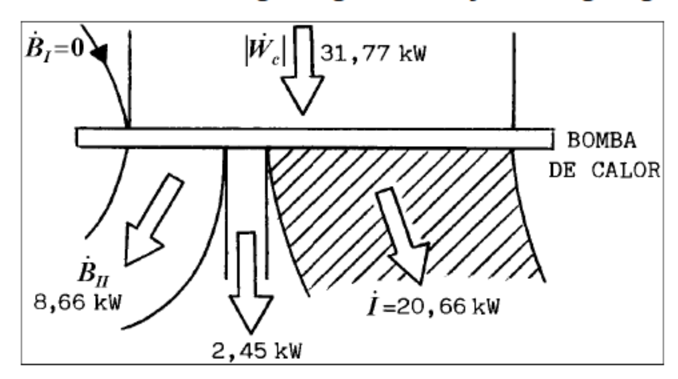
2) $$\Delta\dot{S}_{univ} = \Delta\dot{S}_{suelo} + \Delta\dot{S}_{ag} = \frac{\dot{m}_{R-12}(h_4 - h_1)}{273-5} + \dot{m}_{ag}\int_{283}^{353} 4{,}18\frac{dT}{T} = \cdots = \underline{0{,}073\frac{kW}{K}}$$

$$\dot{I} = T_a \Delta S_{univ} = \cdots = \underline{20{,}66\ kW}$$

$$\dot{B}_{Q_0} = \dot{Q}_0\left(1 - \frac{T_a}{T}\right) = \dot{m}_{R-12}(h_1 - h_4)\left(1 - \frac{283}{268}\right) = \underline{-2{,}45\ kW}$$

$$\dot{B}_{II} - \dot{B}_I = \dot{m}_{ag}\left[h_{II} - h_a - T_a(s_{II} - s_a)\right] = \cdots = \underline{8{,}568\ kW}$$

Con estos valores se obtiene el diagrama global de flujo de exergía siguiente:



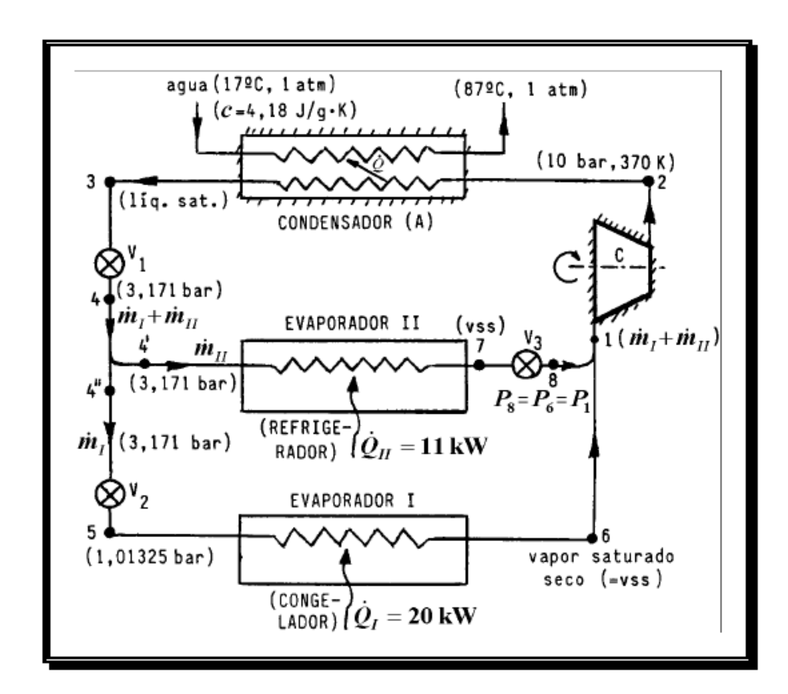
8.10- El dueño de un restaurante nos dijo que necesitaba un equipo de frío para la conservación de productos alimentarios. Sólo nos dio estos datos: "Necesito un refrigerador que no baje de 1ºC, para alimentos que no deben congelarse, con una potencia frigorífica de 11 kW; y un congelador ***** que pueda llegar hasta 29 ó 30ºC bajo cero, y que me produzca 20 kW de frío".

Encargado el problema a un buen alumno, diseñó una sencilla instalación que funciona con freón-12 (R-12), según el esquema de la figura, con un solo compresor (**C**), tres válvulas de laminación ($\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$ y $\mathbf{v_3}$), dos evaporadores ($\mathbf{E_I}$ y $\mathbf{E_{II}}$) y un condensador (**A**) que, de propina, le va a proporcionar agua caliente para la cocina.

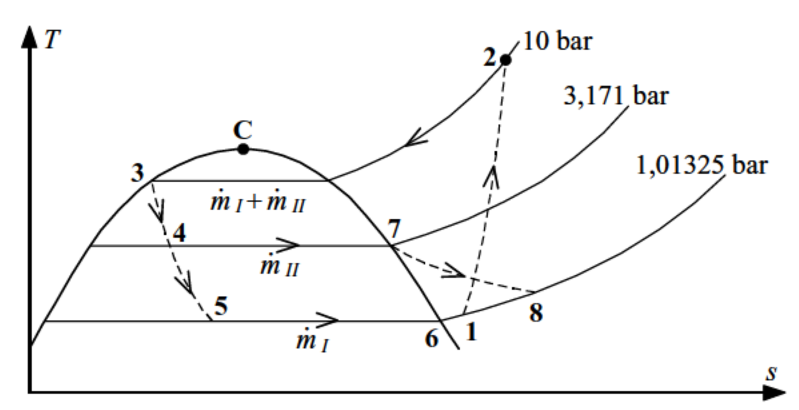
De **A** sale el R-12 como líquido saturado; de los evaporadores **I** y **II**, sale como vapor saturado seco. En fin, todos los datos necesarios están perfectamente expresados en el esquema de la figura.

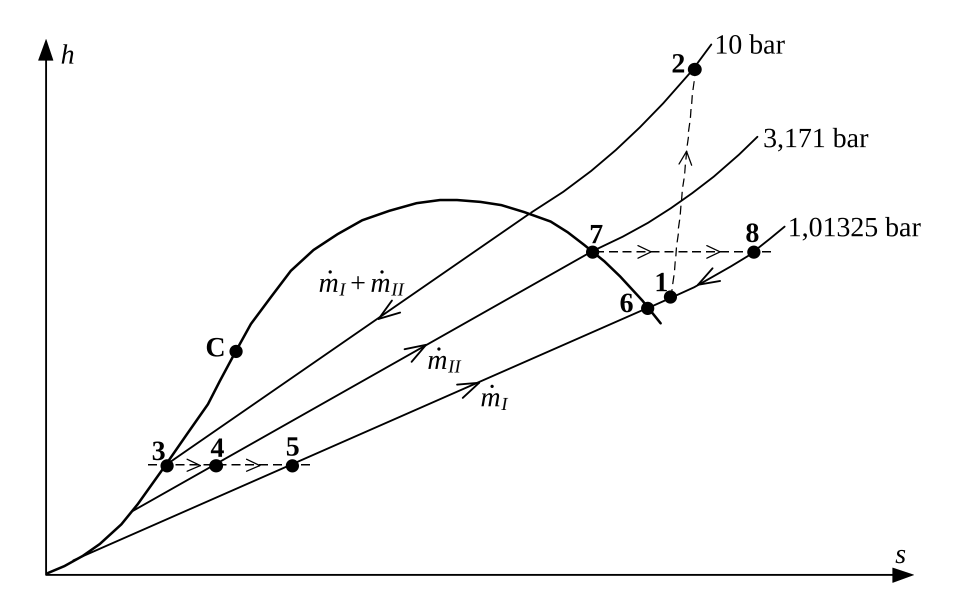
Suponiendo todos los derrames en tuberías de conexión y serpentines bien aislados térmicamente, isóbaros, reversibles y con secciones de flujo bien calculadas para que no haya variaciones de energía cinética, se pide:

1) Representar esquemáticamente los procesos en (T,s) y (h,s).
2) Temperaturas mínimas en congelador y refrigerador; flujos másicos $\dot{m}_I$ y $\dot{m}_{II}$, y títulos de vapor x_5 y x_4 a la salida de $\mathbf{v_2}$ y $\mathbf{v_1}$.
3) Entalpía específica del R-12 y su temperatura, a la entrada del compresor **C** en el punto **1**, así como la potencia del compresor.
4) Masa de agua caliente que se genera a 87ºC, en kg / h.
5) Coeficiente de eficiencia global de la máquina frigorífica y COP de la instalación como termobomba.



1) La representación esquemática (T,s) y (h,s) de los procesos sería:





Tiene especial interés la localización del punto **1**, en el cual confluyen los flujos procedentes de **8** y de **6**, ambos a la misma presión y con entalpías específicas, respectivamente, dadas en **8** y **6**. El punto **1**, evidentemente, estará situado sobre la isóbara de 1,01325 bar y entre los puntos **6** y **8**.

2) De la tabla del R-12 saturado se obtienen los valores:

P (bar)	T (K)	h' (kJ / kg)	r (kJ / kg)	h'' (kJ / kg)
1,01325	243,38	37,91	165,23	203,14
3,171	274	65,68	151,06	216,74
10	314,81	105,11	127,5	232,61

De la tabla del R-12 recalentado en **2**(1 bar, 370 K): h_2 = 274,14 kJ / kg.

$T_I = T_{sat(1{,}01325\,\text{bar})} = 243{,}38\ K$; $\boxed{t_I = -29{,}7^\circ\text{C}}$; $T_{II} = T_{sat(3{,}171\,\text{bar})} = 274\ K$; $\boxed{t_{II} = 1^\circ\text{C}}$

Las válvulas $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$ y $\mathbf{v_3}$ son isoentálpicas, luego: $h_3 = h_4 = h_5$; $h_7 = h_8$

Balance de energía en **I**:

$$\dot{Q}_I = \dot{m}_I (h_6 - h_5) \Rightarrow \dot{m}_I = \frac{20}{203{,}14 - 105{,}11} = \boxed{0{,}204\ kg/s}$$

Balance de energía en **II**:

$$\dot{Q}_{II} = \dot{m}_{II} (h_7 - h_4) \Rightarrow \dot{m}_{II} = \frac{11}{216{,}74 - 105{,}11} = \boxed{0{,}1\ kg/s}$$

$$x_5 = \frac{h_5 - h'_{1{,}01325\,\text{bar}}}{h_6 - h'_{1{,}01325\,\text{bar}}} = \frac{105{,}11 - 37{,}91}{203{,}14 - 37{,}91} = \boxed{0{,}4} \ ; \quad x_4 = \frac{h_4 - h'_{3{,}171\,\text{bar}}}{h_7 - h'_{3{,}171\,\text{bar}}} = \frac{105{,}11 - 65{,}68}{216{,}74 - 65{,}68} = \boxed{0{,}26}$$

3) Balance de energía en **1**:

$$\dot{m}_{II} h_8 + \dot{m}_I h_6 = \left(\dot{m}_{II} + \dot{m}_I\right) h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{0{,}1 \cdot 216{,}74 + 0{,}2 \cdot 203{,}14}{0{,}3} = \boxed{208 \frac{kJ}{kg}}$$

En la tabla del vapor recalentado: **1**(1,01325 bar, 208 kJ / kg): $\boxed{T_1 = 254 \text{ K}}$

Balance de energía en **C**:

$$\left|\dot{W}_C\right| = \left(\dot{m}_I + \dot{m}_{II}\right)\left(h_2 - h_1\right) = 0{,}3 \cdot \left(274{,}14 - 208\right) = \boxed{19{,}842\ kW}$$

4) Balance de energía en **A**:

$$\dot{m}_{ag}\left(h_{sal} - h_{ent}\right) = \left(\dot{m}_I + \dot{m}_{II}\right)\left(h_2 - h_3\right) = \dot{m}_{ag} \cdot 4{,}18 \cdot \left(87 - 17\right) \Rightarrow \dot{m}_{ag} = 0{,}1733 \frac{kg}{s} = \boxed{624 \frac{kg}{h}}$$

$$\varphi = \frac{\left|\dot{Q}_I\right| + \left|\dot{Q}_{II}\right|}{\left|\dot{W}_C\right|} = \frac{31}{20} = \boxed{1{,}55}; COP = \frac{\left(\dot{m}_I + \dot{m}_{II}\right)\left(h_2 - h_3\right)}{\left|\dot{W}_C\right|} = \boxed{2{,}53}$$

CAPÍTULO IX

Turbinas de Gas.

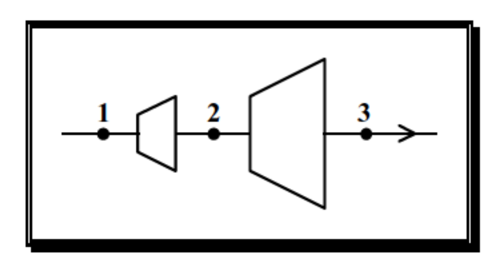
9. PROBLEMAS RELATIVOS A:

TURBINAS DE GAS.

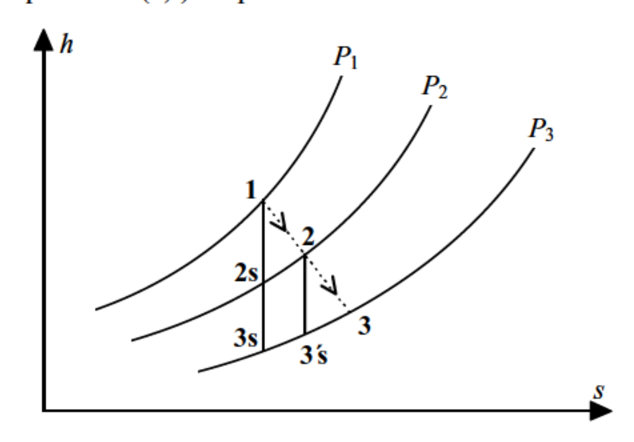
9.1- Dos turbinas adiabáticas de gas (supuesto G.P. de $\gamma = 1{,}4$), funcionan en serie con la misma relación de presiones $(P_{entrada} / P_{salida}) = \varepsilon$, y con igual rendimiento isoentrópico, cada una de ellas, η_s.

Si el rendimiento isoentrópico del grupo, obtenido por medidas a la entrada y a la salida del grupo, es η, calcular el η_s de cada turbina.

Aplicación numérica: $\gamma = 1{,}4$; $\varepsilon = 5$; $\eta = 0{,}8$.



El diagrama esquemático (h,s) del proceso sería:



Tratándose de un gas perfecto, a lo largo de la resolución del problema utilizaremos repetidamente las expresiones:

$$h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2); \eta_s = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{c_p(T_1 - T_2)}{c_p(T_1 - T_{2s})} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}}; T_{2s} = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Para simplificar las expresiones, llamaremos: $\frac{P_1}{P_2} = \varepsilon$; $\frac{1-\gamma}{\gamma} = k$.

$$T_{2s} = T_1 \varepsilon^k \ ; \quad T_{3s} = T_1 \varepsilon^{2k} \ ; \quad T_{3's} = T_2 \varepsilon^k$$

Rendimiento exergético global:

$$\eta = \frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_{3s}} = \frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_1 \varepsilon^{2k}} = \frac{T_1 - T_3}{T_1 \left(1 - \varepsilon^{2k}\right)} \Rightarrow T_3 = T_1 \left[1 - \eta \left(1 - \varepsilon^{2k}\right)\right]$$

Rendimiento isoentrópico de cada turbina:

$$\eta_s = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}} = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_{3's}} ; \quad \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_1 \varepsilon^k} = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_2 \varepsilon^k} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \underline{T_2 = \sqrt{T_1 T_3}}$$

es decir, la temperatura intermedia de la expansión es la media geométrica de las temperaturas inicial y final.

$$\eta_s = \frac{T_1 - \sqrt{T_1 T_3}}{T_1 - T_1 \varepsilon^k} = \frac{T_1 - T_1 \sqrt{1 - \eta\left(1 - \varepsilon^{2k}\right)}}{T_1 - T_1 \varepsilon^k} = \boxed{\frac{1 - \sqrt{1 - \eta\left(1 - \varepsilon^{2k}\right)}}{1 - \varepsilon^k}}$$

Aplicación numérica: $\eta_s = \cdots = \boxed{0{,}76}$

Obsérvese que el rendimiento isoentrópico de cada turbina es menor que el del conjunto.

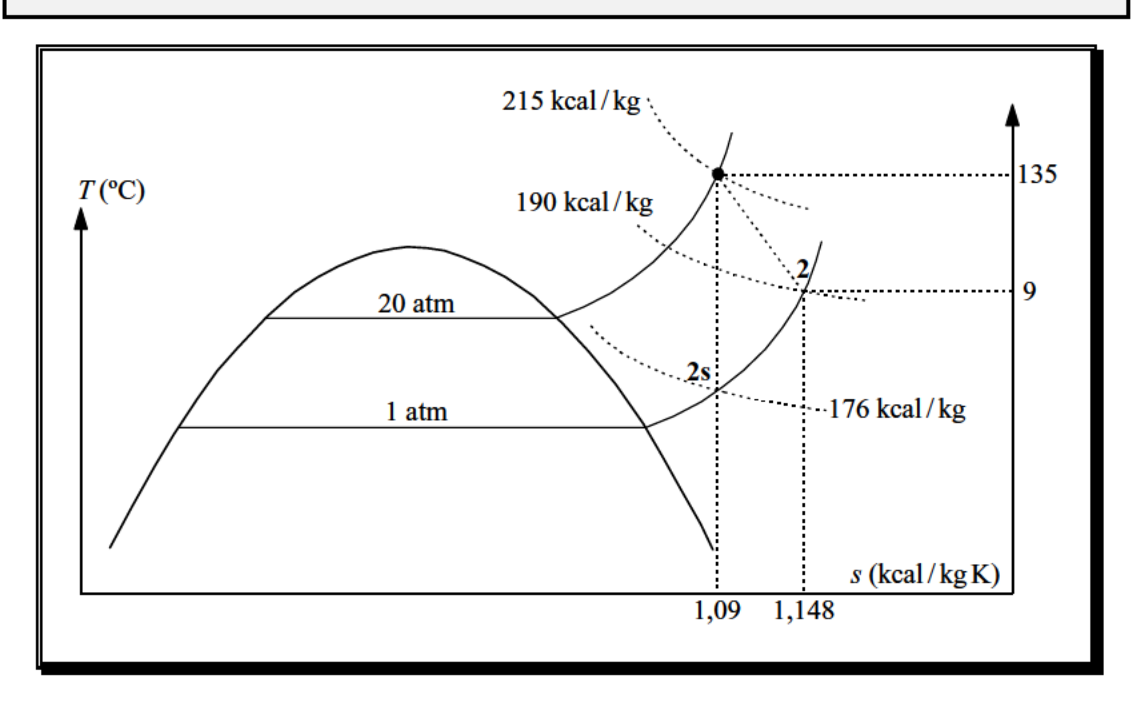
9.2- Se quiere aprovechar el CO_2 residual de un cierto proceso industrial para obtener energía eléctrica, al mismo tiempo que se acondiciona para su vertido a la atmósfera bajando la contaminación térmica.

Para ello, el CO_2 se expansiona en una turbina de gas adiabática. A la entrada en la **TG** el CO_2 se encuentra a $P_1 = 20$ atm y $T_1 = 135$ºC, y su estado a la salida es el atmosférico: $P_2 = P_a = 1$ atm, $T_2 = T_a = 9$ºC.

El flujo másico del CO_2 es $\dot{m} = 7\,200$ kg/h. Se pide:

1) Potencia obtenida en la **TG** en kW.
2) Rendimiento isoentrópico de la turbina.
3) Generación de entropía en el universo en kW/K.
4) Exergía de flujo destruida por irreversibilidad en kW. Representarla esquemáticamente en (T,s).
5) Rendimiento exergético.

Nota: emplear el diagrama (T,s) del CO_2. Son despreciables las variaciones de energías cinética y potencial.



Fijados en el diagrama los puntos **1**, **2** y **2s** (de salida en la hipotética expansión isoentrópica), se leen en el diagrama los valores:

$$h_1 = 215\,; \quad h_2 = 190\,; \quad h_{2s} = 176\,; \quad s_1 = s_{2s} = 1{,}09\,; \quad s_2 = 1{,}148$$

1) $$\dot{W} = \dot{m} w_t = \dot{m}(h_1 - h_2) = \frac{7200}{3600} \cdot (215 - 190) \cdot 4{,}18 = \boxed{209 kW}$$

2) $$\eta_s = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{215 - 190}{215 - 176} = \boxed{0{,}641}$$

3) $$\dot{S}_g = \Delta \dot{S}_{univ} = \dot{m}(s_2 - s_1) = \boxed{0{,}49\ kW/K}$$

4) $$\dot{I} = T_a \Delta \dot{S}_{univ} = T_a \dot{m}(s_2 - s_1) = \boxed{137\ kW}$$

5) Haciendo un balance de exergías por unidad de masa:

$$b_{t,1} = w_t + b_{t,2} + i$$

El rendimiento exergético puede definirse de varias formas:

$$\eta'_{ex} = \frac{w_t + b_{t,2}}{b_{t,1}}; \quad \eta''_{ex}\,(\text{práctico}) = \frac{w_t}{b_{t,1}}; \quad \eta'''_{ex} = \frac{w_t}{b_{t,1} - b_{t,2}}$$

Como en este caso el estado **2** coincide con el atmosférico:

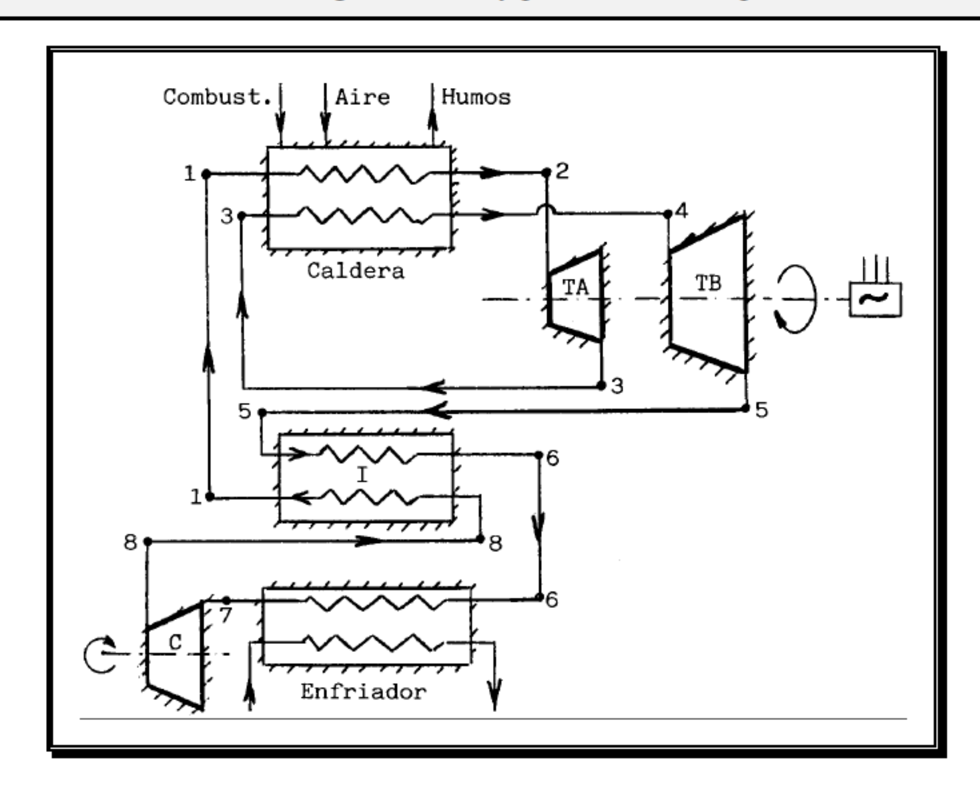
$$b_{t,2} = b_{t,a} = 0$$

y por lo tanto: $$\eta'_{ex} = \eta''_{ex} = \eta'''_{ex} = \frac{w_t}{b_{t,1}} = \frac{h_1 - h_a}{h_1 - h_a - T_a(s_1 - s_a)} = \boxed{0{,}6}$$

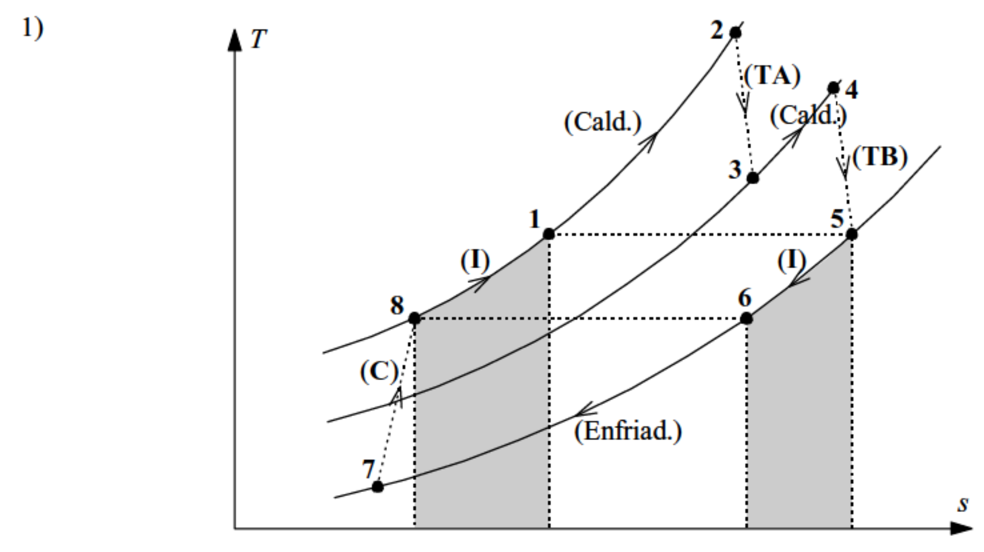
9.3- La figura representa el esquema de flujo de un grupo de potencia de **turbina de gas**. **I** es un intercambiador de calor regenerativo perfecto: $T_6 = T_8$; $T_5 = T_1$ ($>T_8$). Se pide:

1) Dibujar esquemáticamente el diagrama (T,s) global del ciclo.
2) La expresión del rendimiento térmico del grupo en función de las entalpías específicas en cada punto (h_1, h_2, ...)
3) Cuál sería el rendimiento térmico (en función de las h_i) si se suprimiera el intercambiador **I**. Compararlo con el resultado obtenido en 2).

Todos los derrames son isóbaros, el aislamiento térmico es perfecto, y las variaciones de energías cinética y potencial son despreciables.



1)



En el diagrama esquemático representado, de sencilla interpretación, coinciden los puntos señalados con los correspondientes del diagrama de flujo dado con el enunciado. En él aparecen claramente los procesos experimentados por el fluido termodinámico en cada uno de los aparatos.

El proceso cíclico experimentado por el fluido es el mismo tanto si existe el intercambiador **I** como si éste se suprime. La existencia de **I** permite: a) Aprovechar parte de la entalpía de los gases de salida de **TB**, que se emplea en precalentar los gases previamente a la entrada en la caldera en el estado **1**; y b) Enfriar los gases procedentes de la **TB**, previamente a su ingreso en el enfriador. En resumen: los gases entrantes a **TA** se calientan en la caldera sólo entre **1** y **2**; los gases del enfriador se refrigeran en éste sólamente entre **6** y **7**.

Está claro que las áreas de las superficies sombreadas en la figura deben tener igual valor, pues representan el calor intercambiado entre los gases procedentes de **TB** y los procedentes de **C**.

2)

$$\eta_t = \frac{\textit{Trabajo neto obtenido}}{\textit{Calor aportado en la caldera}} = \frac{(h_2 - h_3) + (h_4 - h_5) - (h_8 - h_7)}{(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)}$$

3) Suprimiendo el intercambiador **I**, todo el calentamiento de los gases entre **8** y **2** debe hacerse en la caldera, con lo cual:

$$\eta'_t = \frac{(h_2 - h_3) + (h_4 - h_5) - (h_8 - h_7)}{(h_2 - h_8) + (h_4 - h_3)}$$

Efectivamente:

$$\frac{\eta'_t}{\eta_t} = \frac{(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)}{(h_2 - h_8) + (h_4 - h_3)} = 1 - \frac{h_1 - h_8}{(h_2 - h_8) + (h_4 - h_3)} < 1$$

Es decir, que el rendimiento térmico de la instalación disminuye al eliminar el intercambiador regenerativo.

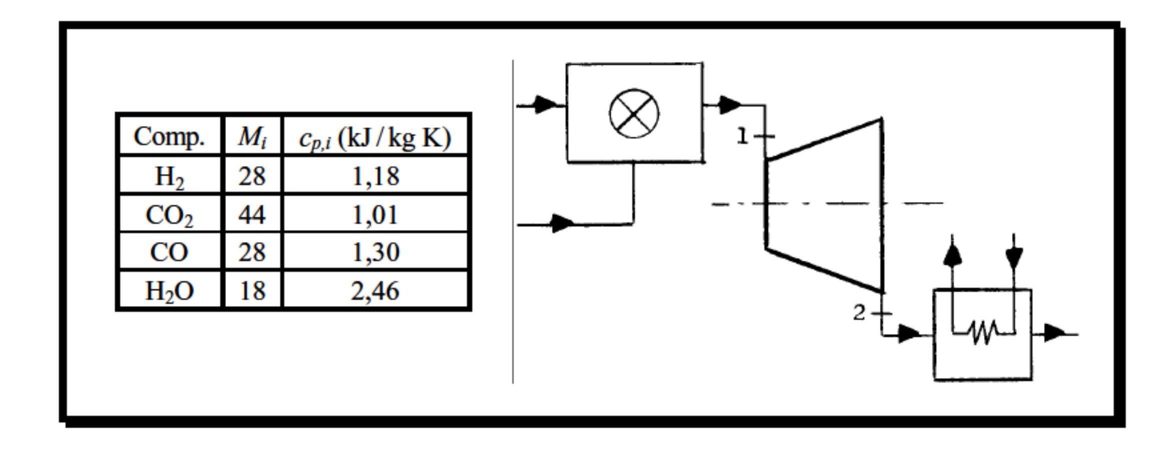
9.4- En una turbina de gas entra un caudal de $\dot{m} = 2{,}6$ kg/s de gases calientes procedentes de una cámara de combustión. Dicha mezcla de gases, que se puede considerar ideal, tiene la composición volumétrica siguiente: 70% N_2, 10% CO_2, 5% CO y 15% H_2O. La presión y la temperatura de los gases a la entrada de la turbina son $P_1 = 6$ bar y $T_1 = 1\,250$ K respectivamente, siendo el diámetro de la tubería de entrada 30 cm. La turbina es adiabática, y el proceso de expansión se puede considerar reversible, siendo la presión de los gases a la salida $P_2 = 1{,}2$ bar. El diámetro de la tubería de salida es 50 cm.

A continuación de la turbina se hacen pasar los gases a través de un intercambiador de calor, donde son enfriados mediante agua de refrigeración hasta la mínima temperatura que se puede alcanzar sin que se produzca condensación de vapor de agua (punto de rocío). La temperatura del agua de refrigeración es 15ºC a la entrada del intercambiador, y 50ºC a su salida.

Se considera que el derrame a través del intercambiador de calor, tanto para los gases como para el agua, es isóbaro. Se pide:

1) Caudales volumétricos a la entrada y a la salida de la turbina en m^3/s.
2) Variación de la energía interna específica de la mezcla de gases, en kJ/kg, entre la entrada y la salida de la turbina.
3) Trabajo específico y potencia de la turbina. Se considerará despreciable la variación de energía potencial.
4) Caudal de agua de refrigeración que se necesita en el intercambiador de calor para enfriar los gases hasta la citada temperatura mínima.

Datos: las capacidades caloríficas específicas medias de los gases de turbina en el intervalo de temperaturas consideradas en el problema son los de la tabla adjunta. Calor específico del agua líquida constante = 4,19 kJ / kg K.



Comp.	M_i	$c_{p,i}$ (kJ / kg K)
H_2	28	1,18
CO_2	44	1,01
CO	28	1,30
H_2O	18	2,46

Cálculo de la masa molecular media y de la capacidad calorífica a presión constante media de los gases:

Comp.	M_i	x_i	$x_i M_i$	$y_i = x_i M_i / M_m$	$c_{p,i}$	$y_i c_{p,i}$
N_2	28	0,7	19,6	0,697	1,18	0,822
CO_2	44	0,1	4,4	0,156	1,01	0,157
CO	28	0,05	1,4	0,05	1,30	0,066
H_2O	18	0,15	2,7	0,097	2,46	0,236
Σ			M_m = 28,1			$c_{p,m}$ = 1,281

1) $$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} \quad \Rightarrow \quad \dot{V}_1 = \dot{m}\,v_1 = \frac{\dot{m}\,R_m T_1}{P_1} = \frac{\dot{m}\,R\,T_1}{M_m P_1} = \cdots = \boxed{1{,}602\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}$$

Determinación de la velocidad del flujo a la entrada de la turbina, c_1:

$$\dot{V}_1 = \frac{\pi \cdot 0{,}3^2}{4} c_1 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 22{,}66\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,; \quad \dot{V}_2 = \dot{m}\,v_2 = \frac{\dot{m}\,R\,T_2}{M_m P_2} = \cdots = \boxed{5{,}524\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}$$

Velocidad a la salida: $\dot{V}_2 = \frac{\pi \cdot 0{,}5^2}{4} c_2 \quad \Rightarrow \quad c_2 = 28{,}13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

La temperatura a la salida, T_2, se calcula teniendo en cuenta que la expansión en la turbina es adiabática reversible (isoentrópica):

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

donde: $$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R_m} = \frac{1{,}281}{1{,}281 - \frac{8{,}31}{28{,}1}} = 1{,}30$$

De modo que: $$T_2 = 1250 \cdot \left(\frac{6}{1{,}2} \right)^{\frac{1-1{,}3}{1{,}3}} = 862{,}2K$$

2) $$\Delta u = \sum (y_i \Delta u_i) = \sum \left(y_i \int_{T_1}^{T_2} c_{v,i} dT \right) = \sum \left[y_i c_{v,i} (T_2 - T_1) \right] = c_{v,m}(T_2 - T_1) = \cdots = \boxed{-383{,}14\,\frac{kJ}{kg}}$$

3) Balance de energía: $$\dot{Q}_{1,2} - \dot{W}_T = \dot{m}\left[\left(h_2 + \frac{1}{2} c_2^{\,2} \right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} c_1^{\,2} \right) \right]$$

$$h_2 - h_1 = c_{p,m}(T_2 - T_1) = \cdots = -497{,}8\ kJ/kg ; \dot{Q}_{1,2} = 0$$

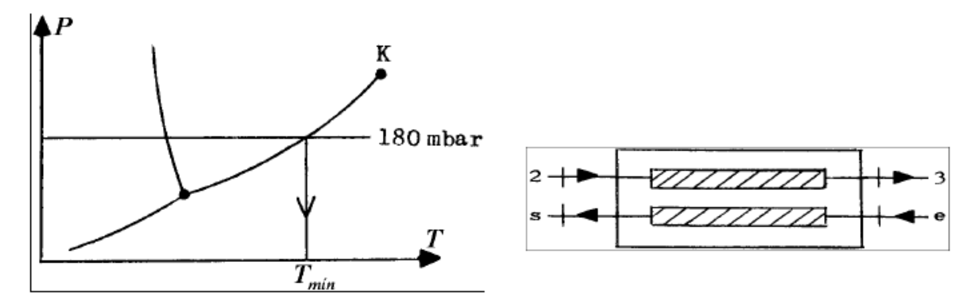
$$w_t = h_1 - h_2 + \frac{1}{2}\left(c_1^2 - c_2^2\right) = \cdots = \boxed{497{,}6\ kJ/kg}$$

$$\dot{W}_T = N_T = \dot{m}\, w_t = \boxed{1\,293{,}7\ \text{kW}}$$

4) La presión parcial del vapor de agua en los humos a la salida de la turbina (antes de condensación) será:

$$P_v = P_2\, x_{H_2O} = 1{,}2 \cdot 0{,}15 = 0{,}18\ \text{bar}$$

Mirando en las tablas del agua saturada se encuentra que la temperatura para la cual la presión de saturación del agua es 0,18 bar es 58ºC, que será la que hay a la salida del intercambiador: $T_3 = 331$ K.



Balance de energía en el intercambiador:

$$\dot{m}(h_2 - h_3) = \dot{m}_{ag}(h_s - h_e); \dot{m}c_{p,m}(T_2 - T_3) = \dot{m}_{ag}c_{ag}(T_s - T_e) \Rightarrow$$

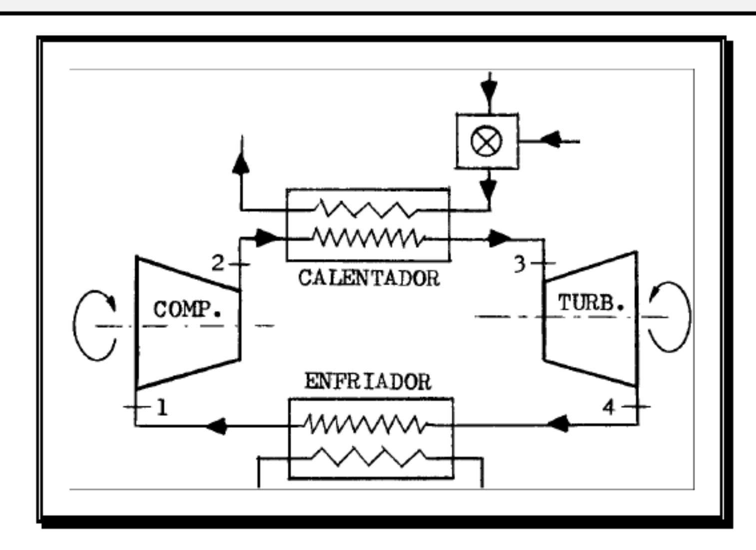
$$\Rightarrow \dot{m}_{ag} = \dot{m}\frac{c_{p,m}(T_2 - T_3)}{c_{ag}(T_s - T_e)} = \cdots = \boxed{12{,}09\,\frac{kg}{s}}$$

9.5- En una planta de turbina de gas de combustión externa en la que el fluido de trabajo es aire, entra éste al compresor a 17ºC y 1 kp/cm^2, comprimiéndose hasta 5 kp/cm^2. La temperatura del aire a la entrada de la turbina propiamente dicha es 900 K. Admitiendo que el aire se comporta como un gas perfecto de exponente adiabático $\gamma = 1{,}4$ y de constante $R_m = 0{,}287$ J / g K, y considerando el ciclo totalmente reversible, se pide:

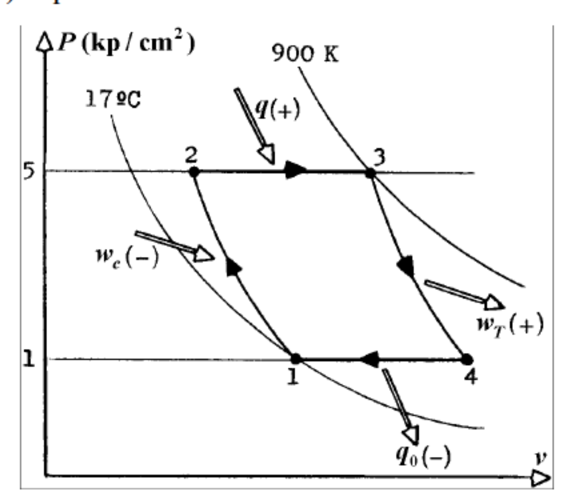
1) Calor cedido al aire en el calentador y el cedido en el enfriador por unidad de masa.
2) Trabajo específico de la turbina y del compresor y rendimiento térmico del ciclo.

Con el fin de aumentar el rendimiento térmico, se añade a la instalación un intercambiador de calor regenerativo perfecto (rendimiento 1). Se pide:

3) Rendimiento térmico del nuevo ciclo.
4) Caudal másico que debe circular por la instalación para que la potencia de la planta de turbina de gas sea de 200 kW. ¿Cuál es el caudal volumétrico en m^3/s a la entrada del compresor?



1) El diagrama (P,v) esquemático del ciclo sería:



$$q = h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2); T_1 P_1^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 P_2^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot 5^{0,4/1,4} = 459{,}3K$$

De modo que: $q = 1{,}004 \cdot (900 - 459{,}31) = \boxed{442{,}4\ kJ/kg}$

$$q_0 = h_1 - h_4 = c_{p,m}(T_1 - T_4); T_4 P_1^{(1-\gamma)/\gamma} = T_3 P_2^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot 5^{-0,4/1,4} = 568{,}2K$$

De modo que: $q_0 = 1{,}004 \cdot (290 - 568{,}25) = \boxed{-279{,}3\ kJ/kg}$

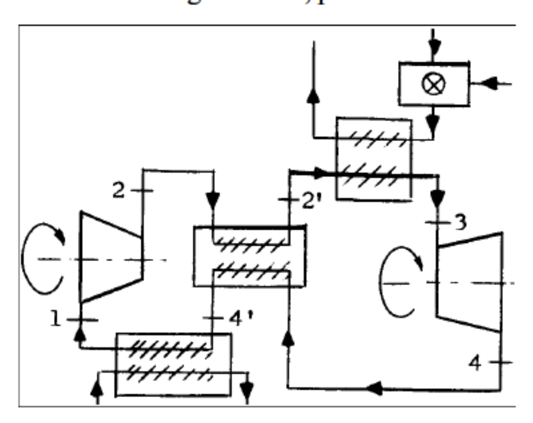
2)

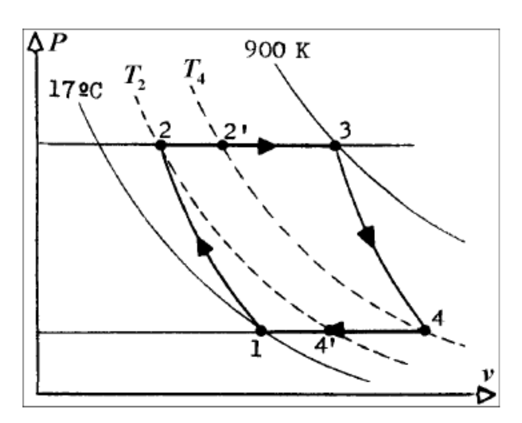
$$w_T = h_3 - h_4 = c_p(T_3 - T_4) = \cdots = \boxed{331{,}1\ kJ/kg}$$

$$w_c = h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2) = \cdots = \boxed{-169{,}9\ kJ/kg}$$

$$\eta_t = \frac{q + q_0}{q} = \frac{442{,}4 - 279{,}3}{442{,}4} = \boxed{0{,}37}$$

3) El diagrama de flujo y el (P,v) esquemático de la instalación, con la introducción del intercambiador regenerativo, podrían ser:





Como se ve, se hace un aprovechamiento parcial de la entalpía de los gases que salen de la turbina para precalentar los gases a la salida del compresor antes de que entren en el calentador, en el cual se elevará la temperatura de los gases desde $T_{2'} = T_4$ hasta T_3, ya que el intercambiador es perfecto.

De modo que: $q' = h_3 - h_{2'} = 1{,}004 \cdot (900 - 598{,}25) = 333{,}08\ kJ/kg$

$$w_T = h_3 - h_4 = h_3 - h_{2'} = 333{,}08\ kJ/kg ; w_T + w_C = (h_3 - h_4) + (h_1 - h_2)$$

$$q'_0 = h_1 - h_{4'} = h_1 - h_2 = w_C$$

Así que el nuevo rendimiento térmico sería:

$$\eta'_t = \frac{q' + q'_0}{q'} = 1 + \frac{q'_0}{q'} = 1 + \frac{w_C}{w_T} = 1 - \frac{166{,}99}{333{,}08} = \boxed{0{,}489}$$

Efectivamente se observa que el rendimiento térmico mejora notablemente con la introducción del intercambiador.

4) $$w_T + w_C = 333{,}08 - 169{,}99 = 163{,}01\ \text{kJ / kg}$$

$$N = 200\frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 163{,}01\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot \dot{m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{m} = 1{,}23\frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

$$\dot{m} = \dot{V}_1 \rho_1 \quad \Rightarrow \quad \dot{V}_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1} = \dot{m}\dot{v} = \dot{m}\frac{R_m T_1}{P_1} = \cdots = \boxed{1{,}045\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

9.6- Una turbina de gas de combustión externa, en la que el fluido de trabajo es aire, funciona según un ciclo de Joule reversible (ciclo de comparación).

A la entrada del compresor el aire se encuentra a 27ºC y 1 bar, comprimiéndose hasta 6 bar, siendo 1 000 K la temperatura a la entrada de la turbina. Supuesto el aire como gas perfecto de masa molecular media 28,9 y exponente adiabático $\gamma = 1,4$, se pide:

1) Temperatura media termodinámica de absorción de calor.
2) Relación de trabajos y rendimiento térmico del ciclo.
3) Comprobar que el rendimiento exergético del ciclo es la unidad.
4) Caudal de aire que debe circular si la potencia neta es de 100 kW.

Consideremos ahora que en el ciclo de Joule descrito anteriormente intervienen ciertas irreversibilidades, y tengamos en cuenta sólamente las irreversibilidades en la turbina que, suponemos, funciona con un rendimiento isoentrópico $\eta_s = 0,9$. Para este ciclo, determinar:

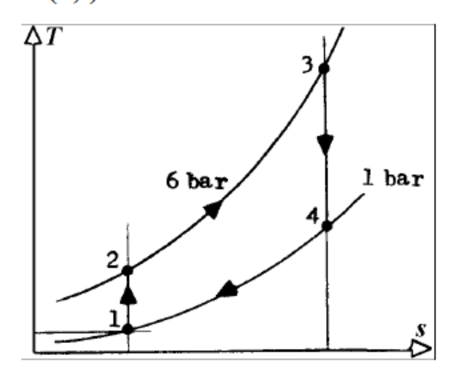
5) Destrucción específica de exergía en la turbina, representándola esquemáticamente en un diagrama (T,s).
6) Rendimiento exergético del ciclo.

Finalmente, supongamos que en este ciclo de Joule irreversible intercalamos un intercambiador de calor regenerativo perfecto (es decir, que el intercambio de calor se efectúa sin salto finito de temperaturas). Para este ciclo:

7) Calcular el rendimiento térmico.

Dato: Temperatura atmosférica $T_a = 290$ K.

1) El diagrama esquemático (T,s) del ciclo sería:



$$T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 300\cdot 6^{\frac{0,4}{1,4}} = 499{,}91K; T_4 = T_3\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1000\cdot 6^{\frac{-0,4}{1,4}} = 600{,}1K$$

$$T_{m,I} = \frac{q_{2,3}}{s_3 - s_2} = \frac{h_3 - h_2}{s_3 - s_2} = \frac{c_p(T_3 - T_2)}{c_p\, ln\frac{T_3}{T_2}} = \frac{1000 - 499{,}91}{ln\frac{1000}{499{,}91}} = \boxed{724{,}7K}$$

2)

$$r_w = 1 + \frac{w_C}{w_T} = 1 - \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_4} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{499{,}91 - 300}{1\,000 - 600{,}1} = \boxed{0{,}5}$$

$$\eta_t = \frac{w_T + w_C}{q} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} = 1 - \frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \boxed{0{,}4}$$

3)

$$\eta_{ex} = \frac{w_T + w_C + (b_{t,4} - b_{t,1})}{b_{t,3} - b_{t,2}} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) + (h_4 - h_1) - T_a(s_4 - s_1)}{h_3 - h_2 - T_a(s_3 - s_2)} =$$

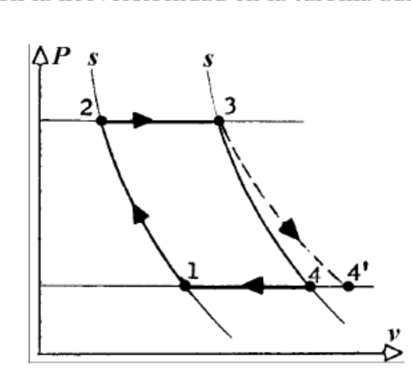
$$= \frac{h_3 - h_2 - T_a(s_3 - s_2)}{h_3 - h_2 - T_a(s_3 - s_2)} = \boxed{1}$$

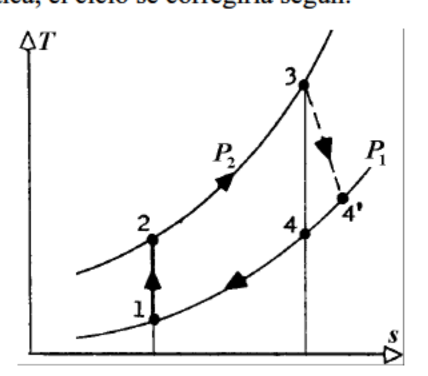
4)

$$N = \dot{m}(v_T + v_C); m = \frac{N}{c_p[(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)]} = \cdots = \boxed{0{,}486\frac{kg}{s}}$$

$$\left(c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1}R_m = \frac{1{,}4}{0{,}4}\cdot\frac{8{,}31}{28{,}9} = 1{,}006\frac{kJ}{kg\,K}\right)$$

5) Con la irreversibilidad en la turbina adiabática, el ciclo se corregiría según:





La exergía específica destruida por irreversibilidad sería:

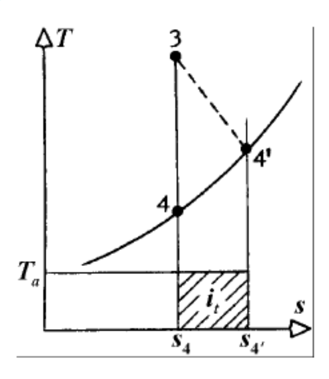
$$i_t = T_a\Delta s_{univ} = T_a(s_{4'} - s_3); \eta_s = \frac{h_3 - h_{4'}}{h_3 - h_4} = \frac{T_3 - T_{4'}}{T_3 - T_4}$$

$$T_{4'} = T_3 - \eta_s(T_3 - T_4) = 1000 - 0{,}9\cdot(1000 - 600{,}1) = 640{,}09K$$

$$s_{4'} - s_3 = s_{4'} - s_4 = c_p \ln\frac{T_{4'}}{T_4} = 1{,}006 \cdot \ln\frac{640{,}09}{600{,}10} = 0{,}065\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Sustituyendo valores: $i_t = 290 \cdot 0{,}065 = \boxed{18{,}85 \text{ kJ / kg}}$

cuya representación en (T,s) sería:



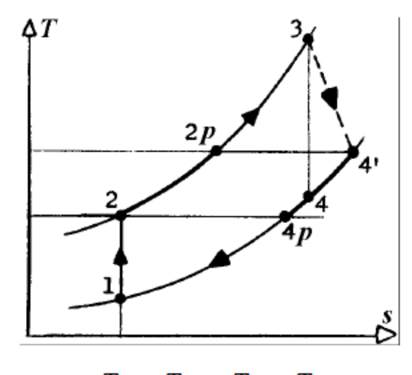
6) $$\eta_{ex} = \frac{w'_T + w_C + b_{t,4'} - b_{t,1}}{b_{t,3} - b_{t,2}} = \frac{(h_3 - h_{4'}) - (h_2 - h_1) + (h_{4'} - h_1) - T_a(s_{4'} - s_1)}{b_{t,3} - b_{t,2}} =$$

$$= 1 - \frac{T_a[(s_{4'} - s_1) - (s_2 - s_3)]}{b_{t,3} - b_{t,2}} = 1 - \frac{T_a(s_{4'} - s_3)}{b_{t,3} - b_{t,2}} = 1 - \frac{i_t}{b_{t,3} - b_{t,2}}$$

Siendo: $b_{t,3} - b_{t,2} = c_p(T_3 - T_2) - T_a c_p \, ln\frac{T_3}{T_2} = 300{,}57\frac{kJ}{kg}$

Por tanto: $\eta_{ex} = 1 - \frac{18{,}85}{300{,}57} = \boxed{0{,}94}$

7) Con el intercambiador regenerativo, la representación esquemática (T,s) de los procesos sería:



$$T_{2p} = T_{4'}\,; \quad T_{4p} = T_2$$

Así que: $$\eta'_t = \frac{w'_T + w_C}{h_3 - h_{2p}} = \frac{(T_3 - T_{4'}) - (T_2 - T_1)}{T_3 - T_{4'}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_{4'}} = \boxed{0{,}44}$$

Se comprueba que, a pesar de las irreversibilidades de la turbina, el rendimiento térmico de la instalación ha mejorado respecto de 2).

9.7- Una turbina de gas de combustión externa utiliza aire como agente termodinámico, al que consideramos con comportamiento de gas perfecto de masa molecular media $M_m = 28{,}9$ y exponente adiabático $\gamma = 1{,}4$.

El aire entra en el calentador de la instalación a 7,6 bar y 185ºC, calentándose hasta 810ºC por el calor que ceden los humos procedentes de la cámara de combustión, los cuales entran al calentador a 900ºC y se enfrían en él hasta 340ºC. Dichos humos, que se pueden considerar mezcla ideal de gases ideales, tienen la siguiente composición molar: 0,15 CO_2, 0,30 H_2O y 0,55 N_2. Tanto el derrame del aire como el de los humos a través del calentador se consideran interiormente reversible.

A la salida del calentador el aire entra en la turbina propiamente dicha, donde se expansiona adiabáticamente hasta la presión de 1,7 bar, con un rendimiento isoentrópico de 0,85.

Sabiendo que la potencia de dicha turbina es 5 MW, determinar:

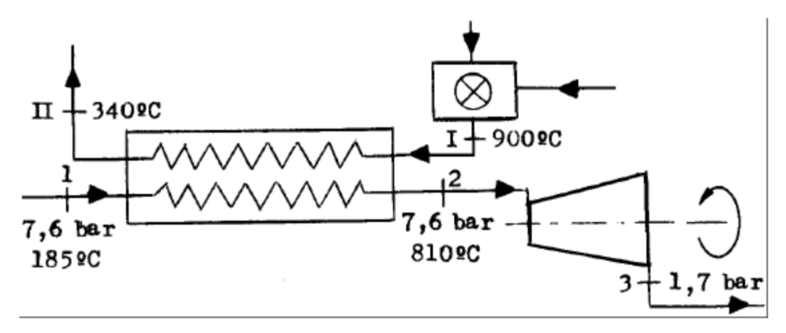
1) Caudal de los humos procedentes de la cámara de combustión.
2) Aumento específico de la exergía de flujo del aire entre la entrada y la salida del calentador, y destrucción total de exergía en éste por unidad de tiempo.
3) Destrucción de exergía por unidad de tiempo en la turbina y rendimiento exergético de la misma.

Dato: $T_a = 290$ K.

De la tabla de $c^*_p = a + b\,T + c\,T^2$ se obtienen los valores:

Comp.	a	$b \cdot 10^3$	$c \cdot 10^6$
CO_2	0,453	–0,305	0,697
N_2	1,091	–0,358	0,690
H_2O	1,880	–0,512	1,917

Según el enunciado, el diagrama de flujo podría ser el siguiente:



1) El diagrama (h,s) de la turbina se muestra a la derecha.

$$N = \dot{m}\, w_T = 5\ \text{MW}\ ; \quad w_T = h_2 - h_3\ ; \quad \eta_s = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_{3s}} = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_{3s}}$$

$$w_t = w_{T,s}\eta_s = \eta_s \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_m T_2 \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] =$$

$$= 0{,}85 \cdot \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot (810 + 273) \cdot \left[1 - \left(\frac{1{,}7}{7{,}6}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}}\right] = 322{,}49 \frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{m}_a = \frac{N}{v_T} = \frac{5000 kW}{322{,}49 kJ/kg} = \boxed{15{,}50\ kg/s}$$

Balance de energía en el calentador:

$$\dot{m}_a (h_2 - h_1) = \dot{m}_h (h_I - h_{II});\ h_I - h_{II} = \int_{T_{II}}^{T_I} \sum (y_i c_{p,i}) dT$$

Comp.	M_i	x_i	$x_i M_i$	$y_i = x_i M_i / M_m$
CO_2	44	0,15	6,60	0,24
H_2O	18	0,30	5,40	0,20
N_2	28	0,55	15,40	0,56
Σ			27,40	1

$$h_I - h_{II} = 0{,}24 \cdot \int_{613}^{1173} \left(0{,}453 - 0{,}305 \cdot 10^{-3} T + 0{,}697 \cdot 10^{-6} T^2\right) dT +$$

$$+ 0{,}20 \cdot \int_{613}^{1173} \left(1{,}091 - 0{,}358 \cdot 10^{-3} T + 0{,}69 \cdot 10^{-6} T^2\right) dT +$$

$$+ 0{,}56 \cdot \int_{613}^{1173} \left(1{,}88 - 0{,}512 \cdot 10^{-3} T + 1{,}917 \cdot 10^{-6} T^2\right) dT = \cdots = 1192{,}76 \frac{kJ}{kg}$$

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_m (T_2 - T_1) = \cdots = 629 \frac{kJ}{kg}$$

De modo que: $$\dot{m}_h = \frac{\dot{m}_a (h_2 - h_1)}{h_I - h_{II}} = \cdots = \boxed{8{,}17 \frac{kg}{s}}$$

2) $$b_{t,2} - b_{t,1} = h_2 - h_1 - T_a (s_2 - s_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_m (T_2 - T_1) - T_a \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_m \ln \frac{T_2}{T_1} = \cdots = \boxed{377{,}82 \frac{kJ}{kg}}$$

Según Gouy-Stodola:

$$\dot{I}_t = T_a \Delta \dot{S}_{univ} = T_a\left(\dot{m}_h \Delta s_h + m_a \Delta s_a\right); \Delta s_h = \int_{T_I}^{T_{II}} c_{p,h} \frac{dT}{T} = \int_{T_I}^{T_{II}} \sum \left(y_i c_{p,i}\right) \frac{dT}{T} =$$

$$= 0{,}24 \cdot \int_{1173}^{613} \left(\frac{0{,}453}{T} - 0{,}305 \cdot 10^{-3} + 0{,}697 \cdot 10^{-6} T \right) dT +$$

$$+ 0{,}20 \cdot \int_{1173}^{613} \left(\frac{1{,}091}{T} - 0{,}358 \cdot 10^{-3} + 0{,}690 \cdot 10^{-6} T \right) dT +$$

$$0{,}56 \cdot \int_{1173}^{613} \left(\frac{1{,}88}{T} - 0{,}512 \cdot 10^{-3} + 1{,}917 \cdot 10^{-6} T \right) dT = \cdots = -1{,}3432 \frac{kJ}{kg K}$$

$$\Delta s_a = c_{p,a} \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot \ln \frac{1083}{458} = 0{,}8661 \frac{kJ}{kg K}$$

Sustituyendo: $\dot{I}_t = 290 \cdot \left(15{,}5 \cdot 0{,}8661 - 8{,}17 \cdot 1{,}3432\right) = \boxed{7610{,}67 kW}$

3) Balance de exergía en la turbina: $b_{t,1} = b_{t,2} + w_T + i_{t,T}$

$$\dot{I}_{t,T} = \dot{m}_a T_a \left(s_3 - s_2\right) = \dot{m}_a T_a R_m \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_3}{T_2} - \ln \frac{T_3}{T_2} \right); T_{3s} = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 706 K$$

$$T_2 - T_3 = \left(T_2 - T_{3s}\right) \eta_s = \left(1083 - 706\right) \cdot 0{,}85 = 320{,}45 \Rightarrow T_3 = 762{,}55 K$$

y sustituyendo: $\dot{I}_{t,T} = 15{,}5 \cdot 290 \cdot \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot \left(\frac{1{,}4}{0{,}4} \cdot \ln \frac{762{,}55}{1083} - \ln \frac{1{,}7}{7{,}6} \right) = \boxed{348{,}51 kW}$

$$\eta_{ex,T} = \frac{w_T}{b_{t,2} - b_{t,3}} = 1 - \frac{\dot{I}_{t,T}}{N_T} = 1 - \frac{348{,}51}{5\,000} = \boxed{0{,}93}$$

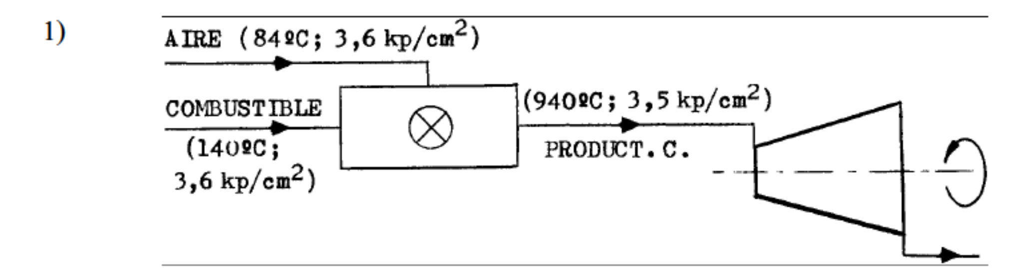
9.8- En una turbina de gas de combustión interna, el aire procedente del compresor entra a la cámara de combustión a 3,6 kp / cm^2 y 84ºC. El combustible utilizado es un gas cuya composición molar es: 28% H_2, 56% CH_4, 1% O_2 y el resto N_2. Dicho combustible ha sido precalentado de manera que entra a la cámara a 140ºC y 3,6 kp / cm^2, siendo el caudal de 18 m^3 / min. Los humos a la salida de la cámara se encuentran a 940ºC y 3,5 kp / cm^2, habiéndose efectuado un análisis volumétrico de los mismos y encontrándose que en su composición aparece CO en una proporción del 1,5% (referido al total de humos secos).

A la salida de la cámara, los humos son conducidos a través de una tubería, en la que supondremos despreciables las pérdidas de carga y el calor intercambiado con el exterior, hasta una turbina donde se expansionan hasta la presión ambiental de 1,02 bar, con un rendimiento isoentrópico del 92%. Siendo la temperatura ambiental t_a = 17ºC, y efectuándose la combustión con un coeficiente de exceso de aire λ = 1,2, se pide:

1) Composición molar de los humos a la salida de la cámara de combustión.
2) Calor intercambiado a través de las paredes de la cámara por mol de combustible y por hora.
3) Potencia obtenida en la turbina. ¿Se condensará vapor de agua en ella?
4) Trabajo perdido y exergía destruida en la turbina por unidad de tiempo. Determinar también el rendimiento exergético de la turbina.

Datos: con el fin de no alargar excesivamente los cálculos, se adoptarán los siguientes valores para las capacidades térmicas molares, expresadas en cal / mol K: CO: 7,7; CO_2: 13,2; H_2O: 9,1; N_2: 7,4; O_2: 8,2; CH_4: 9,7; H_2: 6,9.

1)



De las tablas de entalpía normal de formación se obtienen los siguientes valores:

Comp.	CO (g)	CO_2 (g)	H_2O (l)	CH_4 (g)
Δh^0_f (kcal / mol)	–26,53	–94,44	–68,60	–17,96

Cálculo del aire mínimo necesario:

Las reacciones estequiométricas de combustión son:

$$H_2 + ½\, O_2 \;\rightarrow\; H_2O\,; \qquad CH_4 + 2O_2 \;\rightarrow\; CO_2 + 2H_2O$$

O_2 mínimo necesario:

$$0{,}28 \cdot \frac{1}{2} + 0{,}56 \cdot 2 - 0{,}01 = 1{,}25 \frac{\text{mol } O_2}{\text{mol comb.}}\,; \quad l_{mín} = \frac{1{,}25}{0{,}21} = 7{,}14 \frac{\text{mol aire}}{\text{mol comb.}}$$

Puesto que en los productos aparece CO, parte del metano se quema de forma incompleta según la reacción:

$$CH_4 + \frac{3}{2} O_2 \;\rightarrow\; CO + 2H_2O$$

Llamando x a la fracción de CH_4 que se quema según la combustión completa (y por tanto siendo 1-x la que se quema de forma incompleta), la composición de los humos secos por mol de combustible será:

$$CO_2 : 0{,}56 \cdot x; CO : 0{,}56 \cdot (1 - x); N_2 : 0{,}79 \cdot l + 0{,}15 = 5{,}79; O_2 : 0{,}21 \cdot (\lambda - 1) \cdot l_{mín} + \frac{0{,}56}{2} \cdot (1 - x)$$

El número total de moles de humos secos por mol de combustible será: $6{,}88 - 0{,}28 \cdot x$.

Fracción molar del CO_2:

$$\frac{0{,}56 \cdot (1 - x)}{6{,}88 - 0{,}28 \cdot x} = 0{,}015 \Rightarrow x = 0{,}84$$

De modo que:

R	mol / mol comb.
H_2	0,28
CH_4	0,56
O_2	1,5 + 0,01
N_2	5,79

P	mol / mol comb.	x_i (%)
CO	0,09	1,28
CO_2	0,47	6,68
O_2	0,40	5,69
N_2	5,79	82,36
H_2O	0,28	3,99

2) El calor intercambiado será la diferencia entre la entalpía de los productos y la de los reactivos por mol de combustible: $q = h_P - h_R$

$$h_R = 0{,}28 \cdot \int_{298}^{413} c_{p,H_2} dT + 0{,}56 \cdot \left(\Delta h^0_{f,CH_4} + \int_{298}^{413} c_{p,CH_4} dT \right) + 1{,}5 \cdot \int_{298}^{357} c_{p,O_2} dT +$$

$$+ 0{,}01 \cdot \int_{298}^{413} c_{p,O_2} dT + 5{,}79 \cdot \int_{298}^{413} c_{p,N_2} dT = \cdots = -3548{,}3 \frac{cal}{mol}$$

$$h_P = 0{,}09 \cdot \left(\Delta h^0_{f,CO} + \int_{298}^{1213} c_{p,CO} dT \right) + 0{,}47 \cdot \left(\Delta h^0_{f,CO_2} + \int_{298}^{1213} c_{p,CO_2} dT \right) + 0{,}40 \cdot \int_{298}^{1213} c_{p,O_2} dT +$$

$$+ 5{,}79 \cdot \int_{298}^{1213} c_{p,N_2} dT + 0{,}28 \cdot \left(\Delta h^0_{f,H_2O(l)} + r_{(25^oC)} + \int_{298}^{1213} c_{p,H_2O} dT \right) = \cdots = -12190{,}6 \frac{cal}{mol}$$

De modo que: $q = h_P - h_R = \underline{-8\,642{,}3 \text{ cal / mol}}$

$$\dot{N}_{comb.} = \frac{P\dot{V}}{RT} = \frac{3{,}6 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4 \cdot 18/60}{8{,}31 \cdot 413} = 30{,}8 \frac{mol}{s}; \dot{Q} = \dot{N}_{comb.} \cdot (h_P - h_R) = \boxed{-266{,}18\, kcal/s}$$

3) Determinación del exponente adiabático γ de la mezcla de gases de combustión:

$$c_p = \sum (x_i c_{p,i}) = 7{,}9\, cal/mol\, K; \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R} = \frac{7{,}9}{5{,}9} = 1{,}34$$

Para el proceso isoentrópico:

$$s_1 = s_2; \int_{T_1}^{T_{2s}} c_p \frac{dT}{T} - Rln \frac{P_2}{P_1} = 0 \Rightarrow c_p\, ln \frac{T_{2s}}{T_1} = Rln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1213 \cdot \left(\frac{3{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4}{1{,}02 \cdot 10^5} \right)^{\frac{-0{,}34}{1{,}34}} = 891{,}7 K$$

Trabajo específico de la turbina isoentrópica:

$$w_T = c_p (T_1 - T_{2s}) = 7{,}9 \cdot (1213 - 891{,}7) = 2538{,}27\, cal/mol$$

Para la turbina real:

$$w'_T = \eta_s\, w_T = 0{,}92 \cdot 2\,538{,}27 = 2335{,}85 \text{ cal / mol}$$

$$N'_T = \dot{N}_{comb.}\, w'_T = 71{,}92 \text{ kcal / s} = \boxed{300{,}64 \text{ kW}}$$

$$P_{H_2O} = x_{H_2O}\, P = 0{,}0399 \cdot 1{,}02 = \underline{40{,}69 \text{ mbar} < P_s(891{,}7\, K)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{No hay condensación}}$$

4) $$w_T - w'_T = w_T (1 - \eta_s) = \boxed{203{,}06\, cal/mol}$$

$$i_{t,T} = T_a (s_2 - s_1); s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - Rln \frac{P_2}{P_1}$$

Cálculo de T_2: $2335{,}85 = c_p (T_1 - T_2) \Rightarrow T_2 = 917{,}4$

Así que: $$i_{t,T} = 290 \cdot \left(7{,}9 \cdot ln \frac{917{,}4}{1213} - R \cdot ln \frac{1{,}02}{3{,}5 \cdot 0{,}98} \right) = \boxed{59{,}2 \frac{cal}{mol}}$$

9.9- La figura representa el esquema de una instalación de turbina de gas que funciona con aire atmosférico como fluido termodinámico, que se considerará, por sencillez, como un gas perfecto biatómico.

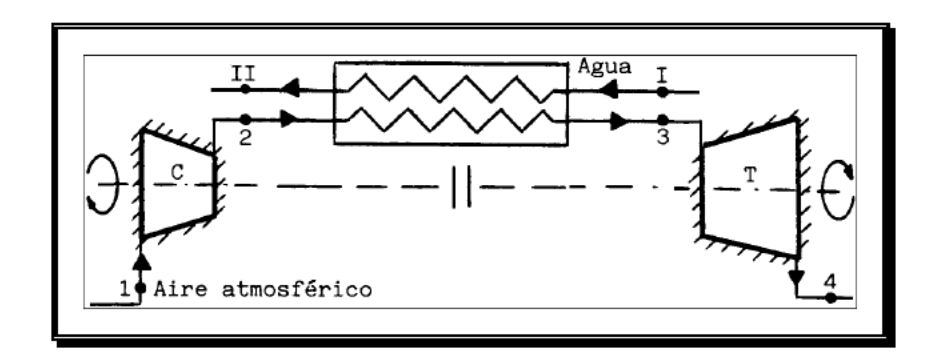
Con los datos que se dan en el enunciado, se pide:

1) Calcular la potencia y el rendimiento exergético de la instalación.
2) Dibujar esquemáticamente un diagrama de flujo de energía y otro de flujo de exergía.

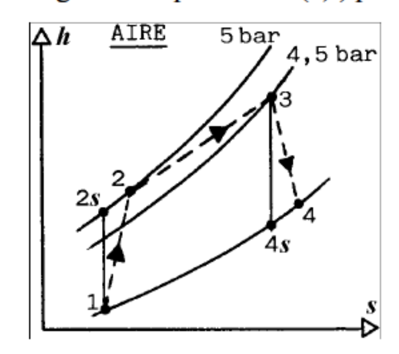
Se considerarán despreciables las variaciones de energías cinética y potencial.

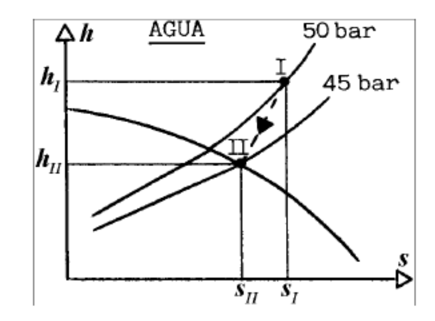
Datos: **1**(1 bar, 300 K); **2**(5 bar); $\eta_{s(C)} = 0{,}8$; $\eta_{s(T)} = 0{,}9$; **4**(P_1); $\dot{m}_a = 927$ kg / h. **I**(50 bar, 620ºC); **II**(45 bar, vap. sat. seco); $\dot{m}_v = 360$ kg / h.

En el intercambiador hay una caída de presión del aire del 10%, así como una pérdida del 10% del calor cedido por el vapor, a la atmósfera, debido al deficiente aislamiento térmico.



1) Los diagramas esquemáticos (h,s) para el aire y para el agua serían:





$$T_{2s} = 300 \cdot 5^{0,4/1,4} = 475{,}15 \text{ K} ; \quad \eta_{s(C)} = \frac{475{,}15 - 300}{T_2 - 300} = 0{,}8 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 518{,}94 \text{ K}$$

Para el agua, en la tabla o en el diagrama correspondientes se obtienen los valores:

I(vapor recalentado): h_I = 3 700 kJ / kg; s_I = 7,3 kJ / kg K

II(vapor sat. seco): h_{II} = 2 800 kJ / kg; s_{II} = 6 kJ / kg K

$$\left|\dot{Q}_{I,II}\right| = \dot{m}_v\left(h_I - h_{II}\right); \left|\dot{Q}_{2,3}\right| = 0{,}9 \cdot \left|\dot{Q}_{I,II}\right| = \dot{m}_a c_{p,a}\left(T_3 - T_2\right) \Rightarrow T_3 = 823K$$

En la expansión isoentrópica de la turbina:

$$T_{4s} = 823 \cdot 4{,}5^{-0{,}4/1{,}4} = 535{,}51\,\text{K}; \quad \eta_{s(T)} = \frac{823 - T_4}{823 - 535{,}51} = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad T_4 = 564{,}25\,\text{K}$$

Por tanto, la potencia neta de la instalación será:

$$\dot{W} = 0{,}27 \cdot 1{,}004 \cdot \left[\left(823 - 564{,}25\right) - \left(518{,}94 - 300\right)\right] = \boxed{10{,}8\,kW}$$

$$\Delta\dot{S}_{univ} = \Delta\dot{S}_a + \Delta\dot{S}_{atm} + \Delta\dot{S}_v$$

donde $\Delta\dot{S}_{atm}$ es el incremento de la entropía atmosférica debido a la fuga de calor que se produce en el intercambiador. De modo que:

$$\Delta\dot{S}_{univ} = 0{,}27 \cdot 1{,}004 \cdot ln\frac{564{,}25}{300} + \frac{9}{300} + 0{,}1 \cdot \left(6 - 7{,}3\right) = 0{,}07\frac{kW}{K}$$

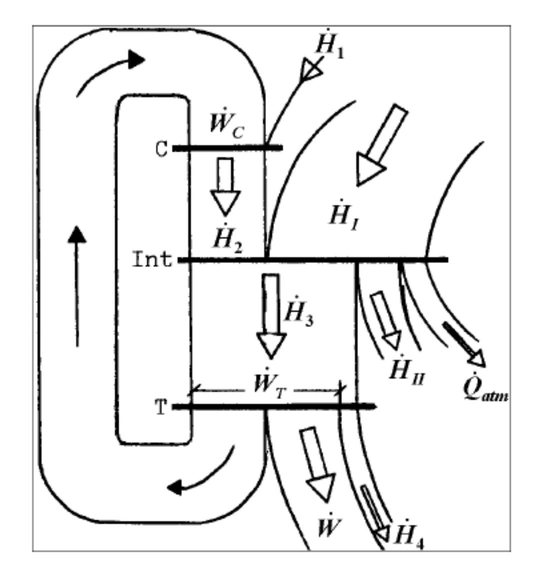
$$\dot{I}_t = T_a \Delta\dot{S}_{univ} = 300 \cdot 0{,}07 = \underline{21\,\text{kW}}$$

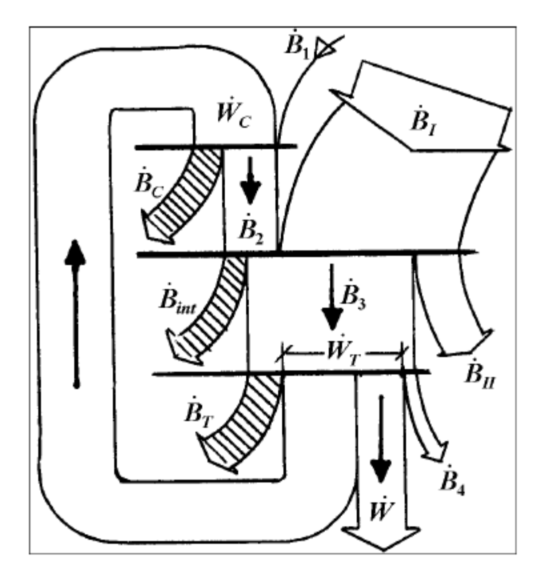
que, como se ve, es casi el doble de la potencia neta obtenida: hay muchas irreversibilidades en el proceso.

Ciñéndonos a la definición de rendimiento exergético, $\eta_{ex} = 1 - \frac{\text{exergía destruida}}{\text{exergía gastada}}$:

$$\eta_{ex} = 1 - \frac{\dot{I}_t}{\dot{B}_{t,I} - \dot{B}_{t,II}} = 1 - \frac{21}{0{,}1 \cdot \left[\left(3700 - 2800\right) - 300 \cdot \left(7{,}3 - 6\right)\right]} = \boxed{0{,}59}$$

2) Tomando para el aire como origen de entalpías $h_0(1\ \text{bar}, 300\ \text{K}) = 0$, los diagramas de flujo de energía y de exergía tendrían la forma:





9.10- La figura representa una instalación de potencia que funciona con un gas perfecto como fluido termodinámico. La compresión se realiza en dos escalones de igual relación de compresión, $P_2/P_1 = P_4/P_3 = 4$, en los compresores adiabáticos **C_1** y **C_2**, con refrigeración intermedia. El gas se expansiona en dos turbinas adiabáticas **TA** y **TB**, con recalentamiento intermedio del gas, de igual salto de presiones $P_5/P_6 = P_7/P_8 = 4$.

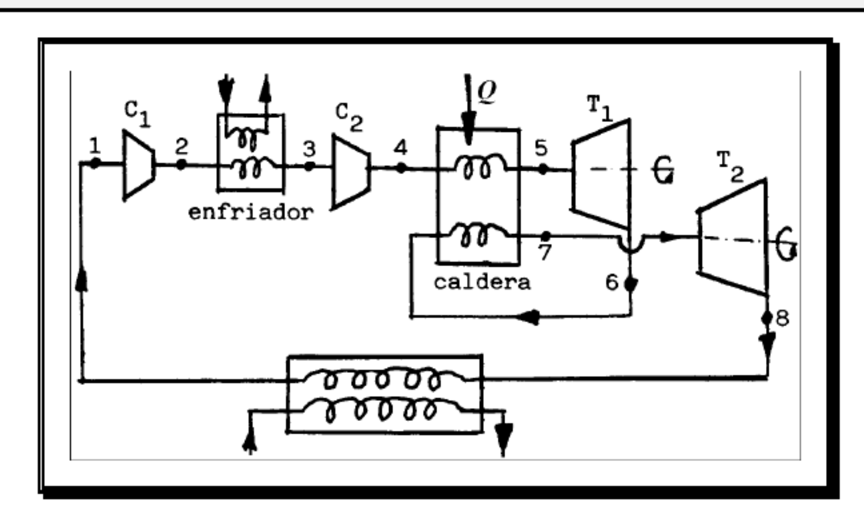
A la entrada de **C_1**: $P_1 = P_a = 1$ bar; $T_1 = T_a = T_3 = 300$ K.

Temperatura de entrada a la **TA**: $T_5 = 1\,000$ K $= T_7$.

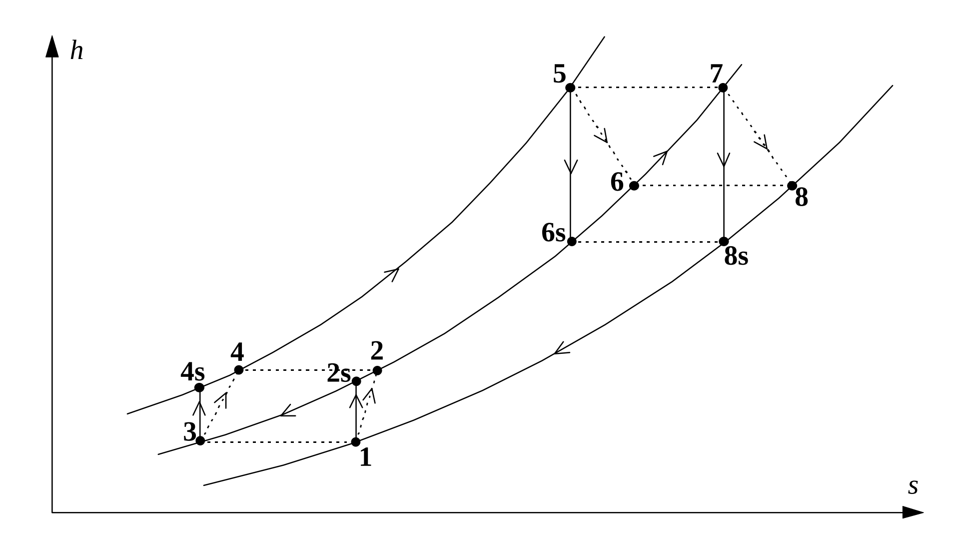
Se pide:

1) Suponiendo absoluta reversibilidad, representar esquemáticamente el diagrama (h,s) del ciclo, y calcular su rendimiento térmico.
2) Suponiendo que los compresores y las turbinas funcionan irreversiblemente con un rendimiento isoentrópico de 0,742, el mismo para todos ellos, y sin considerar ninguna otra irreversibilidad, representar esquemáticamente el diagrama (h,s) del ciclo, y calcular su rendimiento térmico.
3) Calcular el rendimiento exergético (b_t obtenida / b_t gastada) de la instalación en el supuesto 2).

El derrame del gas se considera siempre isóbaro. $\gamma = c_p / c_v = 1{,}4$.



1) La figura siguiente es el diagrama esquemático (h,s) en el caso de reversibilidad total y en el de turbinas y compresores irreversibles. El ciclo reversible sería: **1-2s-3-4s-5-6s-7-8s-1**. El irreversible: **1-2-3-4-5-6-7-8-1**.



$$T_{2s} = T_1\left(\frac{P_{2s}}{P_1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 300\cdot 4^{0,4/1,4} = \underline{445,8K};\eta_{s(C)} = \frac{445,8-300}{T_2-300} = 0,742 \Rightarrow T_2 = \underline{496,5K}$$

$$T_{4s} = T_3\cdot 4^{0,4/1,4} = 300\cdot 4^{0,4/1,4} = \underline{T_{2s} = 445,8\text{ K}};\quad \underline{T_4 = T_2 = 496,5\text{ K}}$$

$$T_{6s} = T_5\left(\frac{1}{4}\right)^{0,4/1,4} = \underline{673K = T_{8s}};\eta_{s(T)} = \frac{1000-T_6}{1000-673} = 0,742 \Rightarrow \underline{T_6 = 757,4 = T_8}$$

$$\eta_t = \frac{2\cdot(T_5-T_{6s})-2\cdot(T_{2s}-T_1)}{(T_5-T_{4s})+(T_7-T_{6s})} = 2\cdot\frac{(1000-673)-(445,8-300)}{2000-445,8-673} = \boxed{0,41}$$

2) $$\eta'_t = \frac{2\cdot(T_5-T_6)-2\cdot(T_2-T_1)}{(T_5-T_{4s})+(T_7-T_6)} = 2\cdot\frac{(1000-757,4)-(496,5-300)}{2000-496,5-757,4} = \boxed{0,1236}$$

Efectivamente se comprueba que las irreversibilidades en compresores y turbinas hacen bajar mucho el rendimiento térmico.

3) $$\eta_{ex} = 1-\frac{i_t}{b_t\text{ gastada}}$$

$$i_t = T_a\Delta s_{univ} = T_a\cdot 2\cdot c_p\left(ln\frac{T_8}{T_{8s}}+ln\frac{T_2}{T_{2s}}\right) = \cdots = 67,8\cdot c_p$$

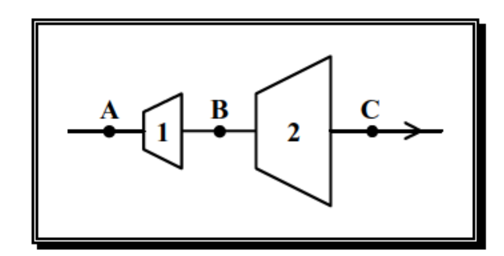
$$b_t\ gastada = (b_{t,5}-b_{t,4})+(b_{t,7}-b_{t,6}) =$$

$$= c_p\left[(1000-496,5)-T_a\ ln\frac{1000}{496,5}+(1000-457,4)-T_a\ ln\frac{1000}{757,4}\right] = \cdots = 452,7\cdot c_p$$

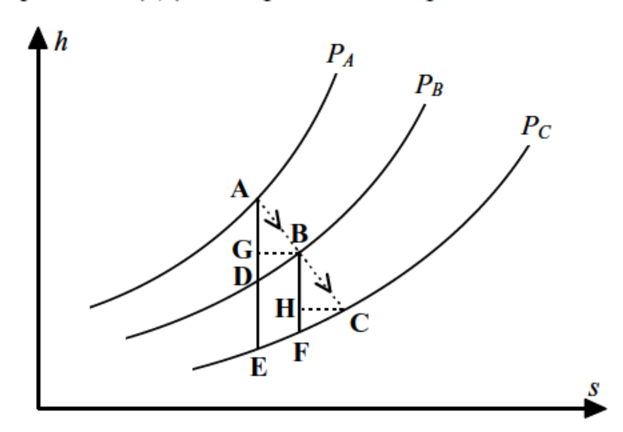
De modo que: $$\eta_{ex} = 1-\frac{67,8}{452,69} = \boxed{0,85}$$

9.11- Dos turbinas adiabáticas funcionan en serie con un gas perfecto de exponente adiabático γ, y con relaciones de presiones, respectivamente, $P_A/P_B = \varepsilon$ y $P_B/P_C = 2\varepsilon$. Ambas funcionan con el mismo rendimiento isoentrópico y producen la misma potencia. Se pide:

1) Calcular el rendimiento isoentrópico de ambas turbinas en función de γ y ε. Aplicación numérica: $\gamma = 1{,}4$; $\varepsilon = 5$.
2) Siendo la capacidad calorífica específica a presión constante del gas $c_p = 1$ kJ / kg K, y la temperatura de entrada al grupo $T_A = 1\,000$ K, calcular el trabajo técnico específico producido por cada turbina, la temperatura T_C a la salida del grupo y el rendimiento isoentrópico del mismo.
3) Factor de recalentamiento.



1) El diagrama esquemático (*h*,*s*) de los procesos de expansión en ambas turbinas sería:



$$\eta_s = \frac{h_A - h_B}{h_A - h_D} = \frac{c_p(T_A - T_B)}{c_p(T_A - T_D)} = \frac{(T_A - T_B)}{(T_A - T_D)} = \frac{1 - \dfrac{T_B}{T_A}}{1 - \dfrac{T_D}{T_A}}; w_t = \overline{AG} = \overline{BH} = \eta_s \overline{AD} = \eta_s \overline{BF} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{BF} \Rightarrow T_A - T_D = T_B - T_F \Rightarrow T_A\left(1 - \frac{T_D}{T_A}\right) = T_B\left(1 - \frac{T_F}{T_B}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{1-\frac{T_D}{T_A}}{1-\frac{T_F}{T_B}} \Rightarrow \eta_s = \frac{1-\frac{1-(T_D/T_A)}{1-(T_F/T_B)}}{1-\frac{T_D}{T_A}} = \frac{1}{1-\frac{T_D}{T_A}} - \frac{1}{1-\frac{T_F}{T_B}} \qquad [1]$$

En las expansiones isoentrópicas se cumple: $T P^{(1-\gamma)/\gamma}$ = cte., de modo que:

$$T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_D P_B^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_D / T_A = \varepsilon^{(1-\gamma)/\gamma}$$

$$T_B P_B^{(1-\gamma)/\gamma} = T_F P_C^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_F / T_B = (2\varepsilon)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

Con lo que, sustituyendo estas relaciones en [1], se obtiene:

$$\boxed{\eta_s = \frac{1}{1-\varepsilon^{(1-\gamma)/\gamma}} - \frac{1}{1-(2\varepsilon)^{(1-\gamma)/\gamma}}} = \textit{(para los valores dados)} = \boxed{0{,}64}$$

2)

$$\frac{T_D}{T_A} = \varepsilon^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_D = 1000 \cdot 5^{-0{,}4/1{,}4} = \underline{631{,}4K}$$

$$\eta_s = 0{,}64 = \frac{T_A - T_B}{T_A - T_D} = \frac{1\,000 - T_B}{1\,000 - 631{,}4} \quad \Rightarrow \quad \underline{T_B = 764 \text{ K}}$$

Por tanto:

$$w_t = w_{t,1} = w_{t,2} = c_p(T_A - T_B) = \boxed{236\ kJ/kg} = c_p(T_B - T_C) = 764 - T_C \Rightarrow \boxed{T_C = 528K}$$

El rendimiento isoentrópico global del grupo sería:

$$\eta_{s,g} = \frac{T_A - T_C}{T_A - T_E}; T_D P_D^{(1-\gamma)/\gamma} = T_E P_E^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_E = 631{,}4 \cdot (2\varepsilon)^{(1-\gamma)/\gamma} = 327K$$

Sustituyendo: $\eta_{s,g} = \dfrac{1\,000 - 528}{1\,000 - 327} = \boxed{0{,}7} > \eta_s$

3) El factor de recalentamiento del grupo será f_r:

$$f_r = \frac{\overline{AD} + \overline{BF}}{\overline{AE}} = \frac{2\overline{AD}}{\overline{AD} + \overline{DE}} = \frac{2}{1 + \overline{DE}/\overline{AD}}; \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{c_p(T_D - T_E)}{c_p(T_A - T_D)} = \frac{1 - T_E/T_D}{T_A/T_D - 1} \qquad [2]$$

cumpliéndose: $T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_D P_B^{(1-\gamma)/\gamma} = T_E P_C^{(1-\gamma)/\gamma}$

Sustituyendo en [2]:

$$f_r = \frac{2}{1 + \frac{1-(2\varepsilon)^{(1-\gamma)/\gamma}}{\varepsilon^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}} = \boxed{2\frac{1-\varepsilon^{(1-\gamma)/\gamma}}{1-2^{(1-\gamma)/\gamma}\varepsilon^{2(1-\gamma)/\gamma}}} = \cdots = \boxed{1{,}1}$$

CAPÍTULO X

Motores de Combustión Interna.

10. Problemas Relativos a:

Motores de Combustión Interna.

10.1- Las figuras adjuntas representan, en (P,v) y (T,s), el ciclo teórico de comparación de un motor de explosión Otto, formado por dos adiabáticas reversibles y dos isócoras. Admitimos que el fluido termodinámico se comporta como un gas perfecto de exponente adiabático γ, siendo su masa la unidad.

El motor opera de la forma siguiente:

De **E** a **A** el émbolo aspira la mezcla gaseosa a la presión y a la temperatura exteriores P_A y T_A.

De **A** a **B**, compresión adiabática.

De **B** a **C** se realiza la combustión (explosión) prácticamente de forma instantánea a volumen constante.

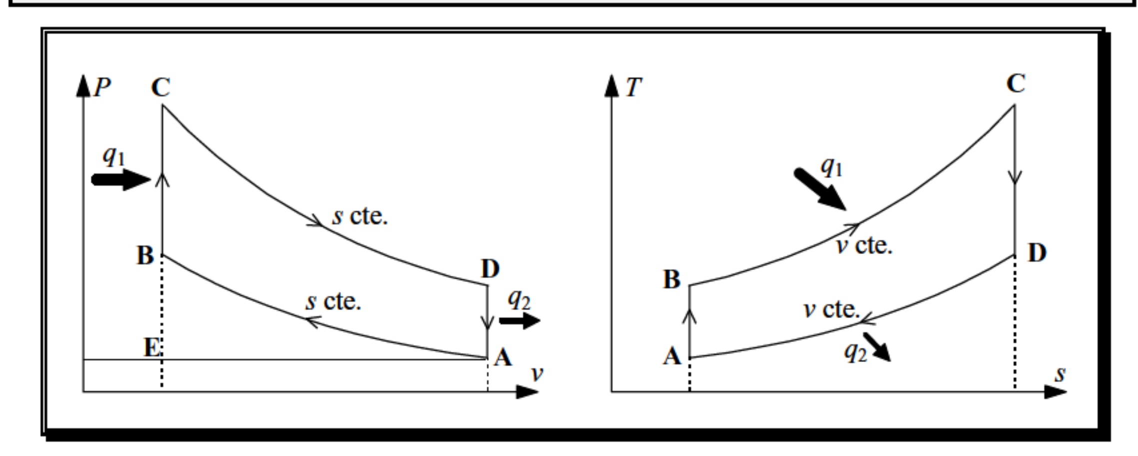
De **C** a **D**, expansión adiabática reversible de los gases de combustión. En **D** se abre la válvula de escape.

De **D** a **A** enfriamiento a volumen constante hasta P_A y T_A.

De **A** a **E** los productos de la combustión se expulsan al exterior, quedando parte de ellos en la cámara de combustión de volumen $v_b = v_c$.

Llamando $\varepsilon = v_A / v_B = v_D / v_C$ al grado de compresión volumétrica:

1) Calcular el rendimiento térmico de dicho ciclo en función de γ y ε.
2) Conocidas las condiciones (P_A,T_A) y la temperatura máxima alcanzada en el ciclo T_C, calcular la presión media efectiva del ciclo considerado.



1) Según la definición de rendimiento térmico:

$$\eta_t = \frac{q_1+q_2}{q_1} = 1+\frac{q_2}{q_1} = 1-\frac{|q_2|}{q_1} = 1-\frac{u_D-u_A}{u_C-u_B} = 1-\frac{c_v(T_D-T_A)}{c_v(T_C-T_B)} = 1-\frac{T_D-T_A}{T_C-T_B} = 1-\frac{T_D(1-T_A/T_D)}{T_C(1-T_B/T_C)}$$

En los procesos isoentrópicos:

$$\left.\begin{array}{l} T_C v_C{}^{\gamma-1} = T_D v_D{}^{\gamma-1} \\ T_B v_C{}^{\gamma-1} = T_A v_D{}^{\gamma-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_C}{T_B} = \frac{T_D}{T_A}$$

Por tanto: $$\eta_t = 1-\frac{T_D}{T_C} = 1-\left(\frac{v_C}{v_D}\right)^{\gamma-1} = \boxed{1-\varepsilon^{1-\gamma}}$$

2) Por definición de presión media efectiva:

$$P_{m,e} = \frac{w}{v_A-v_B} = \frac{\eta_t\, q_1}{v_A-v_B} =$$

$$= \left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\right)\frac{c_v(T_C-T_B)}{v_A\left(1-\frac{v_B}{v_A}\right)} = \left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\right)\frac{c_v(T_C-T_B)}{\frac{R_m T_A}{P_A}\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)} = \left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\right)\frac{P_A\left(\frac{T_C}{T_A}-\frac{T_B}{T_A}\right)}{(\gamma-1)\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)}$$

En la isoentrópica: $T_A\, v_A{}^{\gamma-1} = T_B\, v_B{}^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_B/T_A = \varepsilon^{\gamma-1}$

y sustituyendo: $$P_{m,e} = \left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\right)\frac{P_A\left(\frac{T_C}{T_A}-\varepsilon^{\gamma-1}\right)}{(\gamma-1)\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)} = \boxed{\varepsilon\left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\right)\frac{P_A\left(\frac{T_C}{T_A}-\varepsilon^{\gamma-1}\right)}{(\gamma-1)(\varepsilon-1)}}$$

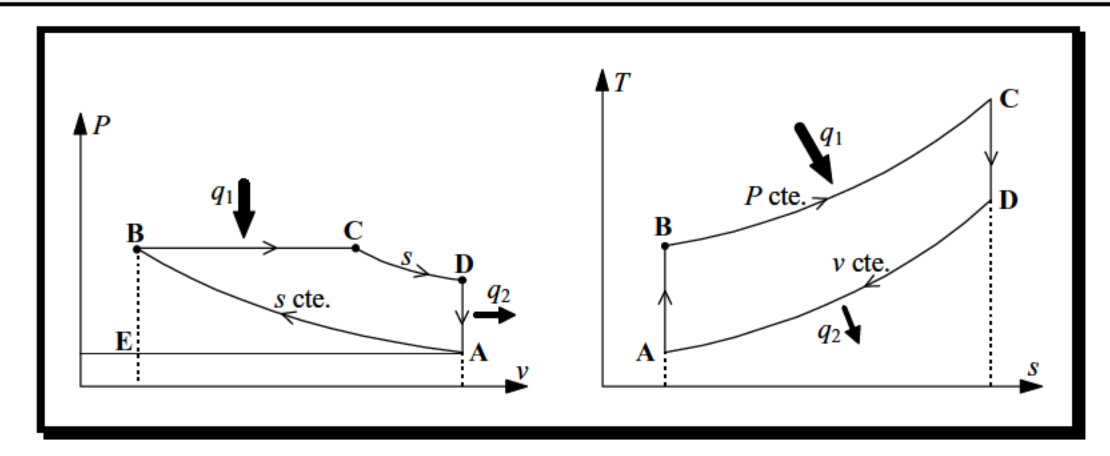
10.2- Las figuras adjuntas representan en (P,v) y (T,s) el ciclo teórico de comparación de un motor Diesel.

Suponemos el fluido termodinámico G.P. de $\gamma = 1$ y masa unidad.

Los distintos procesos que componen el ciclo son: **A-B** compresión isoentrópica; **B-C** isóbara (aportación de calor); **C-D** expansión isoentrópica; **D-A** isócora (cesión de calor).

Siendo $\varepsilon = v_A/v_B$ el índice de compresión volumétrica, y $\delta = v_C/v_B$ la relación entre el volumen que ocupa la mezcla gaseosa cuando cesa la entrada de combustible (v_C) y el volumen de la recámara (v_B), se pide:

1) Rendimiento térmico de dicho ciclo teórico Diesel en función de γ, ε, y δ.
2) Conocidas las condiciones (P_A,T_A) y la temperatura máxima alcanzada en el ciclo T_C, calcular la presión media efectiva del ciclo considerado.



1) Según el enunciado: $v_A/v_C = v_D/v_C = \varepsilon/\delta$

Por definición:

$$\eta_t = \frac{q_1+q_2}{q_1} = 1+\frac{q_2}{q_1} = 1-\frac{|q_2|}{q_1} = 1-\frac{c_v(T_D-T_A)}{c_p(T_C-T_B)} = 1-\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{T_D}{T_C}\cdot\frac{1-T_A/T_D}{1-T_B/T_C}$$

A s cte.: $$T_D v_D^{\gamma-1} = T_C v_C^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{v_C}{v_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{\delta}{\varepsilon}\right)^{\gamma-1}$$

De igual forma: $$\frac{v_B}{T_B} = \frac{v_C}{T_C} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_B}{T_C} = \frac{v_B}{v_C} = \frac{1}{\delta}$$

A *v* cte.:

$$\frac{P_A}{T_A}=\frac{P_D}{T_D}\Rightarrow\frac{T_A}{T_D}=\frac{P_A}{P_D};P_A v_A{}^{\gamma}=P_B v_B{}^{\gamma};P_D v_A{}^{\gamma}=P_B v_C{}^{\gamma}\Rightarrow\frac{T_A}{T_D}=\frac{P_A}{P_D}=\left(\frac{v_B}{v_C}\right)^{\gamma}=\frac{1}{\delta^{\gamma}}$$

De modo que: $\eta_t=1-\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{\delta^{\gamma-1}}{\varepsilon^{\gamma-1}}\cdot\frac{1-\delta^{-\gamma}}{1-\delta^{-1}}=\boxed{1-\varepsilon^{1-\gamma}\,\frac{\delta^{\gamma}-1}{\gamma(\delta-1)}}$

2) $$P_{m,e}=\frac{w}{v_A-v_B}=\frac{\eta_t q_1}{v_A\left(1-\frac{v_B}{v_A}\right)}=\eta_t\,\frac{c_p(T_C-T_B)}{\frac{R_m T_A}{P_A}\left(1-\frac{v_B}{v_A}\right)}=\eta_t\,\frac{P_A\left(\frac{T_C}{T_A}-\frac{T_B}{T_A}\right)}{\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\left(1-\frac{v_B}{v_A}\right)}$$

En la isoentrópica: $T_A\,v_A{}^{\gamma-1}=T_B\,v_B{}^{\gamma-1}\quad\Rightarrow\quad T_B/T_A=\varepsilon^{\gamma-1}$

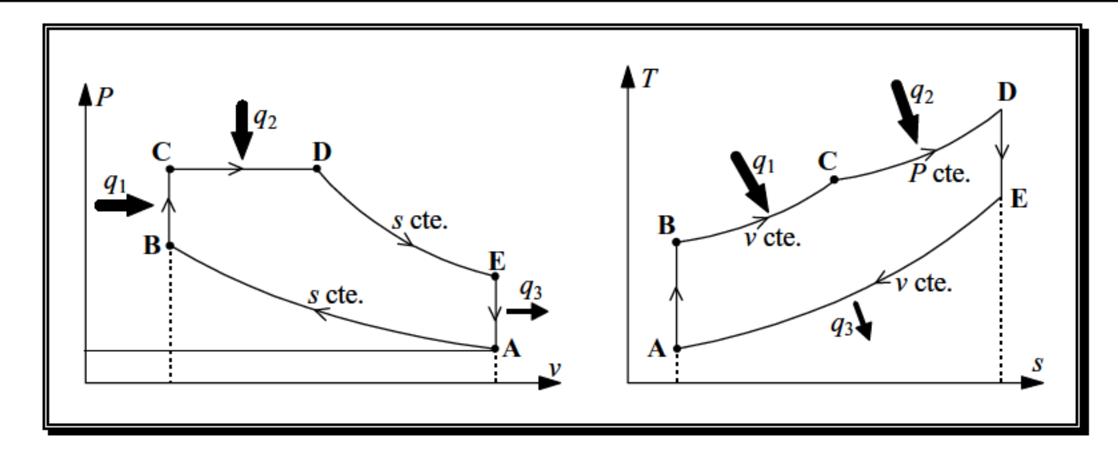
Sustituyendo:

$$P_{m,e}=\eta_t\,\frac{P_A\left(T_C/T_A-\varepsilon^{\gamma-1}\right)}{(1-1/\gamma)(1-1/\varepsilon)}=\boxed{\gamma\varepsilon\left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\,\frac{\delta^{\gamma}-1}{\gamma(\delta-1)}\right)\frac{P_A\left(T_C/T_A-\varepsilon^{\gamma-1}\right)}{(\gamma-1)(\varepsilon-1)}}$$

10.3- El ciclo **dual** es una combinación de los ciclos de Otto y Diesel. En las figuras adjuntas se representa el correspondiente ciclo teórico de comparación. En él la combustión comienza y se realiza parcialmente a volumen constante, y se completa, teóricamente, a volumen constante. El aporte de calor se efectúa a lo largo de los procesos isócoro **B-C** e isóbaro **C-D**; y la cesión, a lo largo de la isócora **C-A**.

Considerando el fluido termodinámico como G. P. de exponente adiabático γ, y siendo los parámetros: $v_D/v_C = \delta$; $v_A/v_B = \varepsilon$; $P_C/P_B = a$, se pide:

1) El rendimiento térmico de dicho ciclo teórico en función de γ, ε, δ y a.
2) Conociendo los calores aportados por unidad de masa q_1 y q_2, así como el volumen de barrido $v = v_A - v_B$, hallar la presión media efectiva del ciclo.



1) Por definición:

$$\eta_t = \frac{q_1+q_2+q_3}{q_1+q_2} = 1+\frac{q_3}{q_1+q_2} = 1-\frac{c_v(T_E-T_A)}{c_v(T_C-T_B)+c_p(T_D-T_C)} = 1-\frac{T_E-T_A}{T_C-T_B+\gamma(T_D-T_C)}$$

$$\frac{T_A\left(\frac{T_E}{T_A}-1\right)}{T_C\left(1-\frac{T_B}{T_C}\right)+\gamma T_C\left(\frac{T_D}{T_C}-1\right)} = \frac{T_A}{T_B}\cdot\frac{T_B}{T_C}\cdot\frac{\frac{T_E}{T_A}-1}{1-\frac{T_B}{T_C}+\gamma\left(\frac{T_D}{T_C}-1\right)}$$

Proceso isoentrópico: $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = \varepsilon^{1-\gamma}$

Proceso isócoro: $\frac{P_B}{T_B} = \frac{P_C}{T_C} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \frac{P_B}{P_C} = \frac{1}{a}$

Proceso isóbaro: $$\frac{v_C}{T_C}=\frac{v_D}{T_D} \Rightarrow \frac{T_D}{T_C}=\frac{v_D}{v_C}=\delta$$

$$\frac{T_E}{T_A}=\frac{T_E}{T_D}\cdot\frac{T_D}{T_C}\cdot\frac{T_C}{T_B}\cdot\frac{T_B}{T_A};T_E {v_A}^{\gamma-1}=T_D {v_D}^{\gamma-1};\frac{T_E}{T_D}=\left(\frac{v_D}{v_A}\cdot\frac{v_B}{v_C}\right)^{\gamma-1}=\left(\delta\,\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_E}{T_A}=\frac{\delta^{\gamma-1}}{\varepsilon^{\gamma-1}}\delta\, a\, \varepsilon^{\gamma-1}=\delta^{\gamma}a$$

De modo que, sustituyendo:

$$\eta_t=1-\frac{\varepsilon^{1-\gamma}}{a}\cdot\frac{\delta^{\gamma}a-1}{1-\frac{1}{a}+\gamma(\delta-1)}=\boxed{1-\varepsilon^{1-\gamma}\frac{a\delta^{\gamma}-1}{(a-1)+a\gamma(\delta-1)}}$$

2) $$P_{m,e}=\frac{w}{v_A-v_B}=\frac{\eta_t(q_1+q_2)}{v}=\boxed{\frac{q_1+q_2}{v}\left(1-\varepsilon^{1-\gamma}\frac{a\delta^{\gamma}-1}{(a-1)+a\gamma(\delta-1)}\right)}$$

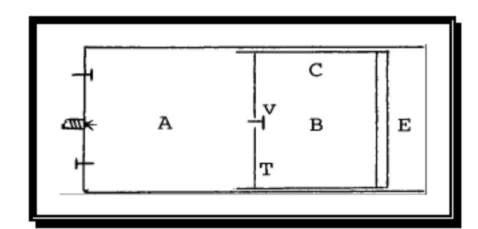
Nota: un estudio interesante que puede hacer el alumno es la comparación de rendimientos y potencias medias efectivas de los tres ciclos estudiados: Otto, Diesel y dual.

10.4- El ciclo de comparación de un motor de combustión interna es el que se describe a continuación (véase figura). Se supone que el fluido termodinámico se comporta como un gas perfecto.

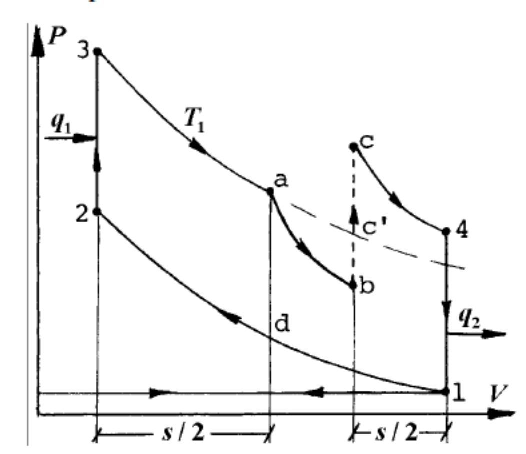
El cilindro–émbolo tiene una camisa **C** fija al émbolo **E** y que se mueve con él. No existen rozamientos.

Alojado en la camisa existe un tabique **T** que puede deslizarse sobre ella. **T** separa las cámaras **A** y **B**, que pueden comunicarse entre sí o aislarse mediante la válvula **v**. Durante la fase de compresión, **v** está abierta; **A** y **B** son de igual volumen; y **T** se desliza libremente sobre la camisa, siendo la compresión isoentrópica. Igualmente, **v** sigue abierta durante la fase isócora de aportación de vapor y durante la primera mitad de la carrera isoentrópica de expansión, hasta **a**, deslizándose **T** libremente y permaneciendo **A** igual a **B**. En este momento se inmoviliza **T**, quedando fijo respecto del cilindro, y se cierra **v**. **E** continúa su carrera hasta **b**, situado un cuarto de carrera antes del punto muerto inferior (PMI). En ese momento, y siguiendo **T** fijo al cilindro, se abre **v**, y el gas pasa (se supone que instantáneamente) de **A** a **B** hasta equilibrar presiones y temperaturas. Entonces se libera **T**, continuando la expansión isoentrópica hasta **4**. Se pide:

1) Rendimiento térmico del ciclo "imperfecto" descrito, conocidos c_v, T_1, q_1 (calor específico aportado), γ (exponente adiabático del gas) y ε (índice de compresibilidad volumétrica).
2) Aplicación numérica para los valores: $c_v = 0{,}17$ kcal / kg K; $T_1 = 300$ K; $q_1 = 510$ kcal / kg; $\gamma = 1{,}4$; $\varepsilon = 7$.
3) Rendimiento del ciclo perfecto isócoro isoentrópico (ciclo de Otto) con $\varepsilon = 7$, y pérdida, en %, de rendimiento en el ciclo imperfecto, justificando su causa.



1) El diagrama (P,v) de comparación tendría la forma:



Observando cuidadosamente los procesos podemos escribir las relaciones:

$$\frac{v_1}{v_2}=\varepsilon\,;\quad \frac{v_a}{v_2}=\frac{v_1+v_2}{2v_2}=\frac{\varepsilon+1}{2};\quad \frac{v_1}{v_c}=\frac{v_1}{v_1-\dfrac{v_1-v_2}{4}}=\frac{4\varepsilon}{3\varepsilon+1}$$

$$q_1=c_v(T_3-T_2);q_2=c_v(T_1-T_4);\eta_t=\frac{q_1+q_2}{q_1}=1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}$$

En la transformación isoentrópica **1-2**:

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}=\varepsilon^{\gamma-1}\Rightarrow \underline{T_2=T_1\varepsilon^{\gamma-1}};q_1=c_v(T_3-T_2)\Rightarrow \underline{T_3=\frac{q_1}{c_v}+T_1\varepsilon^{\gamma-1}}$$

$$\frac{T_a}{T_3}=\left(\frac{v_2}{v_a}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{2}{\varepsilon+1}\right)^{\gamma-1};\underline{T_a=\left(\frac{q_1}{c_v}+T_1\varepsilon^{\gamma-1}\right)\left(\frac{2}{\varepsilon+1}\right)^{\gamma-1}}$$

Cuando el émbolo **E** está en **a** y **b**, respectivamente, con **v** cerrada y **T** inmovilizado respecto del cilindro, los volúmenes de la cámara **A** son $v_{a'}$ y $v_{b'}$:

$$v_{a'}=\frac{v_1+v_2}{4};v_{b'}=\frac{v_1+v_2}{4}+\frac{v_1-v_2}{4}=\frac{v_1}{2}\Rightarrow\frac{v_{b'}}{v_{a'}}=\frac{4v_1}{2(v_1+v_2)}=\frac{2\varepsilon}{\varepsilon+1}$$

Puesto que el gas contenido en **A** ha continuado su expansión isoentrópica entre esas dos posiciones:

$$\frac{T_{b'}}{T_a}=\left(\frac{v_{a'}}{v_{b'}}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow T_{b'}=T_a\left(\frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{q_1}{c_v}+T_1\varepsilon^{\gamma-1}\right)\left(\frac{\varepsilon+1}{2}\right)^{1-\gamma}\left(\frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon}\right)^{\gamma-1}=\underline{\left(\frac{q_1}{c_v}+T_1\varepsilon^{\gamma-1}\right)\varepsilon^{1-\gamma}}$$

Ya que la energía interna total del gas se conserva entre los instantes anterior y posterior a la apertura de **v**:

$$\frac{1}{2}c_v T_A + \frac{1}{2}c_v T_{b'} = c_v T_c \Rightarrow T_c = \frac{T_a + T_b}{2} = \underline{\frac{1}{2}\left(\frac{q_1}{c_v} + T_1\varepsilon^{\gamma-1}\right)\left[\left(\frac{2}{\varepsilon+1}\right)^{\gamma-1} + \varepsilon^{1-\gamma}\right]}$$

Al continuar, entre los puntos **c** y **4**, la expansión isoentrópica de toda la masa de gas, entre ambos estados se cumplirá:

$$\frac{T_4}{T_c} = \left(\frac{v_c}{v_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \underline{T_4 = T_c\left(\frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{q_1}{c_v} + T_1\varepsilon^{\gamma-1}\right)\left[\left(\frac{2}{\varepsilon+1}\right)^{\gamma-1} + \varepsilon^{1-\gamma}\right]\left(\frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon}\right)^{\gamma-1}}$$

Sustituyendo en la expresión del rendimiento térmico los correspondientes valores de las temperaturas obtenidas:

$$\eta_t = 1 - \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{q_1}{c_v} + T_1\varepsilon^{\gamma-1}\right)\left[\left(\frac{2}{\varepsilon+1}\right)^{\gamma-1} + \varepsilon^{1-\gamma}\right]\left(\frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon}\right)^{\gamma-1} - T_1}{\frac{q_1}{c_v}}$$

o bien:

$$\boxed{\eta_t = 1 - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{T_1 c_v}{q_1}\varepsilon^{\gamma-1}\right)\left[\left(\frac{2}{\varepsilon+1}\right)^{\gamma-1} + \varepsilon^{1-\gamma}\right]\left(\frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon}\right)^{\gamma-1} + \frac{T_1 c_v}{q_1}}$$

2) Sustituyendo en esta expresión los valores dados se obtiene:

$$\boxed{\eta_t = 0{,}528572}$$

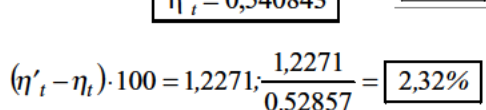
3) El ciclo de Otto reversible "normal" sería el representado en la figura. Para él:

$$\eta'_t = \frac{q_1 + q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

cumpliéndose:

$$\frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1} = \varepsilon^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \eta'_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_4 - T_1}\varepsilon^{1-\gamma} = \boxed{1 - \varepsilon^{1-\gamma}}$$

Para ε = 7: $\boxed{\eta'_t = 0{,}540843}$



De modo que: $(\eta'_t - \eta_t)\cdot 100 = 1{,}2271; \frac{1{,}2271}{0{,}52857} = \boxed{2{,}32\%}$

En efecto, se produce una pérdida de rendimiento en el ciclo isócoro–adiabático "imperfecto" descrito según el enunciado, frente al isócoro–isoentrópico teórico de Otto con el mismo índice de compresión volumétrica.

La causa de esta pérdida es la irreversibilidad que se introduce en el ciclo por la alteración que se produce en la isoentrópica "superior". Al abrir instantáneamente **v**, poniendo en comunicación **A** y **B**, que se encuentran a distintas presiones y temperaturas, la conservación de la energía interna en esa fase del proceso, sin producción de trabajo, hace que la temperatura alcanzada por el gas (en **c**) sea superior a la que habría alcanzado en la transformación reversible (en **c´**), y ello origina que la cesión de calor q_2 sea mayor en el ciclo corregido que en el teórico de Otto, para iguales aportaciones de calor e índices de compresibilidad volumétricos.

10.5- Un motor de combustión interna consume gas natural y acciona un generador eléctrico de 4,5 MW de potencia. La composición del gas natural es: 85% CH_4 y 15% C_2H_6. La combustión se realiza con un coeficiente de exceso de aire λ, y los humos salen a 380ºC y con un 12% (molar) de O_2. El rendimiento mecánico global η_m = 0,9; rendimiento eléctrico η_e = 0,95. La refrigeración se hace con agua que entra al circuito a 25ºC y sale a 80ºC, a P = cte. = 1 atm. Su calor específico se tomará c = 1 cal / k K = cte. La combustión se supone completa, y todas las sustancias gaseosas se supondrán, para mayor simplicidad de la solución, con comportamiento de gas perfecto biatómico (c_p = 7 cal / mol K). El comburente es aire de composición molar 21% O_2, 79% N_2; y entra, al igual que el combustible, en condiciones estándar (25ºC y 1 atm). En el motor hay una fuga a la atmósfera de un 5% de la potencia calorífica, por defecto en el aislamiento térmico, y un 25% se cede al agua de refrigeración. Se pide:

1) Coeficiente de exceso de aire en la combustión y composición molar de los humos.
2) Temperatura de rocío de los humos.
3) Poder calorífico del combustible, en kcal / mol de combustible.
4) Consumo de combustible en Nm^3 / h.
5) Flujo de agua de refrigeración en t / h.

Operar con 1 cal = 4,19 J; 1 atm = 1,013 bar. Utilizar la tabla correspondiente de entalpías de formación estándar.

1)

				Humos (mol / mol de cble.)			
i	x_i	Reacción	O_2 neces. (mol O_2 / mol comb.)	CO_2	H_2O	O_2 (del aire)	N_2 (del aire)
CH_4	0,85	$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$	0,85·2 = 1,7	0,85	0,85·2=1,7		
C_2H_6	0,15	$C_2H_6 + 7/2\,O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$	0,15·7/2 = 0,525	0,15·2=0,3	0,15·3=0,45		
Σ			2,225	1,15	2,15		
						$(\lambda-1)\cdot 2{,}225$	$\lambda \cdot 2{,}225 \cdot \frac{79}{21}$

$$\frac{N_{O_2}}{\Sigma N_{i,h}} = x_{O_2}(en\ humos) = 0{,}12 = \frac{(\lambda-1)\cdot 2{,}225}{1{,}15 + 2{,}15 + (\lambda-1)\cdot 2{,}225 + \lambda \cdot 2{,}225 \cdot 79/21} \Rightarrow \boxed{\lambda = 2{,}47}$$

$$\boxed{x_{O_2} = 0{,}12}\ ; \quad x_{CO_2} = \frac{1{,}15}{27{,}257} = \boxed{0{,}0422}\ ; \quad x_{H_2O} = \frac{2{,}15}{27{,}257} = \boxed{0{,}079}$$

$$x_{N_2} = 1 - (0{,}12 + 0{,}0422 + 0{,}079) = \boxed{0{,}7588}$$

2) $$P_v\,(\text{H}_2\text{O en humos}) = 1{,}013 \cdot 0{,}079 = 0{,}08$$

En la tabla del agua saturada se comprueba que esta presión corresponde a la de saturación a la temperatura de 314,5 K. De modo que:

$$\boxed{T_{PR} = 314{,}5\ \text{K} = 41{,}5^{\text{o}}\,\text{C}}$$

3) $$h_I^0 = \Delta h^0_{f,CO_2(g)} + 2\Delta h^0_{f,H_2O(g)} - \Delta h^0_{f,CH_4(g)} \underset{(\text{tabla})}{=}$$

$$= -94052 + 2 \cdot (-57798) - (-17889) = \underline{-191759\ kcal/kmol}$$

$$h_{II}^0 = 2\Delta h^0_{f,CO_2(g)} + 3\Delta h^0_{f,H_2O(g)} - \Delta h^0_{f,C_2H_6(g)} \underset{(\text{tabla})}{=}$$

$$= 2 \cdot (-94052) + 3 \cdot (-57798) - (-20236) = \underline{-341262\ kcal/kmol}$$

$$PCI = -\left(0{,}85 \cdot h_I^0 + 0{,}15 \cdot h_{II}^0\right) = 214184{,}45\,kcal/kmol\ cble. = \boxed{214{,}2\ kcal/mol\ cble.}$$

4) Balance de energía, siendo $\dot{N}$ el número de kmol de combustible quemados por segundo:

$$\dot{N} \cdot PCI \cdot (1 - 0{,}05 - 0{,}25) = \frac{\dot{W}}{\eta_m \eta_e} + \dot{N}\,N_h c_p (T_h - T_a)$$

Sustituyendo:

$$\dot{N} \cdot 214184{,}45 \cdot 4{,}19 \cdot 0{,}7 = \frac{4500}{0{,}9 \cdot 0{,}95} + \dot{N} \cdot 27{,}257 \cdot 7 \cdot (380 - 25) \cdot 4{,}19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \dot{N} = 0{,}0153\frac{\text{kmol}}{\text{s}} = \underline{55{,}016\frac{\text{kmol cble.}}{\text{h}}}$$

Suponiendo comportamiento ideal para todos los gases:

$$P\dot{V} = \dot{N}RT\ ; \quad 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot \dot{V} = 55\,016 \cdot 2 \cdot 4{,}19 \cdot 273 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{V} = 1\,242{,}5\ \text{Nm}^3/\text{h}}$$

5) El 25% del calor generado en la combustión se cede al agua de refrigeración:

$$0{,}25 \cdot \dot{N} \cdot 214184{,}45 = \dot{m}_{ag}\,c_{ag}\,(T_{sal} - T_{ent}) = \dot{m}_{ag} \cdot 1 \cdot 55 \Rightarrow \underline{\dot{m}_{ag} = 53{,}56\ t/h}$$

CAPÍTULO XI

Termodinámica del Aire Húmedo. Aplicación al acondicionamiento del Aire Húmedo y Secaderos.

11. PROBLEMAS RELATIVOS A:

TERMODINÁMICA DEL AIRE HÚMEDO. APLICACIÓN AL ACONDICIONAMIENTO DEL AIRE HÚMEDO Y SECADEROS.

11.1- El aire seco es una mezcla ideal de gases cuya composición molar es: 0,7809 N_2; 0,2095 O_2; $0{,}93\cdot 10^{-2}$ Ar; $0{,}03\cdot 10^{-2}$ CO_2. El aire húmedo (aire atmosférico) es una mezcla de aire seco y vapor de agua. Al estudiar el aire húmedo, se considera que tanto el aire seco como el vapor de agua se comportan como gases perfectos.

Consideremos un aire húmedo a 20ºC y 783 torr de presión total, siendo $P_v = 0{,}017$ bar la presión parcial del vapor de agua. Se pide:

1) Humedad absoluta X y densidad del aire húmedo.
2) Humedad relativa H_r (o estado higrométrico).
3) Temperatura a la que habrá que enfriar isobáricamente el aire para que se inicie la condensación del vapor de agua (punto de rocío).

Datos: $R = 8{,}3$ J / mol K; 1 atm = 760 torr = 1,013 bar.

Cálculo de la masa molecular media del aire seco M_a:

Comp.	M_i	X_i (%)	$M_i x_i$
N_2	28	78,09	21,86
O_2	32	20,95	6,70
Ar	40	0,93	0,37
CO_2	44	0,03	0,01
Σ		1	$M_a = 28{,}94$

De la tabla del agua saturada se obtiene: $P_s = 0{,}023$ bar.

1)

$$X = \frac{\text{masa de vapor}}{\text{masa de aire seco}} = \frac{m_v}{m_a} = \frac{N_v M_v}{N_a M_a} = \frac{P_v}{P_a}\cdot\frac{M_v}{M_a} = \frac{M_v}{M_a}\cdot\frac{P_v}{P-P_v} =$$

$$= \frac{18}{28{,}94}\cdot\frac{P_v}{P-P_v} = 0{,}622\cdot\frac{P_v}{P-P_v} = \cdots = \boxed{0{,}01}$$

que se expresará en kg de vapor / kg de aire seco. Es frecuente expresar la humedad absoluta en g de vapor / kg de aire seco. En este caso, sería: 10 g vapor / kg aire seco.

Si en un volumen V de aire húmedo hay una masa de vapor m_v y una masa de aire seco m_a:

$$\rho = \frac{m_v + m_a}{V} = \frac{m_v + m_a}{m_a R_a + m_v R_v} \cdot \frac{P}{T} = \frac{\frac{m_v}{m_a} + 1}{R_a + \frac{m_v}{m_a} R_v} \cdot \frac{P}{T} = \frac{X + 1}{R_a + X\, R_v} \cdot \frac{P}{T} =$$

$$= \frac{0{,}01 + 1}{\frac{8{,}3}{28{,}94} + 0{,}01 \cdot \frac{8{,}3}{18}} \cdot \frac{\frac{783}{760} \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}{293 \cdot 10^3} = \boxed{1{,}22 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{ de aire húmedo}}}$$

2) $$H_r = \frac{P_v}{P_s(T)} = \frac{0{,}017}{0{,}023} = 0{,}74 = \boxed{74\%}$$

3) En las tablas del agua saturada miramos a qué temperatura la presión de saturación tiene el valor de 0,017 bar. Tal temperatura es 15ºC. Es decir: 0,017 = P_s(15ºC), lo que quiere decir que el punto de rocío del aire húmedo dado es: $\boxed{15^{\text{o}}\,\text{C}}$

11.2- Una habitación de 60 m^3 herméticamente cerrada contiene aire a 1 atm y 20ºC, siendo su humedad relativa H_r = 0,6. Se pide:

1) Punto de rocío, masa de vapor m_v y masa de aire seco m_a.
2) Si se enfría dicho aire hasta 5,6ºC, determinar la cantidad da agua condensada y calcular el calor intercambiado por el aire.

1) De la tabla del agua saturada se obtiene: P_s(20ºC) = 0,02382 kp / cm^2.

$$H_r = \frac{P_v}{P_s}; \quad P_v = H_r P_s = 0{,}6 \cdot 0{,}02382 = 0{,}014292 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$$

De la tabla del agua saturada: P_v = 0,014292 kp / cm^2 es la presión de saturación correspondiente a la temperatura de 12ºC. De modo que:

$$\boxed{t_{PR} = 12^o \text{C}}; \quad m_v = \frac{P_v V}{R_v T} = \frac{0{,}014292 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4 \cdot 60 \cdot 18}{8{,}31 \cdot 293} = \boxed{621 \text{ g}}$$

$$m_a = \frac{P_a V}{R_a T} = \frac{(P - P_v)V}{R_a T} = \frac{\left(1{,}013 \cdot 10^5 - 0{,}01429 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4\right) \cdot 60}{\frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 10^3 \cdot 293} = \underline{71{,}14\ kg}$$

2) En tabla: $P'_v = P_s(5{,}6^o \text{C}) = 0{,}00925 \text{ kp / cm}^2$

$$P'_v V = m'_v R_m T' \Rightarrow \underline{m'_v = 422{,}66 \text{ g}}; \qquad P_v V = m_v R_m T \Rightarrow \underline{m_v = 620{,}95 \text{ g}}$$

$$m_{v,cond.} = m_v - m'_v = \boxed{198{,}29 \text{ g}}$$

El calor intercambiado será la variación de su energía interna, ya que suponemos que el volumen permanece constante:

$$Q = U' - U = m_a(u'_a - u_a) + m'_v u'_v + m_{v,cond.} u_l - m_v u_v$$

[Tomaremos los valores: $c_{v,a}$ (calor específico a volumen constante del aire seco) = 0,72 kJ / kg; $c_{p,v}$ (calor específico a presión constante del vapor) = 1,89 kJ / kg K; r_0 (entalpía de vaporización del agua en el punto de hielo) = 2 500 kJ / kg; para el agua líquida, c_l = 4,18 J / g K.]

$$u'_a - u_a = c_{v,a}(t' - t) = 0{,}72 \cdot (5{,}6 - 20) = -10{,}37\ kJ/kg$$

$$h'_v = r_0 + c_{p,v}\, t' = 2\,500 + 1{,}89 \cdot 5{,}6 = 2\,510{,}6 \text{ kJ / kg}$$

$$h_v = r_0 + c_{p,v}\, t = 2\,500 + 1{,}89 \cdot 20 = 2\,537{,}8 \text{ kJ / kg}$$

$$u_l = c_{v,l}\, t' = 4{,}18 \cdot 5{,}6 = 23{,}4 \text{ kJ / kg}$$

Sustituyendo:

$$Q = 71{,}14 \cdot (-10{,}37) + 0{,}423 \cdot u'_v + 0{,}198 \cdot 23{,}4 - 0{,}621 \cdot u_v = -733 + 0{,}423 \cdot u'_v - 0{,}621 \cdot u_v$$

donde: $u'_v = h'_v - P'_v\, v'_v = h'_v - R_v T'$; $u_v = h_v - P_v\, v_v = h_v - R_v T$

Sustituyendo valores:

$$u'_v = 2\,510{,}6 - \frac{8{,}31}{18} \cdot 278{,}6 = 2\,382 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; \quad u_v = 2\,537{,}8 - \frac{8{,}31}{18} \cdot 293 = 2\,402{,}5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

de modo que: $Q = -733 + 0{,}423 \cdot 2\,382 - 0{,}621 \cdot 2\,402{,}5 = \boxed{-1\,217{,}4 \text{ kJ}}$

Calor que “sale” de la habitación.

11.3- **A** y **B** son dos depósitos de paredes diatérmanas y $V_A = V_B = 40$ l, que pueden comunicarse mediante la válvula **L**, inicialmente cerrada.

A contiene 440 g de CO_2 que se supone cumple la ecuación de Van der Waals. **B** contiene aire húmedo a 1 atm de presión con una humedad absoluta de 35 g agua / kg aire seco. Se pide:

1) Cuál es el grado de saturación en **B**.
2) Se abre **L**. Calcular, una vez establecido el equilibrio, la presión final en ambos depósitos, así como su humedad relativa.
3) Calcular la variación de entropía del CO_2 en el proceso.

T_A = cte. = 20ºC.

1) En un diagrama de aire húmedo (Carrier o Mollier) leemos: Humedad absoluta de saturación a 20ºC = X_s(20ºC) = 0,015 = 15 g ag. / kg as. Así que el grado de saturación será:

$$G = 35/15 = \boxed{2{,}3 \text{ (sobresaturado)}}$$

2) Ec. de V. der W.: $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$

En la tabla correspondiente de constantes de V. der W. se obtienen los valores de a y b:

$$P_{f,CO_2} = \frac{0{,}082 \frac{\text{atm l}}{\text{mol K}} \cdot 293\,\text{K}}{8 - 0{,}0428} - \frac{3{,}609}{64} = 3\,\text{atm}$$

$$P_{i,as} = 1\text{ atm} - P_s(20^\circ\text{C}) = 0{,}98\text{ atm}\,; \quad P_{f,as} = \frac{P_{i,as}}{2} = 0{,}49\text{ atm}$$

(despreciando, si es que queda algo de líquido, el volumen de éste).

Puesto que la cantidad de agua es más del doble de la necesaria para saturar un volumen de 40 l a 20ºC, la temperatura no ha variado, y el volumen se ha duplicado: **A** y **B** seguirán saturados de vapor de agua:

$$\boxed{H_r = 1}$$

De modo que: $P_f = 3 + 0{,}49 + P_s(20^\circ\text{C}) = \boxed{3{,}51\text{ atm}}$

3) $$s = s(v,T);ds = ds_T = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv$$

Según la relación de Maxwell: $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$

$$\Rightarrow (s_2 - s_1)_{CO_2} = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{R}{v-b} dv = R ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} = \cdots = 0{,}06 \frac{atml}{mol K}$$

De modo que: $\boxed{(S_2 - S_1)_{CO_2} = 0{,}6 \frac{atml}{K}}$

11.4- Un recipiente de $V = 100$ l está lleno de aire seco a 100ºC y 71 cm de Hg de presión. Se introducen 30 g de agua y se calienta todo hasta 100ºC. Se pide:

1) Humedad relativa del aire húmedo a 100ºC.
2) Energía interna y entalpía total de la mezcla gaseosa.
3) Agua que habría que añadir para saturar el recinto a 100ºC.
4) Masa de agua que se condensaría si, estando el recinto saturado a 100ºC, se enfría hasta 20ºC.

1) El aire seco y el vapor de agua se consideran con comportamiento de G. P. biatómico.

$$P_v = \frac{m_v r_v T}{V} = \frac{30\text{ g}\cdot 0{,}082\,\text{atm l / mol K}\cdot 373\,\text{K}}{18\text{ g / mol}\cdot 100\text{ l}} = \underline{0{,}51\text{ atm}}$$

Humedad relativa: $H_r = \dfrac{P_v}{P_s(100^\circ\text{C})} = \dfrac{0{,}51}{1} = \boxed{51\%}$

2) Entalpía total del aire húmedo:

$$H = m_a h_a + m_v h_v = m_a c_{p,a} t + m_v \left(r_0 + c_{p,v} t\right)$$

Cálculo de la masa de aire seco:

$$m_a = \frac{P_a V}{R_a T} = \frac{\dfrac{710}{750}\cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{\dfrac{8{,}31}{28{,}9}\cdot 10^3 \cdot 273} = 0{,}12\text{ kg}$$

Sustituyendo valores se obtiene: $\boxed{H = 92{,}63\text{ kJ}}$

$$U = H - PV = H - \left(m_a R_a + m_v R_v\right)T = \cdots = \boxed{74{,}59\,kJ}$$

3) La presión parcial del vapor habrá de ser la de saturación a 100ºC. Por tanto:

$$m'_v = \frac{P_s(100^\circ\text{C})\cdot V}{R_v T} = \cdots = 58{,}8\text{ g}$$

Por tanto, hay que añadir: $m'_v - m_v = \boxed{28{,}2\text{ g}}$

4) De la tabla del agua saturada se obtiene: P_s(20ºC) = 23,37 mbar; luego:

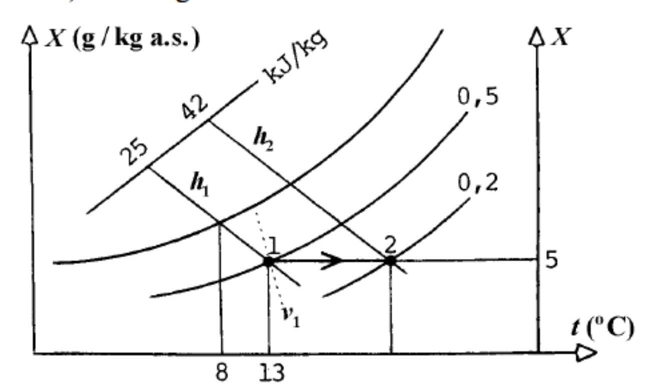
$$m''_v = \frac{P_s(20^{\circ}\mathrm{C})\cdot V}{R_v T} = \cdots = 1{,}73\ \mathrm{g}$$

Así que se condensarán: $58{,}8 - 1{,}73 = \boxed{57{,}07\ \mathrm{g}}$

11.5- Un caudal de aire $\dot{V} = 152\ \text{m}^3/\text{min}$ cuya humedad relativa es del 50% y su temperatura de bulbo húmedo 8ºC, se calienta hasta que su humedad relativa sea del 20%. A continuación, en una cámara adiabática de corrientes paralelas en la que la presión es de 1 atm, se pone en contacto dicho caudal de aire húmedo con un caudal de agua líquida de 1,5 kg / s, siendo la temperatura del agua a la entrada de la cámara 18ºC. Se pide:

1) Calor cedido al aire por unidad de tiempo antes de llegar a la cámara. Utilícese el diagrama psicrométrico (Carrier).
2) Suponiendo que el aire y el agua salen de la cámara adiabática a la misma temperatura y que el aire está saturado, determinar dicha temperatura a la salida.

1) Esquemáticamente, en el diagrama de Carrier:



Se lee, para un aire de $H_r = 0{,}5$ y $t_{bh} = 8$ºC:

$$v_1 = 0{,}823\ \text{m}^3/\text{kg}\,; \quad X = 5\ \text{g/kg a.s.}\,; \quad t = 13^\circ\text{C (temperatura seca)}$$

$$h_1 = 25\ \text{kJ/kg a.s.}\,; \quad h_2 = 42\ \text{kJ/kg a.s.}$$

El caudal másico de aire seco será:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}}{v_1} = \frac{152}{0{,}823} = 184{,}7\,\frac{\text{kg a.s.}}{\text{min}}$$

Puesto que la presión es constante, el calor intercambiado es la variación de entalpía:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a(h_2 - h_1) = 184{,}7 \cdot (42 - 25) = 3140\ kJ/min = \boxed{52{,}3\ kW}$$

2) Balance de energía en la cámara:

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_l h_l = \dot{m}_a h_{2,s} + \dot{m}'_l\, h'_l \qquad [1]$$

Balance de masa de agua en la cámara:

$$\dot{m}_a X_1 + \dot{m}_l = \dot{m}_a X_{2,s} + \dot{m}'_l \qquad [2]$$

Sustituyendo [2] en [1]:

$$h_1 + \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_a} h_l = h_{2,s} + \left(\frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_a} + X_1 - X_{2,s} \right) h'_l \Rightarrow 25 + \frac{1{,}5 \cdot 60}{184{,}7} \cdot 4{,}18 \cdot 18 =$$

$$= 1{,}004 \cdot t_{2,s} + \left(2500 + 1{,}85 \cdot t_{2,s}\right) X_{2,s} + \left(\frac{1{,}5 \cdot 60}{184{,}7} + 0{,}005 - X_{2,s} \right) \cdot 4{,}18 \cdot t_{2,s} \qquad [3]$$

siendo:

$$X_{2,s} = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_{2,s})}{1{,}013 \cdot 10^5 - P_s(t_{2,s})}$$

El problema se resolvería numéricamente, mediante aproximaciones sucesivas. Con la tabla del agua saturada, iremos probando valores de la temperatura hasta encontrar la que satisfaga la ecuación [3], dentro del margen de error permitido.

11.6- El aire atmosférico de cierto lugar se encuentra a 760 torr y 21ºC, siendo su temperatura de punto de rocío 10ºC. Se pide:

1) Humedad absoluta, humedad relativa, grado de saturación y presión parcial del aire seco.
2) Densidad del aire atmosférico y densidad del aire seco. Comprobar que la densidad de un aire no saturado es tanto menor cuanto mayor es su contenido en humedad.
3) Volumen específico y entalpía específica del aire húmedo por unidad de masa de aire seco.
4) Energía interna por m^3 de aire atmosférico.
5) Temperatura de saturación adiabática y temperatura de bulbo húmedo. (Se puede comparar los resultados obtenidos con los leídos en un diagrama psicrométrico.)

1)

$$X = \frac{m_v}{m_a} = \frac{N_v M_v}{N_a M_a} = 0{,}622 \cdot \frac{P_v}{P - P_v} \qquad [1]$$

En la tabla de agua saturada se lee $P_v = P_s(10^\circ \text{C}) = 0{,}01227$ bar , que sustituido en [1] da:

$$\boxed{X = 7{,}626 \cdot 10^{-3} = 7{,}626 \text{ g vapor / kg a.s.}}$$

$$H_r = \frac{P_v}{P_s} \underset{(\text{tabla})}{=} \frac{0{,}01227}{0{,}0244} = \boxed{50{,}10\%}$$

Grado de saturación:

$$G = \frac{X}{X_s} = \frac{P_v}{P - P_v} \Big/ \frac{P_s}{P - P_s} = H_r \frac{P - P_s}{P - P_v} = \cdots = \boxed{0{,}444}$$

$$P_a = P - P_v = 1\,013 - 12{,}27 = \boxed{1\,000{,}73 \text{ mbar}}$$

2)

$$\rho = \frac{m_a + m_v}{V} = \frac{m_a + m_v}{m_a R_a + m_v R_v} \cdot \frac{P}{T} = \frac{1 + X}{R_a + X\, R_v} \cdot \frac{P}{T} = \cdots = \boxed{1{,}193 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$\rho_a = \frac{1{,}013 \cdot 10^5}{\frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 294} = \boxed{1{,}98 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

La densidad ρ del aire húmedo se puede expresar de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{P}{R_a T} - \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_v} \right) \frac{P_v}{T}$$

ya que: $$P_v = \frac{m_v/M_v}{m_a/M_a + m_v/M_v} P = \frac{X R_v}{R_a + X_v} P$$

y como $R_v > R_a$: $$\boxed{\rho < \rho_a}$$

3) $$v = \frac{V}{m_a} = \frac{R_v T}{P}(X + 0{,}622) = \cdots = \boxed{0{,}844 \frac{m^3}{kg\,a.s.}}$$

En efecto, comparando con el valor de la densidad ρ calculada, se encuentra:

$$\boxed{v = \frac{1}{\rho}(1 + H)}$$

Entalpía específica del aire húmedo por kg de aire seco:

$$h = \frac{H}{m_a} = \frac{m_a h_a + m_v h_v}{m_a} = h_a + X h_v = c_{p,a} t + X(r_0 + c_{p,v} t) = \cdots = \boxed{40{,}44 \frac{kJ}{kg}}$$

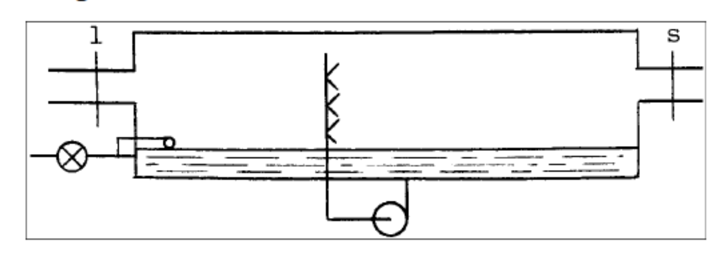
4) $$u = h - Pv = (h_a + X h_v) - (R_a + X R_v)T ; U = m_a u = \frac{P_a V}{R_a T}[h - (R_a + X R_v)T] =$$

$$= \frac{(1{,}013 - 0{,}01227) \cdot 10^5 \cdot 1}{\frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 294 \cdot 10^3} \cdot \left[40{,}447 - \left(\frac{8{,}31}{28{,}9} + \frac{8{,}31}{18} \cdot 7{,}626 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 294\right] = \boxed{-54{,}1\, kJ}$$

También se puede escribir:

$$U = U_a + U_v = m_a u_a + m_v u_v = \frac{P_a V}{R_a T} u_a + \frac{P_v V}{R_v T} u_v = \frac{P_a V}{R_a T}(h_a - R_a T) + \frac{P_v V}{R_v T}(h_v - R_v T)$$

5) Balance de energía en la cámara de saturación adiabática:



$$h_{a,1} + X_1 h_{v,1} + (X_s - X_1) c_l t_{sa} = h_{as} + X_s (r_0 + c_{p,v} t_{sa})$$

$$(c_{p,a} + X_1 c_{p,v})(t_1 - t_{sa}) = (X_s - X_1)(c_{p,v} t_{sa} + r_0 - c_l t_{sa})$$

$$\Rightarrow t_{sa} = t_1 - \frac{(X_s - X_1)(c_{p,v}t_{sa} + r_0 - c_l t_{sa})}{c_{p,a} + X_1 c_{p,v}} = t_1 - \frac{(X_s - X_1)\cdot r(t_{sa})}{c_{p,a} + X_1 c_{p,v}}$$

El cálculo numérico lo haremos por aproximaciones sucesivas:

$$x_{p,a} + X\,c_{p,v} = 1{,}004 + 7{,}626\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}86 = 1{,}0182 \text{ kJ / kg}$$

$$t_{s,a} = 21 - \frac{\left(\dfrac{P_s(t_{sa})}{1{,}013\cdot 10^3 - P_s(t_{sa})}\cdot 0{,}622 - 7{,}626\cdot 10^{-3}\right)\cdot r(t_{sa})}{1{,}0182} \qquad [2]$$

Para t_{sa} = 20ºC, buscando en las tablas la P_s y la r correspondientes a esa temperatura, y sustituidas en [2], se obtiene t_{sa} = 3,98ºC; evidentemente, muy alejada de la t_{sa} supuesta.

Para t_{sa} = 15ºC, operando de igual modo, se obtiene de [2] el valor t_{sa} = 13,69ºC.

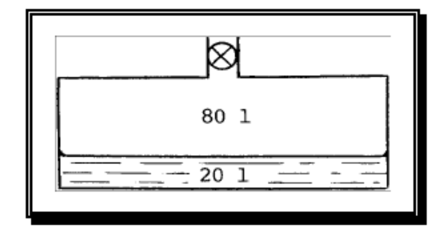
Para t_{sa} = 14ºC se obtiene el valor t_{sa} = 14,7ºC.

Adoptamos como solución suficientemente aproximada:

$$\boxed{t_{sa} \approx t_{bh} = 14{,}5^{\circ}\,\text{C}}$$

11.7- Un depósito de 100 l de capacidad, comunicado con la atmósfera mediante una válvula, contiene en un instante dado 20 l de agua líquida. La temperatura y la presión ambientales son 298 K y 750 torr, y la presión parcial del vapor de agua en el aire atmosférico es 15 mbar. En ese instante se cierra la válvula. Admitiendo la aproximación de gas ideal para el vapor de agua:

1) Determinar la masa de agua que se evapora, suponiendo totalmente despreciable la variación de volumen ocupado por el agua líquida. Suministrando suficiente cantidad de calor, ¿podría hervir el agua en el depósito? Justificar la respuesta sobre un diagrama (P,T) esquemático del agua.
2) A continuación se calienta el agua del depósito hasta que su temperatura sube a 50ºC. Determinar la masa de agua en fase de vapor a esa temperatura. Considérese la densidad del agua líquida constante igual a $1\ g/cm^3$.
3) Manteniendo constante esa temperatura de 50ºC, se abre la válvula, y mediante una bomba se extrae aire húmedo hasta que la presión en el interior del depósito sea de 0,1 bar, volviéndose a cerrar la válvula. Describir el proceso que a continuación tiene lugar y calcular la masa de vapor de agua extraída, suponiendo que el período de funcionamiento de la bomba es tan breve que no hay vaporización apreciable durante ese tiempo. Determinar también la masa de vapor que queda en el depósito una vez alcanzado el equilibrio, así como la presión final y la masa total de agua.
4) Suponiendo que la bomba considerada en el apartado anterior fuera capaz de hacer el vacío absoluto, describir la sucesión de estados por los que va pasando el agua, si se enfría de forma cuasiestática hasta una temperatura final de -10ºC; y calcular el título de vapor cuando la temperatura sea de 50ºC.



1) De la tabla del agua saturada: $P_s(5ºC) = 8{,}7$ mbar; $P_s(25ºC) = 32$ mbar; $P_s(50ºC) = 123$ mbar.

En el instante de cerrar la válvula, la presión parcial del vapor en el depósito será naturalmente igual a la exterior: $P_{v,1} = 0{,}015$ bar.

Puesto que $P_{v,1} < P_s(25ºC)$, se producirá una vaporización hasta que la presión del vapor se iguale a la de saturación a 25ºC.

$$\left.\begin{array}{l} P_{v,1}V_1 = N_{v,1}RT_1 \\ P_sV_1 = N_sRT_s \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{N_s}{N_{v,1}} = \frac{P_s}{P_{v,1}}, \text{ya que} T_s = T_1$$

$$m_s = m_{v,1}\frac{P_s}{P_{v,1}}; m_s - m_{v,1} = m_{v,1}\left(\frac{P_s}{P_{v,1}} - 1\right) \qquad [1]$$

$$m_{v,1} = \frac{P_{v,1}V_1}{R_vT_1} = \frac{0{,}015 \cdot 10^5 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}{\frac{8{,}31}{18} \cdot 298} = 0{,}872 \text{ g}$$

Sustituyendo este valor en [1]:

$$m_s - 0{,}872 = 0{,}872 \cdot \left(\frac{32}{15} - 1\right) \Rightarrow m_s = 1{,}860 \, g$$

que será la masa total de agua en estado de vapor una vez alcanzado el equilibrio.

La masa de agua evaporada será:

$$m_s - m_{v,1} = 1{,}86 - 0{,}872 = \boxed{0{,}988 \text{ g}}$$

Para que haya ebullición tiene que ocurrir que la presión total exterior sea igual o inferior a la de saturación para la temperatura considerada, esto es: $P_t < P_s(T)$.

En la situación que estudiamos: $P_t = P_{a,1} + P_{v,1} = P_{a,1} + P_s(T)$

Evidentemente, siempre será $P_t > P_s(T)$ cualquiera que sea T, luego es imposible la ebullición en un recipiente cerrado que contenga aire, o cualquier otro gas, además de vapor de agua.

2) Hay una vaporización hasta que $P_{v,2}$ = P_s(50ºC) = 123 mbar.

$$P_{e,2}V_2 = m_{v,2}R_vT_2 \qquad [2]$$

$$V_2 = V_1 + \frac{m_{v,2} - m_{v,1}}{\rho_l}$$

Sustituyendo V_2 y $P_{v,2}$ en [2] obtenemos:

$$P_s(50^o C)\cdot\left(V_1 + \frac{m_{v,2} - m_{v,1}}{\rho_l}\right) = m_{v,2}R_vT_2 ; m_{v,2}\left(R_vT_2 - \frac{P_s(50^o C)}{\rho_l}\right) = P_s(50^o C)\cdot\left(V_1 - \frac{m_{v,1}}{\rho_l}\right)$$

$$\Rightarrow m_{v,2} = \frac{P_s(50^o C)\cdot\left(V_1 - \frac{m_{v,1}}{\rho_l}\right)}{R_vT_2 - \frac{P_s(50^o C)}{\rho_l}} = \cdots = \boxed{6{,}598\, g}$$

3) En primer lugar hay una ebullición hasta que la presión total sea 0,123 bar. A continuación hay una evaporación hasta que la presión parcial del vapor coincida con la presión de saturación a esa temperatura.

Masa de vapor extraída:

$$\left.\begin{array}{l} P_{v,2}V = m_{v,2}R_vT_2 \\ P_{v,3}V = m_{v,3}R_vT_3 \end{array}\right\} ; T_3 = T_2 ; P_{v,3} + P_{a,3} = P_3 \Rightarrow \frac{m_{v,3}}{m_{v,2}} = \frac{P_{v,3}}{P_{v,2}} ; m_{v,2} - m_{v,3} = m_{v,2}\left(1 - \frac{P_{v,3}}{P_{v,2}}\right)$$

Y, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} P_s(50^o C) = P_{v,2} = x_{v,2}P_2 \\ P_{v,3} = x_{v,3}P_3 \end{array}\right\} ; x_{v,2} = x_{v,3} \Rightarrow \frac{P_{v,3}}{P_{v,2}} = \frac{P_3}{P_2}$$

$$M_{v,2} - M_{v,3} = 6{,}598\cdot\left(1 - \frac{0{,}10}{1{,}196}\right) = \boxed{6{,}046 g} = \textit{masa de vapor extraída.}$$

En el estado final, la presión de vapor coincidirá con la de saturación a 50ºC:

$$P_s(50^o\text{C})\cdot V = m_{v,4}R_vT_4 \quad \Rightarrow \quad m_{v,4} = \cdots = \boxed{6{,}598\text{ g}} = \text{masa de vapor que queda.}$$

En el estado final la presión parcial del aire seco será:

$$P_{a,4} = P_{a,3} = P_{a,2}\frac{P_3}{P_2} = 1{,}073\cdot\frac{0{,}10}{1{,}196} = 0{,}090 \text{ bar}$$

Por tanto: $P_4 = P_{a,4} + P_s(50^o\text{C}) = \boxed{0{,}213\text{ bar}}$

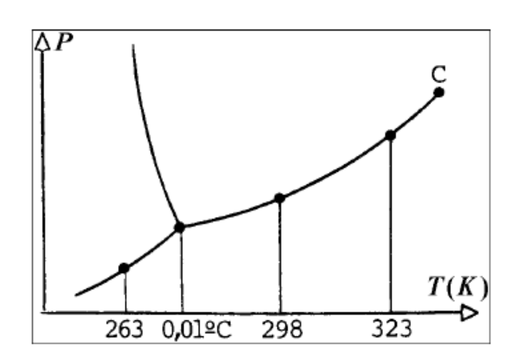
La masa total de agua en el estado final será:

$$m_{H_2O} = 20\,kg + m_{v,1} - (m_{v,2} - m_{v,3}) = 20000 + 0{,}872 - 6{,}046 = \boxed{19{,}994\,kg}$$

4) $$v = V/m = 100/19{,}994 = 5{,}001 \text{ dm}^3 / \text{kg}$$

Al hacer el vacío absoluto, habrá una ebullición hasta que la presión del vapor sea la de saturación. Tenemos ahora un vapor húmedo (líquido + vapor en equilibrio) cuya temperatura va disminuyendo hasta 0,01ºC. A partir de esa temperatura, el sistema es un equilibrio sólido–vapor.

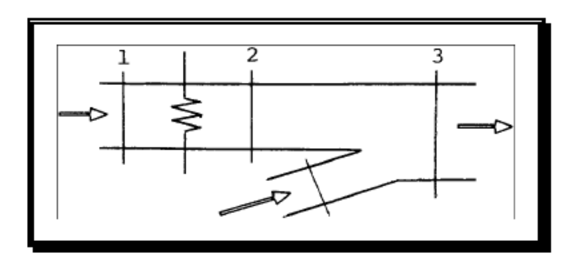
Título a 50ºC: $$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} \underset{(tabla\text{-}50^{\circ}C)}{=} \frac{5{,}001 - 1}{147{,}15 - 1} = \boxed{2{,}7 \cdot 10^{-2}}$$



11.8- Se toma del exterior un caudal de aire de 1 200 kg/h a 2ºC con una humedad relativa 70%, haciéndolo pasar por un radiador donde se calienta hasta 12ºC. Se pide:

1) Humedades relativa y absoluta del aire a la salida del radiador, así como el calor cedido por éste.
2) A continuación se mezcla ese aire con otro a 20ºC saturado de humedad y en proporción tal que el caudal másico de aire saturado es doble. Determinar la temperatura y humedad relativa del aire resultante de la mezcla.

Se considerará que la presión total es en todo momento constante e igual a 10 atm.



1)
$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(2^\circ\text{C})}{\dfrac{P}{H_{r,1}} - P_s(2^\circ\text{C})} = 0{,}622 \cdot \frac{6{,}5}{\dfrac{1013}{0{,}7} - 6{,}5} = 3 \cdot 10^{-3} = 3 \frac{\text{g vapor}}{\text{kg a.s.}}$$

$$X_1 = X_2 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(12^\circ\text{C})}{P/H_{r,2} - P_s(12^\circ\text{C})} \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_{r,2} = 0{,}36}$$

En el diagrama de Carrier del aire húmedo:

$$\left.\begin{matrix} t_1 = 2^\circ C \\ H_{r,1} = 0{,}7 \end{matrix}\right\} \Rightarrow h_1 = 10 \frac{kJ}{kg\,a.s.}; \left.\begin{matrix} t_2 = 12^\circ C \\ H_{r,2} = 0{,}36 \end{matrix}\right\} \Rightarrow h_2 = 21 \frac{kJ}{kg\,a.s.}$$

Caudal másico de aire húmedo:

$$\dot{m} = \dot{m}_a (1 + X_1) \Rightarrow \dot{m}_a = \frac{1200}{1 + 0{,}0032} = 1196{,}4 \frac{kg}{h}$$

A presión constante, el calor intercambiado es la variación de entalpía del aire húmedo:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = 1196{,}4 \cdot (21 - 10) = \boxed{13160{,}4\ kJ/h}$$

2) $$X_2 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(20^\circ\text{C})}{P - P_s(20^\circ\text{C})} = 0{,}622 \cdot \frac{23{,}67}{1\,013 - 23{,}67} = 0{,}015 = 15\,\frac{\text{g vapor}}{\text{kg a.s.}}$$

Según el enunciado:

$$\dot{m}_{as}(1 + X) = 2\dot{m} \Rightarrow \dot{m}_{as} = \frac{2 \cdot 1200}{1 + 0{,}015} = 2364{,}5\,\frac{kg\,a.s.}{h}$$

En el diagrama de Carrier se lee: h_s = 57 kJ / kg a.s.

Balances de masa y energía en el mezclado adiabático de ambos caudales:

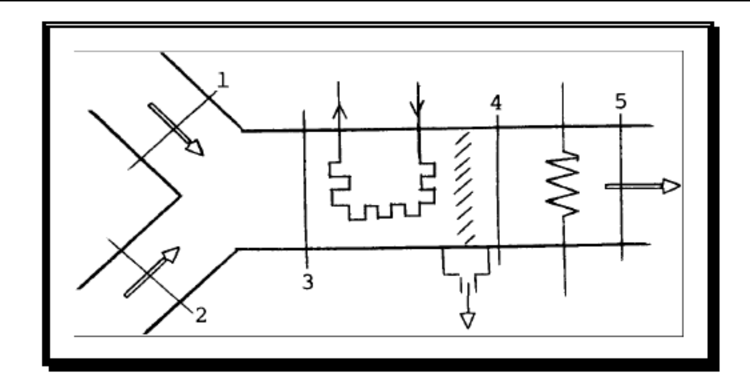
$$\left.\begin{array}{l}\dot{m}_{as}X_s + \dot{m}_a X_2 = (\dot{m}_a + \dot{m}_{as})X_3 \\ \dot{m}_{as}h_s + \dot{m}_a h_2 = (\dot{m}_a + \dot{m}_{as})h_3\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} X_3 = \dfrac{2364{,}5 \cdot 0{,}015 + 1196{,}4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{2364{,}5 + 1196{,}4} = \underline{0{,}011} \\ h_3 = \dfrac{2364{,}5 \cdot 57 + 1196{,}4 \cdot 21}{2364{,}5 + 1196{,}4} = \underline{44{,}9\ kJ/kg\ a.s.}\end{array}\right.$$

Buscando en el diagrama de Carrier el punto de intersección de las isolíneas X_3 = 0,011 y h_3 = 44,9 kJ / kg a.s., se leen para dicho estado:

$$\boxed{t_3 = 17^\circ\text{C}} \qquad \boxed{H_{r,3} = 85\%}$$

11.9- En una instalación de aire acondicionado se mezcla un caudal de $\dot{V}_1 = 250\ \text{m}^3/\text{h}$ de aire a $t_1 = 38$ºC y humedad relativa $H_{r,1} = 78\%$ con un caudal de $\dot{V}_2 = 70\ \text{m}^3/\text{h}$ de aire recirculado a $t_2 = 26$ºC y humedad relativa $H_{r,1} = 60\%$. El aire resultante de la mezcla se hace pasar por una batería de frío, donde se enfría y parte del vapor condensa, un separador de humedad y finalmente una batería de calor, siendo las condiciones del aire a la salida de 21ºC y 48% de humedad relativa. Determinar, mediante cálculo (usando la tabla necesaria):

1) Estado del aire resultante de la mezcla de ambos caudales.
2) Cantidad de agua condensada por hora.
3) Calor intercambiado por el aire en las baterías de frío y de calor, por unidad de tiempo.
4) Si se mezcla el aire de menor temperatura con vapor vivo, ¿cuál debería ser la temperatura del vapor para que el aire resultante quedara en las mismas condiciones que anteriormente?



1) Calculemos las humedades absolutas en **1** y **2**:

$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_1)}{P/H_{r,1} - P_s(t_1)} = 0{,}622 \cdot \frac{66{,}84}{1\,013/0{,}78 - 66{,}84} = 33{,}7 \cdot 10^{-3} = 33{,}7 \frac{\text{g vapor}}{\text{kg a.s.}}$$

$$X_2 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_2)}{P/H_{r,2} - P_s(t_2)} = 0{,}622 \cdot \frac{33{,}28}{1\,013/0{,}6 - 33{,}28} = 12{,}5 \cdot 10^{-3} = 12{,}5 \frac{\text{g vapor}}{\text{kg a.s.}}$$

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= (X_1 + 0{,}622) \cdot R_v T_1 / P = \cdots = 0{,}929\ m^3/kg \\ v_2 &= (X_2 + 0{,}622) \cdot R_v T_2 / P = \cdots = 0{,}86\ m^3/kg \end{aligned}\right\}$$

Cálculo de los caudales másicos de aire seco en **1** y **2**:

$$\dot{m}_{a,1} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \cdots = 269{,}1 \frac{\text{kg a.s}}{\text{h}}; \qquad \dot{m}_{a,2} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} = \cdots = 80{,}92 \frac{\text{kg a.s}}{\text{h}}$$

Balance de masa en la cámara de mezcla:

$$\left.\begin{array}{l} \dot{m}_{a,1}X_1 + \dot{m}_{a,2}X_2 = \dot{m}_{a,3}X_3 \\ \dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_{a,3} \end{array}\right\} \Rightarrow X_3 = \frac{\dot{m}_{a,1}X_1 + \dot{m}_{a,2}X_2}{\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}} = \cdots = 28{,}79 \cdot 10^{-3}$$

Entalpía específica de los aires húmedos en **1** y **2** por kg de aire seco:

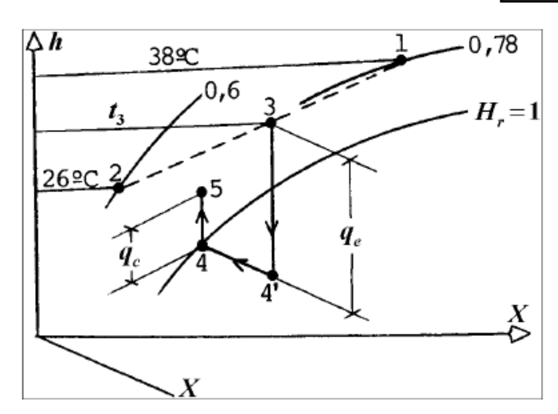
$$h_1 = c_{p,a}t_1 + X_1(r_0 + c_{p,v}t_1) = 1{,}004 \cdot 38 + 33{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 38) = 124{,}78 \ kJ/kg \ a.s.$$

$$h_2 = c_{p,a}t_2 + X_2(r_0 + c_{p,v}t_2) = 1{,}004 \cdot 26 + 12{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 26) = 57{,}95 \ kJ/kg \ a.s.$$

Balance de energía en la cámara de combustión:

$$\left.\begin{array}{l} \dot{m}_{a,1}h_1 + \dot{m}_{a,2}h_2 = \dot{m}_{a,3}h_3 \\ \dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_{a,3} \end{array}\right\} \Rightarrow h_3 = \frac{\dot{m}_{a,1}h_1 + \dot{m}_{a,2}h_2}{\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}} = 109{,}33 \frac{kJ}{kg a.s.}$$

$$h_3 = 109{,}33 = 1{,}004 \cdot t_3 + 28{,}79 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot t_3) \Rightarrow \boxed{t_3 = 35{,}30^o \ C}$$



2) $$X_4 = X_5 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(21^o\text{C})}{P/H_{r,5} - P_s(21^o\text{C})} \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{25{,}03}{1\,013/0{,}48 - 25{,}03} = 7{,}46 \cdot 10^{-3}$$

De modo que el agua condensada por hora será:

$$\dot{m}_{ag} = \dot{m}_{a,3}(X_3 - X_4) = 350{,}03 \cdot (28{,}79 - 7{,}64) \cdot 10^{-3} = \boxed{7{,}4 \ kg/h}$$

3) $$\dot{Q}_c = \dot{m}_{a,3}(h_5 - h_4); h_5 = 1{,}004 \cdot 21 + 7{,}46 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 21) = 40{,}02 \ kJ/kg \ a.s.$$

$$X_4 = 7{,}46 \cdot 10^{-3} = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_4)}{1\,013 - P_s(t_4)} \Rightarrow P_s(t_4) = 12 \text{ mbar} \underset{(\text{tabla})}{\Rightarrow} t_4 = 9{,}5^o\text{C}$$

$$h_4 = 1{,}004 \cdot 9{,}5 + 7{,}46 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 9{,}5) = 28{,}32 \ kJ/kg \ a.s.$$

De modo que: $\dot{Q}_c = 350{,}03 \cdot (40{,}02 - 28{,}32) = \boxed{4095{,}3\ kJ/h}$

Igualmente: $\dot{Q}_f = \dot{m}_{a,3}(h_4 - h_3) + \dot{m}_{a,3}(X_3 - X_4)h_l \approx$

$$\approx \dot{m}_{a,3}(h_4 - h_3) = 350{,}03 \cdot (28{,}32 - 109{,}33) = \boxed{-28355{,}12\ kJ/h}$$

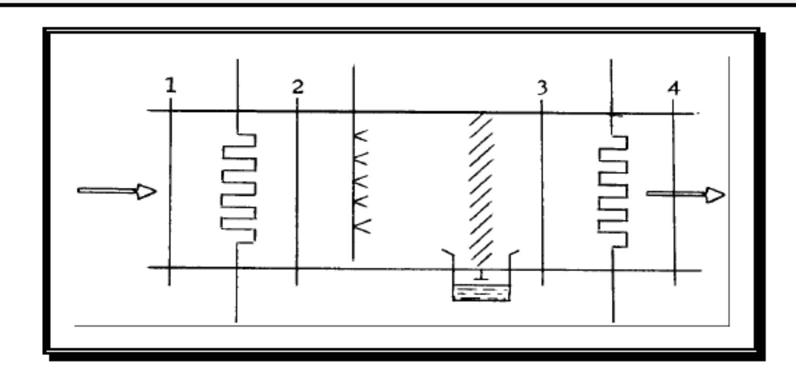
4)
$$\left.\begin{array}{l} \dot{m}_{a,2}X_2 + \dot{m}_v = \dot{m}_{a,2}X_3 \\ \dot{m}_{a,2}h_2 + \dot{m}_v h_v = \dot{m}_{a,2}h_3 \end{array}\right\} \Rightarrow h_v = \frac{h_3 - h_2}{X_3 - X_2} = \cdots = \underline{3158{,}7\ \frac{kJ}{kg}}$$

Esta entalpía obtenida es mayor que la del vapor saturado a P = 1 atm, de modo que el vapor vivo debe ser recalentado. Buscando en la tabla correspondiente para P = 1 atm encontramos que ese valor de la entalpía corresponde a una temperatura de:

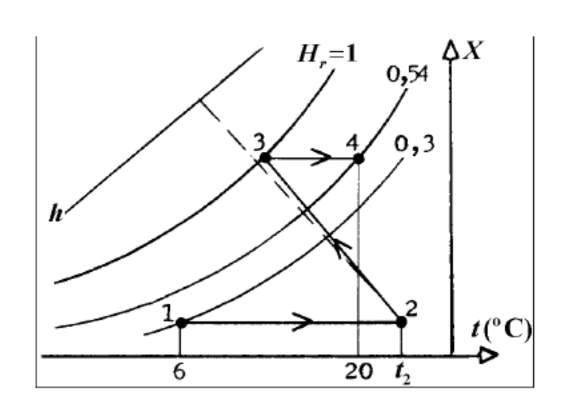
$$\boxed{t = 340^{\circ}\mathrm{C}}$$

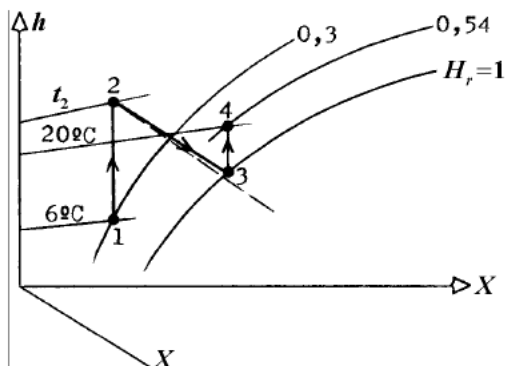
11.10- En un lugar de gran altitud el aire atmosférico se encuentra a $t_1 = 6$ºC y $H_{r,1} = 30\%$, siendo la presión atmosférica $P = 920$ mbar. Se quiere acondicionar dicho aire de manera que sea impulsado al interior de una vivienda a $t_4 = 20$ºC y con $H_{r,4} = 54\%$. En la unidad climatizadora se somete al aire a los procesos siguientes: calentamiento en una batería de calor; a continuación, humidificación con agua a 5ºC, donde el aire se satura; y, finalmente, una vez eliminado el líquido mediante un separador, se vuelve a calentar nuevamente el aire en otra batería de calor hasta las condiciones finales anteriormente dichas. Si el caudal de aire que entra al climatizador es de 340 m^3/h, se pide:

1) Caudal másico de aire seco circulante.
2) Temperatura de salida de la cámara de humidificación adiabática.
3) Temperatura de salida de la primera batería de calor.
4) Calor cedido al aire por hora en la primera batería de calor.
5) Masa de agua evaporada por hora en el humidificador y calor cedido al aire en la segunda batería de calor.
6) Si a la salida de la primera batería de calor se mezcla el aire con vapor de agua, determinar el caudal y la temperatura del vapor para que el aire alcance las mismas condiciones finales.



La representación esquemática de los procesos a que se somete el aire en los diagramas de Carrier y de Mollier sería:





1) $$X_2 = X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(6^\circ C)}{P/P_s(6^\circ C) - P_s(6^\circ C)} \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{9{,}43}{920/0{,}3 - 9{,}43} = 1{,}92 \cdot 10^{-3}$$

$$v_1 = (X_1 + 0{,}622) R_v \frac{T_1}{P_1} = (1{,}92 \cdot 10^{-3} + 0{,}622) \frac{8{,}31}{18} \cdot 10^3 \frac{279}{0{,}2 \cdot 10^5} = 0{,}873 \frac{m^3}{kg}$$

$$\dot{m}_a = \dot{V}_1 / v_1 = 340/0{,}873 = \boxed{389{,}46 \text{ kg / h}}$$

2) $$X_4 = X_3 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(20^\circ C)}{P/H_{r,4} - P_s(20^\circ C)} \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{23{,}37}{920/0{,}54 - 23{,}37} = 8{,}65 \cdot 10^{-3}$$

$$H_3 = 8{,}65 \cdot 10^{-3} = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_3)}{P - P_s(t_3)} \quad \Rightarrow \quad P_s(t_3) = 12{,}62 \text{ mbar}$$

Esta presión de saturación corresponde, según la tabla del agua saturada, a la temperatura:

$$\boxed{t_3 = 10{,}5^\circ C}$$

3) $$h_3 = c_{p,a} t_3 + X_3 (r_0 + c_{p,v} t_3) = 1{,}004 \cdot 10{,}5 + 8{,}65 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 10{,}5) = 32{,}33 \; kJ/kg \; a.s.$$

Balance de masa en la humidificación:

$$\dot{m}_a X_2 + \dot{m}_l = X_3 \dot{m}_a \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_a} = X_3 - X_2$$

Balance de energía en la humidificación:

$$\dot{m}_a h_2 + \dot{m}_l h_l = \dot{m}_a h_3 \Rightarrow h_2 = h_3 - \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_a} h_l = h_3 - (X_3 - X_2) c_l t_l =$$

$$= 32{,}33 - (8{,}62 \cdot 10^{-3} - 1{,}92 \cdot 10^{-3}) \cdot 4{,}19 \cdot 5 = 32{,}19 \; kJ/kg$$

Obsérvese que los valores obtenidos para h_3 y h_2 son prácticamente iguales. Ello se debe a que el aporte entálpico del líquido vaporizado en la humidificación es muy pequeño frente a la entalpía del aire húmedo: $h_2 \approx h_3$, es decir, un proceso de humidificación adiabática con agua líquida es prácticamente un proceso isoentálpico.

$$32{,}19 = h_2 = 1{,}004 \cdot t_2 + 1{,}92 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot t_2) \Rightarrow \boxed{t_2 = 27{,}18^{o}\ C}$$

4) $$\dot{Q}_{c,1} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = 389{,}46 \cdot (32{,}19 - 10{,}84) = \boxed{8314{,}97\ kJ/h}$$

5) $$\dot{m}_l = \dot{m}_a (X_3 - X_2) = 389{,}46 \cdot (8{,}65 - 1{,}92) \cdot 10^{-3} = \boxed{262\ kg/h}$$

$$h_4 = c_{p,a} t_4 + X_3 (r_0 + c_{p,v} t_4) = 1{,}004 \cdot 20 + 8{,}65 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 20) = 42{,}03\ kJ/kg\ a.s.$$

$$\dot{Q}_{c,2} = \dot{m}_a (h_4 - h_3) = 389{,}46 \cdot (42{,}03 - 32{,}33) = \boxed{3777{,}76\ kJ/h}$$

6) Balances de masa y energía en la mezcla del aire húmedo con el vapor:

$$\left.\begin{array}{l} \dot{m}_a X_2 + \dot{m}_v = \dot{m}_a X_4 \\ \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_v h_v = \dot{m}_a h_4 \end{array}\right\} \Rightarrow \dot{m}_v = \dot{m}_a (X_4 - X_2) = 389{,}46 \cdot (8{,}65 - 1{,}92 \cdot 10^{-3}) = \boxed{2{,}62\ kg/h} = \dot{m}_l$$

$$h_v = \frac{h_4 - h_2}{X_4 - X_2} = \frac{42{,}03 - 32{,}19}{8{,}65 \cdot 10^{-3} - 1{,}92 \cdot 10^{-3}} = \boxed{1\,462{,}10\ \text{kJ / kg}}$$

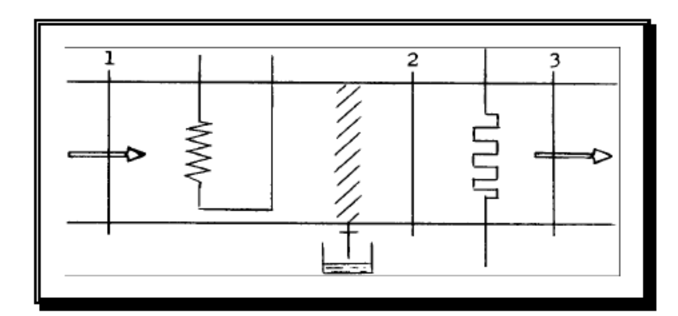
En las tablas del agua saturada, para $P = 920$ mbar se leen los valores: $h' = 407{,}7$; $h'' = 2\,673{,}6$ kJ/kg, siendo la temperatura de saturación correspondiente 97,4ºC. De modo que el vapor inyectado deberá ser un vapor húmedo a 97,4ºC, y cuyo título x vendría dado por:

$$1462{,}10 = 407{,}7 + x \cdot (2673{,}6 - 407{,}7) \Rightarrow \boxed{x = 0{,}465}$$

(Estos resultados pueden compararse con los obtenidos utilizando los diagramas de Carrier y de Mollier. Se observa la práctica identidad entre ambos.)

11.11- El aire atmosférico de un lugar se encuentra a 38ºC con una humedad relativa del 78%, siendo la presión ambiental de 1 atm. Se quiere acondicionar dicho aire para ser conducido al interior de un local a 21ºC y con una humedad relativa del 51%. Para ello se hace pasar el aire por una unidad climatizadora en la que es primeramente enfriado por debajo de su punto de rocío en una batería de frío y a continuación, y una vez separada el agua condensada, es calentado en una batería de calor hasta la temperatura deseada. Siendo el caudal del aire húmedo a la entrada del climatizador de 240 m^3/h, se pide:

1) Cantidad de agua que se condensa por kg de aire seco y por hora.
2) Calor cedido por el aire en la batería de frío, por hora.
3) Calor cedido al aire en la batería de calor, por hora.
4) Comprobar los resultados obtenidos utilizando los diagramas de Carrier y de Mollier.



1) Determinación del estado **2**:

$$X_3 = 0{,}622 \cdot \frac{P_{v,3}}{P - P_{v,3}} = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_3)}{P/H_{r,3} - P_s(t_3)} \underset{\text{(tablas)}}{=} 0{,}622 \cdot \frac{24{,}49}{1{,}013 \cdot 10^3/0{,}51 - 24{,}49} = \underline{7{,}765 \cdot 10^{-3}}$$

Entre **2** y **3** se hace un calentamiento a humedad absoluta constante, luego:

$$X_3 = X_2 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t_2)}{P/H_{r,2} - P_s(t_2)} = 7{,}765 \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad P_s(t_2) = 12{,}49 \text{ bar} \underset{\text{(tablas)}}{\Rightarrow} \underline{t_2 = 10{,}8^\circ\text{C}}$$

Determinación de X_1:

$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(38^\circ\text{C})}{P/H_{r,1} - P_s(38^\circ\text{C})} \underset{\text{(tablas)}}{=} 0{,}622 \cdot \frac{66{,}7}{1{,}013 \cdot 10^3/0{,}78 - 66{,}7} = \underline{0{,}03367}$$

Balance de masas entre **1** y **2**:

$$\dot{m}_a X_1 = \dot{m}_l + \dot{m}_a X_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_a} = X_1 - X_2 = 0{,}0259 \frac{\text{kg l.}}{\text{kg a.s.}}$$

$$\dot{m}_a (1 + X_1) = \frac{\dot{V}_1}{v_1}(1 + X_1); v_1 = R_v \frac{T_1}{P_1}(X_1 - 0{,}622) =$$

$$= \frac{8{,}31}{18} \cdot \frac{311}{1{,}013 \cdot 10^5} \cdot (0{,}622 + 0{,}03367) = \cdots = 0{,}929 \frac{m^3}{kg}$$

De modo que el flujo másico de aire seco es:

$$\dot{m}_a = 240/0{,}929 = 258{,}34 \text{ kg a.s./ h}$$

Por tanto, la cantidad de agua condensada será:

$$\dot{m}_l = \dot{m}_a (X_1 - X_3) = 256{,}34 \cdot 0{,}0259 = \boxed{6{,}69 \; kg \; ag./h}$$

2) Balance de energía en la batería de frío:

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_l h_l - \dot{m}_a h_1 = \dot{m}_a [h_2 - h_1 + (X_1 - X_2) c_l t_2] =$$

$$= \dot{m}_a [c_{p,a}(t_2 - t_1) + r_0 (X_2 - X_1) + c_{p,v}(X_2 t_2 - X_1 t_1) + (X_1 - X_2) c_l t_2] =$$

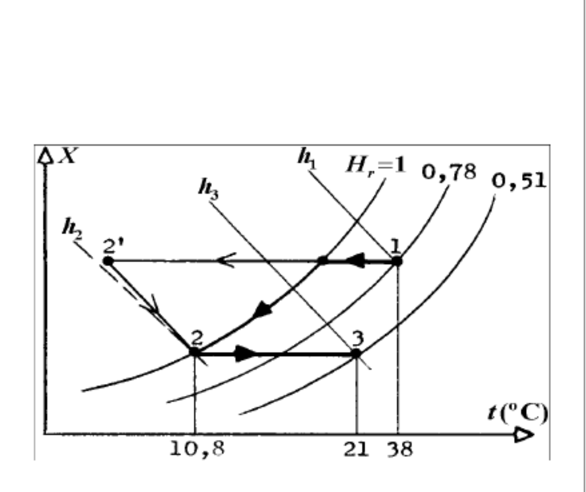
$$= \cdots = -24\,058{,}08 \text{ kJ / h} = \boxed{-24{,}06 \text{ MJ / h}}$$

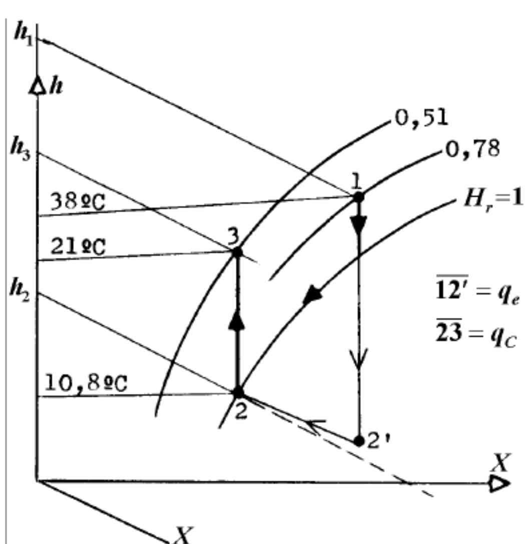
3) Balance de energía en la batería de calor:

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_a (h_3 - h_2) = \dot{m}_a (t_3 - t_2)(c_{p,a} + X_2 c_{p,v}) =$$

$$= 258{,}34 \cdot (21 - 10{,}8) \cdot (1{,}004 + 7{,}765 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}86) = 2683{,}85 \; kJ/h = \boxed{2{,}68 \; MJ/h}$$

4) En los diagramas de Carrier y de Mollier, marcados cuidadosamente los puntos correspondientes, se leen directamente los valores pedidos. Esquemáticamente:

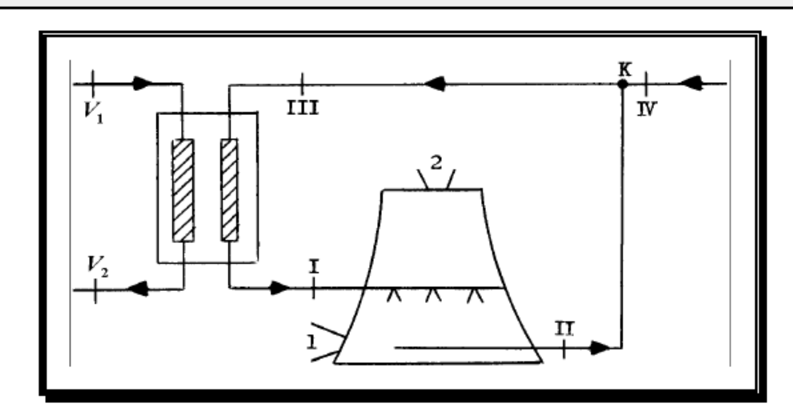

X
h1
Hr=1
0,78
0,51
h3
h2
2'
1
2
3
t(ºC)
10,8
21
38


h1
h
0,51
h3
0,78
1
Hr=1
38ºC
3
21ºC
h2
12' = qe
23 = qC
10,8ºC
2
2'
X
X

11.12- En un intercambiador de calor se condensa, mediante agua fría, un caudal de vapor de $\dot{m}_v = 20\ \text{t/h}$, siendo su estado a la entrada el correspondiente a un vapor húmedo a $P_{v,1} = P_{s,1} = 0{,}056$ bar y título $x_1 = 0{,}92$; y a la salida, líquido saturado a $P_{v,2} = P_{s,2} = 0{,}048$ bar. El caudal de agua de refrigeración es de $\dot{m}_{ag} = 330\ \text{kg/s}$, y se calienta en el intercambiador hasta $t_I = 28$ºC. Dada la limitada disponibilidad de agua, se hace necesario recircularla, por lo que para su enfriamiento se hace pasar por una torre de refrigeración, cuyas condiciones de funcionamiento son las siguientes: a) En verano, el aire entra a la torre a $t_1 = 30$ºC con una humedad relativa $H_{r,1} = 0{,}6$; saliendo de la misma a $t_2 = 25$ºC y $H_{r,2} = 1$; b) En invierno, el aire entra en la torre a $t'_1 = 8$ºC y $H'_{r,1} = 0{,}3$, saliendo a $t'_2 = 17$ºC con humedad relativa $H'_{r,2} = 0{,}95$.

La temperatura del agua de reposición es $t_{IV} = 20$ºC en verano, y $t'_{IV} = 8$ºC en invierno. Siendo la temperatura t_{III} del agua de refrigeración a la entrada del intercambiador constante, se pide, para ambas condiciones de funcionamiento:

1) Caudal de aire $\dot{m}$ en m^3/h en la torre de refrigeración.
2) Caudal másico de agua $\dot{m}_{IV}$ que es necesario aportar.



1a) Balance de energía en el intercambiador:

$$\dot{m}_v\left(h_{v,1} - h_{v,2}\right) = \dot{m}_{ag}\left(h_I - h_{III}\right) = \dot{m}_{ag} c_l\left(t_I - t_{III}\right) \qquad [1]$$

De la tabla del agua saturada se obtiene:

$$h_{v,2} = 133{,}9\ \text{kJ/kg}; \quad h_{v,1} = h' + x\,r = 146{,}6 + 0{,}92 \cdot 2\,418{,}1 = 2\,371{,}25\ \text{kJ/kg}$$

Sustituyendo en [1] los valores correspondientes se obtiene: $\underline{t_{III} = 19\,^\circ\text{C}}$.

El agua de reposición será la consumida por evaporación en la torre:

$$\dot{m}_{IV} = \dot{m}_a (X_2 - X_1)$$

donde $\dot{m}_a$ es el caudal másico de aire seco en la torre, y X_1, X_2 las humedades absolutas a la entrada y a la salida de la misma.

Balances de energía en la torre (admitiendo presión constante en el aire húmedo):

$$\dot{m}_{ag} h_I + \dot{m}_a h_1 = \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_{ag,II} h_{II} \qquad [2]$$

y en **K**:

$$\dot{m}_{ag} h_{III} = \dot{m}_a (X_2 - X_1) h_{IV} + \dot{m}_{ag,II} h_{II} \qquad [3]$$

Eliminando h_{II} entre [2] y [3] se obtiene:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{m}_{ag}(h_I - h_{III})}{h_2 - h_1 - (X_2 - X_1) h_4}$$

En verano:

$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(30^{\text{o}}\text{C})}{P/H_{r,1} - P_s(30^{\text{o}}\text{C})} \underset{(\text{tablas})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{42{,}42}{1\,013/0{,}6 - 42{,}42} = 16{,}03 \cdot 10^{-3}$$

$$h_1 = 1{,}004 \cdot 30 + 16{,}03 \cdot 10^{-3} \cdot (2550 + 1{,}86 \cdot 30) = 71{,}09 \; kJ/kg \; a.s.$$

$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(25^{\text{o}}\text{C})}{P - P_s(25^{\text{o}}\text{C})} \underset{(\text{tablas})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{31{,}66}{1\,013 - 31{,}66} = 20{,}06 \cdot 10^{-3}$$

$$h_2 = 1{,}004 \cdot 25 + 20{,}06 \cdot 10^{-3} \cdot (2550 + 1{,}86 \cdot 25) = 76{,}18 \; kJ/kg \; a.s.$$

Sustituyendo los valores correspondientes en [3]:

$$\dot{m}_a = \frac{330 \cdot 4{,}19 \cdot (28 - 19)}{(76{,}18 - 71{,}09) - (20{,}06 - 10{,}03) \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}19 \cdot 20} = \underline{2618{,}6 \; kg.a.s/s}$$

$$v_1 = (X_1 + 0{,}622) \cdot R_v \frac{T_1}{P} = \left(0{,}622 + 16{,}03 \cdot 10^{-3}\right) \cdot \frac{8{,}31}{18} \cdot \frac{303 \cdot 10^3}{1{,}013 \cdot 10^5} = 0{,}881 m^3/kg \; a.s.$$

$$\dot{m}_a = \dot{V}_1 / v_1 \quad \Rightarrow \quad \dot{V}_1 = \dot{m}_a v_1 = 2\,618{,}6 \cdot 0{,}881 = \boxed{2\,307 \text{ m}^3/\text{s}}$$

2a) Agua de reposición:

$$\dot{m}_{IV} = \dot{m}_a (X_2 - X_1) = 2618{,}6 \cdot 4{,}03 \cdot 10^{-3} = \boxed{10{,}55 \; kg/s}$$

1b), 2b) **Invierno**:

El planteamiento es idéntico. Sustituyendo los valores correspondientes al funcionamiento en invierno, se obtienen los resultados:

$$\underline{\dot{m}'_a = 376{,}54 \text{ kg a.s./s}}\,; \quad \underline{v'_1 = 0{,}799 \text{ m}^3/\text{kg a.s.}}\,; \quad \boxed{\dot{V}'_1 = 300{,}855 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Agua de reposición: $\dot{m}'_a \left(X'_2 - X'_1 \right) = \boxed{3{,}6\ kg/s}$

Véase la gran diferencia entre los parámetros obtenidos en verano y en invierno:

$$\dot{V}_1 / \dot{V}'_1 = 2\,307/300{,}855 = 7{,}67$$

(en verano es preciso un caudal de aire 7,67 veces mayor que en invierno);

$$\dot{m}_{IV} / \dot{m}'_{IV} = 10{,}55/3{,}6 = 2{,}93$$

(en verano el caudal de agua de reposición es 2,93 veces el de invierno).

11.13- Una botella de aire comprimido de 0,2 m^3 contiene aire a 8,1 kp / cm^2, con una humedad relativa del 17% y temperatura 160ºC. Por intercambio de calor con la atmósfera, la botella se enfría progresivamente hasta alcanzar la temperatura ambiental de 15ºC. Se pide:

1) Humedad absoluta, masa de aire seco y masa de vapor en las condiciones iniciales.
2) Temperatura a la cual se inicia la condensación, masa de agua condensada y presión final en la botella.
3) Variaciones de energía interna y entalpía del aire y calor intercambiado por el aire con la atmósfera.
4) Variación de entropía del aire. (Para calcular esta variación de entropía, considérese que los estados de referencia del aire seco y del agua son los habituales en los cálculos de aire húmedo.)
5) Variaciones de energía interna y entropía, y calor intercambiado por la botella, considerando que su capacidad calorífica es constante = 4,5 kJ / K.

Tomar para el líquido v = cte. = 1 cm^3 / g.

1)
$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(160^\circ\mathrm{C})}{P/H_r - P_s(160^\circ\mathrm{C})} \underset{(\mathrm{tablas})}{=}$$

$$= 0{,}622 \cdot \frac{6{,}178\,bar}{\left(8{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4/10^5 \cdot 0{,}17 - 6{,}178\right)bar} = 94{,}84 \cdot 10^{-3} = \boxed{94{,}84 \frac{g\,v.}{kg\,a.s.}}$$

$$P_{v,1} = H_{r,1} P_s = 1{,}05 \text{ bar}\,; \quad m_{v,1} = \frac{P_{v,1} V}{R_v T} = \cdots = \boxed{105{,}05 \text{ g}}\,; \quad m_a = \frac{m_{v,1}}{X_1} = \boxed{1107{,}95 \text{ g}}$$

2) Hasta el momento en que se inicia la condensación, el vapor de agua evoluciona a volumen constante, de modo que, a temperatura T:

$$P_v = 1{,}05 \cdot \frac{T}{433}$$

La condensación se iniciará cuando $P_v = P_s(T)$. En la tabla del agua saturada leemos:

$$\begin{cases} t = 110^o\,C & P_v = 0{,}928 & P_v < P_s(110^o\,C) = 1{,}43\,bar \\ t = 100^o\,C & P_v = 0{,}904 & P_v < P_s(100^o\,C) = 1{,}013\,bar \\ t = 90^o\,C & P_v = 0{,}880 & P_v > P_s(90^o\,C) = 0{,}701\,bar \\ t = 95^o\,C & P_v = 0{,}892 & P_v > P_s(95^o\,C) = 0{,}845\,bar \end{cases}$$

De modo que: **la condensación se inicia entre 95º C y 100º C.**

$$t_2 = 15^{o}\,C\,; \quad P_{v,2} = P_s(15^{o}\,C) \underset{(tabla)}{=} 17{,}04 \text{ mbar}\,; \quad P_{v,2}V' = m_{v,2}R_vT_2$$

donde *v´* es el volumen ocupado por el aire húmedo en el estado **2**, es decir, el volumen de la botella *V* menos el volumen ocupado por el vapor condensado: $V' = V - (105{,}5 - m_{v,2})\cdot 10^{-6}$.

Sustituyendo se obtiene $m_{v,2}$ = 2,55 g, de modo que el agua condensada será:

$$m_l = m_{v,1} - m_{v,2} = \boxed{102{,}5 \text{ g}}$$

$$X_2 = \frac{m_{v,2}}{m_a} = \frac{2{,}55}{1107{,}95} = 2{,}3\cdot 10^{3}\,; \quad V' = 0{,}2 - 102{,}5\cdot 10^{-6} \approx 0{,}2 \text{ m}^3$$

$$P_{a,2} = P_{a,1}\frac{T_2}{T_1} = 6{,}888\cdot\frac{288}{433} = 4{,}581 \text{ bar}$$

De modo que la presión final en la botella a 15ºC será:

$$P_2 = P_{a,2} = \boxed{4{,}598 \text{ bar}}$$

3)
$$H_1 = m_a h_1\,; h_1 = c_{p,a}t_1 + X_1\left(r_0 + c_{p,v}t_1\right); H_2 = m_a h_2\,; h_2 = c_{p,a}t_2 + X_1\left(r_0 + c_{p,v}t_2\right)$$

$$\Delta H = H_2 - H_1 = m_a\left(h_2 - h_1\right) + m_l h_l =$$

$$= m_a\left[c_{p,a}\left(t_2 - t_1\right) + r_0\left(X_2 - X_1\right) + c_{p,v}\left(X_2t_2 + X_1t_1\right)\right] + m_l h_l = \cdots = \boxed{-442{,}22\,kJ}$$

$$u = h - Pv = \left(h_a + X\,h_v\right) - \left(R_a + X\,R_e\right)T$$

$$\Delta U = m_a\left(u_2 - u_1\right) = m_a\left\{h_2 - h_1 - \left[R_a\left(T_2 - T_1\right) + R_v\left(X_2T_2 - X_1T_1\right)\right]\right\} + m_l u_l = \cdots = \boxed{-375{,}41\,kJ}$$

El calor intercambiado por la botella, ya que el proceso es isócoro, será la variación de su energía interna: $\boxed{Q_{1,2} = \Delta U = -375{,}41 \text{ kJ}}$

4)
$$S_1 = m_a\left(s_{a,1} + X_1 s_{v,1}\right); S_2 = m_a\left(s_{a,2} + X_1 s_{v,2}\right) + m_l s_l$$

$$S_2 - S_1 = m_a\left(s_{a,2} - s_{a,1} + X_2 s_{v,2} - X_1 s_{v,1}\right) + m_l s_l$$

$$s_{a,2} - s_{a,1} = c_{p,a}\ln\frac{T_2}{T_1} - R_a\ln\frac{P_{a,2}}{P_{a,1}} = 1{,}004\cdot 10^3\cdot\ln\frac{288}{433} - \frac{8{,}31}{28{,}9}\cdot 10^3\cdot\ln\frac{4{,}58}{6{,}88} = \underline{-292{,}1\frac{\text{J}}{\text{K kg a.s.}}}$$

$$X_2 s_{v,2} = X_2\left(\frac{r_0}{T_0} + c_{p,v}\,ln\frac{T_2}{T_0} - R_v\,ln\frac{P_2}{P_0}\right) = 2{,}3\cdot 10^{-3}\cdot\left(\frac{2500}{273{,}16} + 1{,}86\cdot ln\frac{288}{273{,}16} - \frac{8{,}31}{18}\cdot ln\frac{17{,}04}{6{,}07}\right) =$$

$$= \underline{20{,}18\ J/K\ kg\ a.s.}\,; X_1 s_{v,1} = X_1\left(\frac{r_0}{T_0} + c_{p,v}\,ln\frac{T_1}{T_0} - R_v\,ln\frac{P_1}{P_0}\right) = \cdots = \underline{732{,}6\ J/K\ kg\ a.s.}$$

$$s_l = c_l \ln \frac{T_2}{T_0} = 4{,}18 \cdot \ln \frac{288{,}15}{273{,}16} = \underline{223{,}5 \text{ J / kg K}}$$

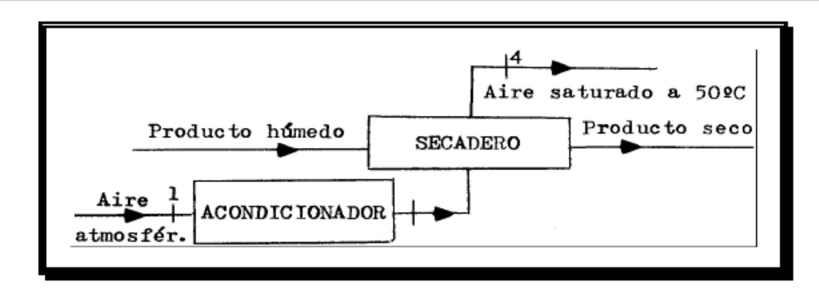
Y sustituyendo: $\boxed{S_2 - S_1 = -1\,090 \text{ J / K}}$

5) $\Delta U = -4{,}5 \cdot (160 - 15) = \boxed{-652{,}5\, kJ = Q}$; $\Delta S = 4{,}5 \cdot ln \dfrac{288}{433} = \boxed{-1835\ J/K}$

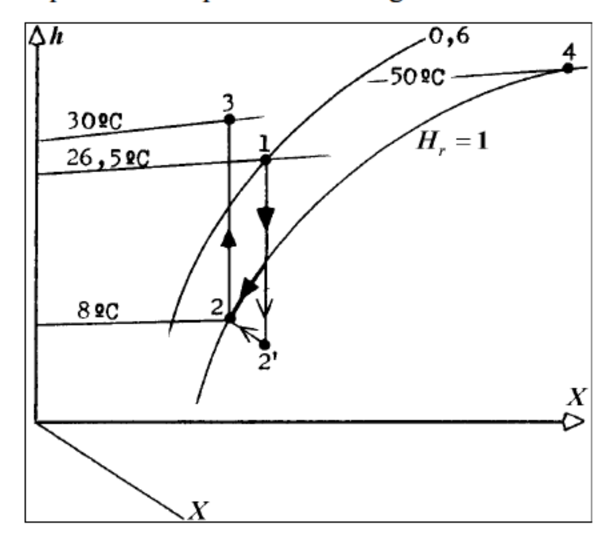
11.14- Se desea enfriar y secar 1 t/h de un producto sólido granular desde 60ºC y 2% en peso de humedad, hasta 40ºC y 0,3% en peso de humedad. Para ello se utiliza aire atmosférico cuyas condiciones ambientales son: $H_{r,a}$ = 60% y t_a = 256,5ºC, siendo la presión 760 torr.

El aire se trata previamente en una batería de acondicionamiento donde se enfría hasta 8ºC y, después de extraída el agua condensada, se calienta hasta 30ºC. Seguidamente se introduce en el secadero, del cual sale saturado y a 50ºC. Determinar:

1) Caudal másico de aire seco necesario para secar el producto.
2) Caudal de agua extraída en el enfriamiento.
3) Capacidad térmica específica media del producto.

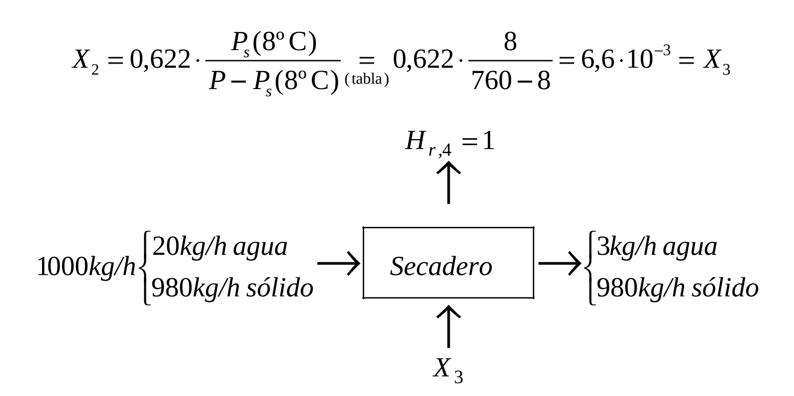


1) Representación esquemática del proceso en el diagrama de Mollier:



$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(26{,}5^\circ\text{C})}{P/H_{r,1} - P_s(26{,}5^\circ\text{C})} \underset{\text{(tabla)}}{=} 0{,}622 \cdot \frac{26{,}1}{760/0{,}6 - 26{,}1} = 13 \cdot 10^{-3}$$

$$X_2 = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(8^{\circ}\mathrm{C})}{P - P_s(8^{\circ}\mathrm{C})} \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{8}{760-8} = 6{,}6 \cdot 10^{-3} = X_3$$



De un balance de masa de agua:

$$20 + \dot{m}_a X_3 = 3 + \dot{m}_a X_4 \;; \quad X_4 = X_s \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{92{,}46}{760 - 92{,}46} = 86 \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{m}_a = 214 \frac{\text{kg a.s.}}{\text{h}}}$$

2) El caudal de agua condensada que se extrae en el enfriador será:

$$\dot{m}_a (X_1 - X_3) = 214 \cdot (13 - 6{,}6) \cdot 10^{-3} = \boxed{1{,}37 \; kg/h}$$

3) Haciendo un balance de energía en el secadero:

$$20 \cdot 1 \cdot 60 + 980 \cdot c_p \cdot (60 - 50) - 3 \cdot 1 \cdot 50 = \dot{m}_a (h_4 - h_3)$$

$$h_3 = c_{p,a} t_3 + X_3 (r_0 + c_{p,v} t_3) = 0{,}24 \cdot 30 + 6{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot (595 + 0{,}45 \cdot 30) = 11{,}2 \; kcal/kg\ a.s.$$

$$h_4 = c_{p,a} t_4 + X_3 (r_0 + c_{p,v} t_4) = 0{,}24 \cdot 50 + 86 \cdot 10^{-3} \cdot (595 + 0{,}45 \cdot 50) = 65{,}1 \; kcal/kg\ a.s.$$

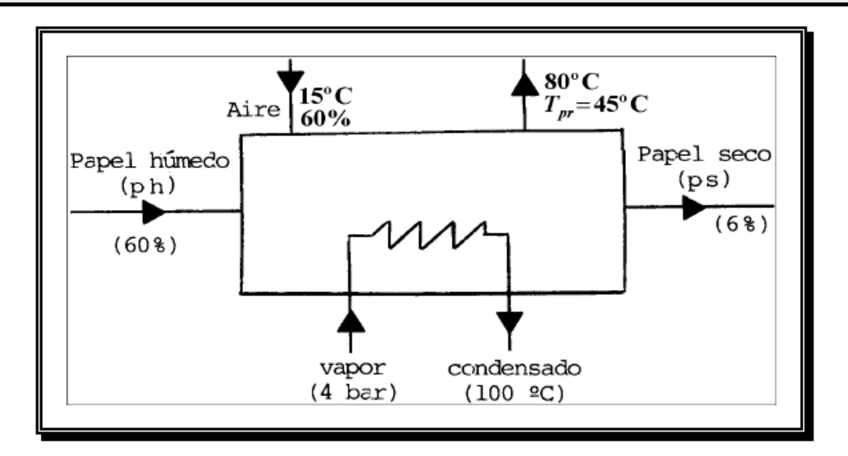
Sustituyendo y despejando: $\boxed{c_p = 1{,}07 \text{ kcal / kg K}}$

11.15- La figura representa una instalación de secado de papel con una producción de 300 t / día. El papel entra a 40ºC y humedad relativa 0,6, y sale a 80ºC y humedad relativa 0,06.

El secado se logra mediante un intercambio de calor con un vapor que entra como vapor saturado seco a 4 bar y sale condensado a 100ºC y aproximadamente a la misma presión. Para arrastrar el agua evaporada se utiliza aire de ventilación que entra a 15ºC y 60% de humedad relativa, y sale a 80ºC, siendo su temperatura de punto de rocío 45ºC.

Siendo la capacidad calorífica específica del papel $c = 0{,}4$ kcal / kg K, y considerándose que la presión del aire de ventilación es cte. = 1 atm, se pide:

1) Masa de agua evaporada por unidad de tiempo.
2) Caudal másico de aire necesario.
3) Caudal másico de vapor necesario, suponiendo el proceso prácticamente adiabático en su conjunto.



1) $$\dot{m} = 300 \text{ t / d} = 3{,}47 \text{ kg / s}; \quad \dot{m}_{papel} = \dot{m} - 0{,}06\,\dot{m} = 3{,}26 \text{ kg / s}$$

$$\underline{\dot{m}_{ag,sal} = 0{,}21\ kg/s}; \left(3{,}26 + x_{ag,ent}\right)\cdot 0{,}4 = 3{,}26 \Rightarrow \underline{x_{ag,ent} = 4{,}89\ kg/s}$$

Por tanto, el agua evaporada será:

$$\dot{m}_{ag,evap} = 4{,}89 - 0{,}21 = \boxed{4{,}68 \text{ kg / s}}$$

2) Aire a la entrada: $$H_r = 0{,}6 = \frac{P_v}{P_s(15^\circ \text{C})} \underset{(\text{tabla})}{=} \frac{P_v}{17{,}04 \text{ mbar}}$$

$$\Rightarrow \quad P_v = 10{,}22 \text{ mbar} \quad \Rightarrow \quad X = 0{,}622 \cdot \frac{10{,}22}{1\,013 - 10{,}22} = 6{,}34 \frac{\text{g v.}}{\text{kg a.s.}}$$

y a la salida: $$X = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(45^\circ C)}{P - P_s(45^\circ C)} \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{95{,}8}{1\,013 - 95{,}8} = 64{,}96 \frac{\text{g v.}}{\text{kg a.s.}}$$

$$\dot{m}_{ag,evap} = \dot{m}_a (X_{sal} - X_{ent}) \Rightarrow \dot{m}_a = \frac{4{,}68}{58{,}62 \cdot 10^{-3}} = 79{,}83 \frac{kg\,a.s.}{s}$$

Caudal másico de aire húmedo:

$$\dot{m} = \dot{m}_a (1 + X_1) = 79{,}83 \cdot \left(1 + 6{,}34 \cdot 10^{-3}\right) = \boxed{80{,}33\,kg/s}$$

3) Balance de energía: $\dot{m}_v (h_v - h_c) = \dot{m}_a (h_2 - h_1) + \dot{m}_{ps} h_{ps} - \dot{m}_{ph} h_{ph}$ [1]

Entalpía del vapor saturado seco a 4 bar, según tabla: h_v = 2 728,2 kJ / kg.

Entalpía del condensado a 4 bar y 100ºC, según tabla:

$$h_c = 4{,}18 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^2 = 418 \text{ kJ / kg}$$

$$h_2 - h_1 = c_{p,a}(t_2 - t_1) + X_2 (r_0 + c_v t_2) - X_1 (r_0 + c_{p,v} t_1) = \cdots = 221{,}3\,kJ/kg\ a.s.$$

$$h_{ps} = 0{,}94 \cdot 0{,}4 \cdot 4{,}18 \cdot 80 + 0{,}06 \cdot 1 \cdot 4{,}18 \cdot 80 = 145{,}8 \text{ kJ / kg ps}$$

$$h_{ph} = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 4{,}18 \cdot 40 + 0{,}6 \cdot 1 \cdot 4{,}18 \cdot 40 = 127 \text{ kJ / kg ph}$$

$$\dot{m}_{ps} = 3{,}47 \text{ kg / s} ; \quad \dot{m}_{ph} = 8{,}15 \text{ kg / s}$$

Sustituyendo en [1]: $$\boxed{\dot{m}_v = 7{,}42 \text{ kg / s}}$$

11.16- En un lugar donde existe un secadero de madera, el aire atmosférico se encuentra a 1 atm y 23ºC, con una humedad relativa de 0,6. El aire se pasa primeramente por una cámara de deshumidificación, donde se enfría y se separa el agua condensada, saliendo de ella a 3ºC. A continuación se calienta en una cámara de calefacción hasta 40ºC, entrando seguidamente a la cámara de secado propiamente dicha, en donde se encuentra la madera a secar, y de donde sale el aire a 30ºC y humedad relativa 90%. Se pide:

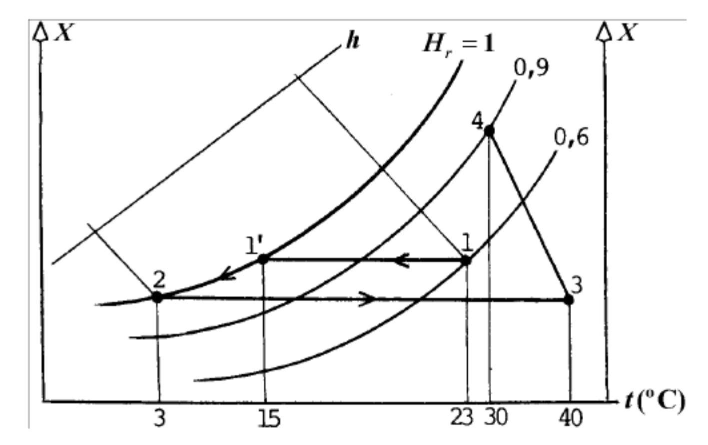
1) Cantidades de calor intercambiadas en las cámaras de deshumidificación y calefacción, por kg de aire seco que atraviesa la instalación. El proceso se supone isóbaro.
2) Caudal másico de aire atmosférico empleado, si se quieren extraer de la madera húmeda 50 kg de agua por hora.
3) Cantidad de agua que se separa en la cámara de deshumidificación, por hora, temperatura a la que comienza la condensación y humedad relativa al salir de la cámara de calefacción.

Utilizar para la solución el diagrama de Carrier.

1)

Estado	**1**	**2**	**3**	**4**
t (ºC)	23	3	40	30
H_r	0,6			0,9

La representación esquemática de los procesos en el diagrama de Carrier sería:



Marcando los puntos correspondientes a los estados **1**, **2**, **3** y **4** en el diagrama, se lee:

$h_1 = 50$ kJ / kg a.s. ; $h_2 = 15$ kJ / kg a.s. ; $X_1 = 0{,}1$ g v./ kg a.s. ; $X_2 = 4{,}5$ g v./ kg a.s.

En la cámara de deshumidificación:

$$q_{1,2} = h_2 + (X_1 - X_2)h_l - h_1 = 15 - 50 + \left(10^{-2} - 4{,}5 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 4{,}18 \cdot 3 = -34{,}93\ kJ/kg\ a.s.$$

Para el estado a la salida de la cámara de calefacción se lee: h_3 = 53 kJ / kg a.s. Por tanto:

$$q_{2,3} = h_3 - h_2 = 53 - 15 = \boxed{38 \text{ kJ / kg a.s.}}$$

2) $$X_2 - X_3 = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ ; \quad X_4 = 0{,}025\ ; \quad X_4 - X_3 = 20{,}5 \cdot 10^{-3}$$

$$\dot{m}_a \left(X_4 - X_3\right) = \dot{m}_{ag} \Rightarrow \dot{m}_a = \cdots = 0{,}677\ kg\ a.s./s$$

Por tanto, el caudal necesario de aire atmosférico será:

$$\dot{m} = \dot{m}_a(1 + X_1) = 0{,}677 \cdot \left(1 + 10^{-2}\right) = \boxed{0{,}684\ kg/s}$$

3) $$\dot{m}'_{ag} = (X_1 - X_2)\dot{m}_a = \left(10^{-2} - 4{,}5 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 0{,}677 = \boxed{3{,}72 \cdot 10^{-3}\ kg/s}$$

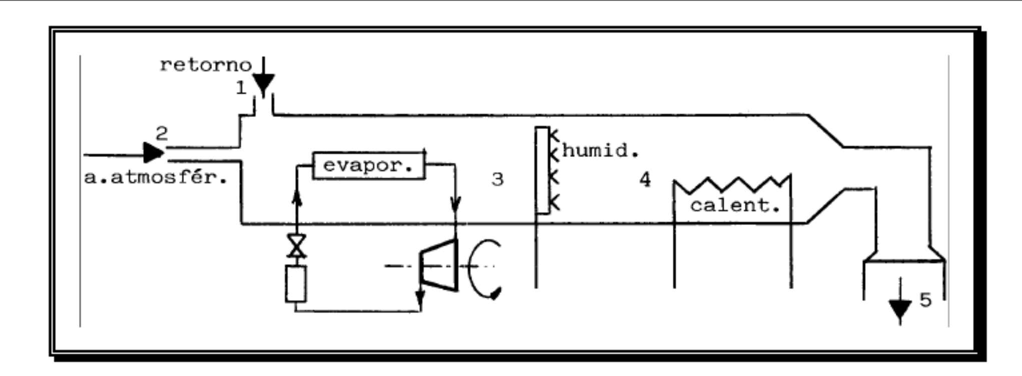
La condensación se inicia cuando se alcanza para el aire su temperatura del punto de rocío, que, según se lee en el diagrama, es: $\boxed{t_{1'} = 15^{\text{o}}\text{C}}$

Igualmente se lee en el diagrama: $\boxed{H_{r,3} = 0{,}1}$

11.17- La figura adjunta representa el esquema de una planta central de acondicionamiento de aire. De la planta sale aire a 26ºC y 70% de humedad relativa. El caudal másico de aire de retorno es 350 kg a.s. / min a 30ºC y 72% de humedad relativa, el cual se mezcla con 25 kg a.s. / min procedente del ambiente a 35ºC y 25% de humedad relativa. Se pide:

1) Sabiendo que a la salida del evaporador el aire se encuentra a 18ºC y saturado, determinar el "frío producido" en el evaporador, el agua condensada por minuto, que sale también a 18ºC, y el coeficiente de eficiencia de la unidad de refrigeración, sabiendo que la potencia consumida por el compresor es 80 kW.
2) La humidificación del aire en el humidificador, en kg / min, y el calor cedido por el serpentín de calentamiento, en kcal / min.

Presión ambiental constante P_a = 1 atm.



1) Utilizamos el diagrama de Carrier o Mollier para obtener los parámetros necesarios:

Estado (i)	t_i (ºC)	$H_{r,i}$	X_i	h_i (kcal / kg a.s.)	$\dot{m}_i$ (kg a.s. / min)
1	30	0,72	$19{,}5\cdot10^{-3}$	23	350
2	35	0,25	$8{,}7\cdot10^{-3}$	18	25
3	18	1	$12{,}9\cdot10^{-3}$	16,4	?
5	26	0,7	$9{,}7\cdot10^{-3}$	15	

$$\dot{m}_{ag} = \dot{m}_{a,1}X_1 + \dot{m}_{a,2}X_2 = 350\cdot19{,}5 + 25\cdot8{,}7 = 7\,042{,}5 \text{ g / min}$$

$$X_3 = \frac{\dot{m}_{ag} - \dot{m}_{cond}}{\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}} = 12{,}9\frac{\text{g}}{\text{kg a.s.}} = \frac{7\,042{,}5 - \dot{m}_{cond}}{375} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{m}_{cond} = 2\,205 \text{ g / min}}$$

Balance de energía:

$$\dot{m}_{a,1}h_1 + \dot{m}_{a,2}h_2 + \dot{Q} = \left(\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}\right)h_3 + \dot{m}_1 h_1 ; 350 \cdot 23 + 25 \cdot 18 + \dot{Q} = 375 \cdot 16{,}4 + 2{,}2 \cdot 20$$

De donde: $\boxed{\dot{Q} = -2\,306 \text{ kcal / min}}$

El coeficiente de eficiencia en la refrigeración será:

$$\varphi = -\frac{\dot{Q}}{\dot{W}} = -\frac{-2\,306 \cdot 4{,}19}{80 \cdot 60} = \boxed{2}$$

2) $$\dot{m}_c = \dot{m}_a\left(X_4 - X_3\right) = 375 \cdot \left(16{,}8 - 12{,}9\right) = \boxed{1462{,}5 \; g/min}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_a\left(h_5 - h_4\right) \underset{(h_4 \approx h_3)}{=} 375 \cdot \left(19{,}5 - 16{,}4\right) = \boxed{1162{,}5 \; kcal/min}$$

11.18- Se mezcla isobáricamente aire húmedo definido por $t_{PR} = 10$ºC, $t_{sa} = 20$ºC, y $P = 1$ atm, con 500 g de vapor de agua a 150ºC y la misma presión del aire húmedo. La mezcla absorbe del exterior 130 kcal. Se pide:

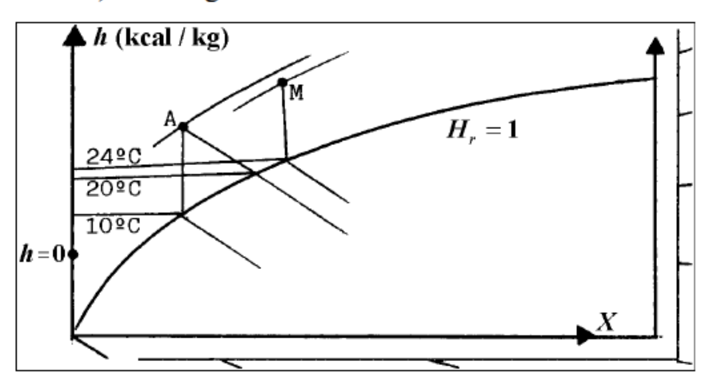
1) Humedad absoluta y entalpía del aire húmedo mezcla, sabiendo que su punto de rocío es 24ºC.
2) La mezcla se enfría hasta 14ºC. Calcular el agua condensada.

Una vez extraída esta agua, se vuelve a enfriar el aire húmedo hasta 0ºC, observándose que aparece doble cantidad de hielo que de líquido:

3) Calcular las masas de hielo y líquido y el calor extraído en dicho enfriamiento.

Nota: realizar todos los cálculos suponiendo 1 kg de aire seco.

1) Esquemáticamente, en el diagrama de Mollier:



Balance para el agua (según la nomenclatura utilizada en el diagrama):

$$\left.\begin{array}{l} X_M = X_A + m_v \\ h_M = h_A + m_v h_v + Q \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} X_M - X_A = m_v \\ h_M - h_A = m_v h_v + Q \end{array}\right.$$

Por tanto, la pendiente de la línea **AM** sería:

$$\frac{\Delta h}{\Delta X} = \frac{m_v h_v + Q}{m_v} = h_v + \frac{Q}{m_v}$$

En tabla de vapor recalentado para $P = 1$ atm y $t_v = 150$ºC: $h_v = 663$ kcal/kg. Por tanto:

$$\text{Pendiente} = 663 + 130/0{,}5 = 923 \text{ kcal / kg}$$

Situado **M** en el diagrama, se lee:

$$t_M = 52^\circ\text{C}; \quad H_{r,M} = 0{,}22$$

$$X_M = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(52^\circ C)}{P/H_{r,M} - P_s(52^\circ C)} \underset{(tabla)}{=} 0{,}622 \cdot \frac{102 torr}{(760/0{,}22 - 102) torr} = \boxed{0{,}019}$$

$$h_M = 0{,}24 \cdot 52 + 0{,}019 \cdot (595 + 0{,}45 \cdot 52) = \boxed{24{,}2\ kcal/kg\ a.s.}$$

2) $$m_{líq} = X_M - X_s \ ; \quad X_s \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{11{,}9}{760 - 11{,}9} = 0{,}01$$

Por tanto: $$m_{líq} = 0{,}019 - 0{,}01 = \boxed{0{,}009 \text{ kg ag./ kg a.s.}}$$

3) $$m_h + m_{líq} = X_s - X_0 \ ; \quad X_0 \underset{(\text{tabla})}{=} 0{,}622 \cdot \frac{4{,}59}{760 - 4{,}59} = 0{,}0038$$

$$m_h + m_{líq} = 0{,}01 - 0{,}0038 = 0{,}0062$$

y siendo $m_h = 2m_{líq}$, según dice el enunciado, se obtiene:

$$\boxed{m_{líq} = 0{,}002 \text{ kg / kg a.s.}} \ ; \quad \boxed{m_h = 0{,}004 \text{ kg / kg a.s.}}$$

El calor específico, por kg de aire seco, extraído en dicho enfriamiento sería:

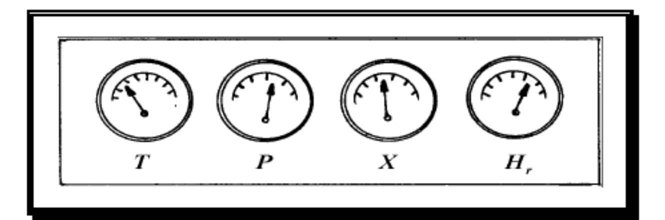
$$q = h_s - h_{s'} = [0{,}24 \cdot 14 + 0{,}01 \cdot (595 + 0{,}45 \cdot 14)] +$$

$$+ [0{,}24 \cdot 0 + 0{,}038 \cdot (595 + 0{,}45 \cdot 0)] = \boxed{7{,}1\ kcal/kg\ a.s.}$$

11.19- La figura representa la pantalla de un equipo de medida que da los valores: T (K), P (mmHg), X (humedad absoluta) y H_r (humedad relativa) del ambiente.

Se ha roto el termómetro (escala de T), y se pide:

1) Obtener la escala termométrica que permita calcular la temperatura en K, a partir del resto de lecturas del aparato, suponiendo que se admite para el agua la fórmula de Duperray: T_s (atm) = $[t\,(^{\circ}C) / 100]^4$.
2) Aplicación: calcular t para P = 760 mmHg, X = 0,025 y H_r = 0,5. Comparar el valor obtenido con el deducido utilizando el diagrama psicrométrico de Carrier.



1)
$$X = 0{,}622 \cdot \frac{P_v}{P - P_v} = 0{,}622 \cdot \frac{P_s}{P/H_r - P_s} = 0{,}622 \cdot \frac{\left(\dfrac{T-273}{100}\right)^4}{\dfrac{P}{760 \cdot H_r} - \left(\dfrac{T-273}{100}\right)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 273 + 100 \cdot \left(\frac{P X}{760 \cdot H_r \cdot (0{,}622 + X)}\right)^{1/4}}$$

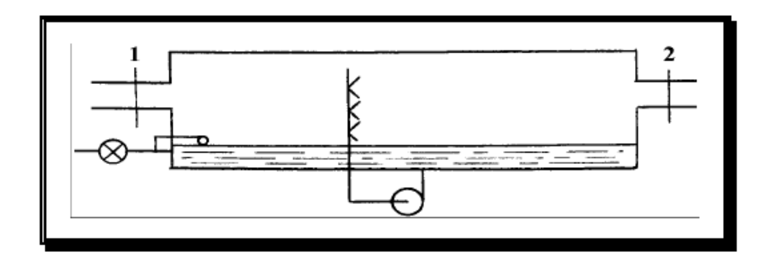
2) Sustituyendo valores: $\boxed{T \approx 325\ \text{K} = 52^{\circ}\text{C}}$

En el diagrama de Carrier, con $H_{r,1}$ y X = 0,025, se marca **1**, y se lee: $\underline{t_1 \approx 41^{\circ}\text{C}}$.

Obsérvese la discrepancia entre los dos valores obtenidos. El error se debe principalmente a que la fórmula de Duperray es poco aproximada en el campo de los valores empleados.

11.20- Se satura adiabáticamente un aire húmedo, y su temperatura baja de 45ºC a 28ºC.

Suponiendo que el agua que entra a la cámara de saturación está también a 28ºC, calcular las humedades absoluta y relativa del aire a la entrada del saturador, siendo la presión total del aire de 1 atm.



De la tabla del agua saturada: $P_{s,2} = 0{,}0377$ bar

$$X_2 = 0{,}62 \cdot \frac{P_{s,2}}{P - P_{s,2}} = 0{,}02409 \frac{\text{kg v.}}{\text{kg a.s.}}$$

Balance de energía: $c_{p,a} t_1 + X_1 h_{v,1} + (X_2 - X_1) h_{l,2} = c_{p,a} t_2 + X_2 h_{v,2}$

$$c_{p,a} = 1{,}004 \text{ kJ / kg K}; \quad h_{v,1} = 2\,500 + 1{,}86 \cdot t_1 = 2\,583{,}3 \text{ kJ / kg}$$

$$h_{l,2} = 4{,}19 \cdot t_2 = 117{,}3 \text{ kJ / kg}; \quad h_{v,2} = h''(28^\circ\text{C}) \underset{(\text{tabla})}{=} 2\,552{,}7 \text{ kJ / kg}$$

Sustituyendo se obtiene: $\boxed{X_1 = 0{,}0168 = 16{,}8 \text{ g v./ kg a.s.}}$

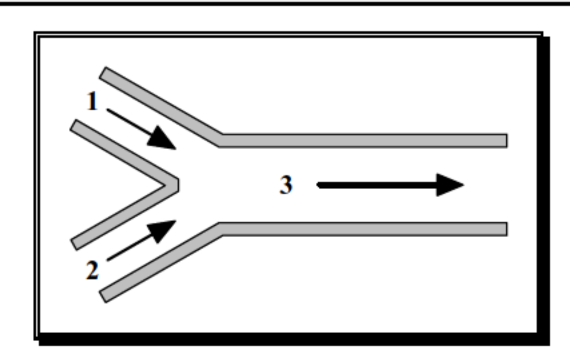
Con la tabla del agua saturada:

$$P_{s,1} = 0{,}0958 \text{ bar}; \quad X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{P_{s,1}}{P/H_{r,1} - P_{s,1}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_{r,1} = 0{,}275 = 27{,}5\%}$$

11.21- Se mezclan dos caudales de aire húmedo subsaturado. El caudal másico de aire seco de uno de ellos es $\dot{m}_{a,1}$, siendo su temperatura t_1 y su humedad relativa $H_{r,1}$. El segundo, con análoga notación: $\dot{m}_{a,2}$, t_2 y $H_{r,2}$.

Se supone constante la presión del aire húmedo = 1 atm.

Explicar cómo se podría obtener, utilizando un diagrama del aire húmedo, el estado del caudal de aire húmedo mezcla de los dos, escribiendo previamente los correspondientes balances de masa y energía. Hacer la representación esquemática correspondiente.



$$\left.\begin{array}{l} \textit{Balance de aire seco}: \dot{m}_{a,3} = \dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2} \\ \textit{Balance de agua}: \dot{m}_{a,1}X_1 + \dot{m}_{a,2}X_2 = \dot{m}_{a,3}X_3 \\ \textit{Balance de energía}: \dot{m}_{a,1}h_1 + \dot{m}_{a,2}h_2 = \dot{m}_{a,3}h_3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \dot{m}_{a,1}X_1 + \dot{m}_{a,2}X_2 = (\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2})X_3 \ [1] \\ \dot{m}_{a,1}h_1 + \dot{m}_{a,2}h_2 = (\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2})h_3 \ [2] \end{array}\right.$$

Diagrama de **CARRIER**:

a) Fijados **1** y **2** (con H_r y t) se leen en el diagrama X_1 y X_2, y mediante [1] se calcula X_3.

b) Se leen h_1 y h_2 y, mediante [2] se calcula h_3.

c) Con X_3 y h_3 se fija **3** y se leen: $\boxed{t_3}$ y $\boxed{H_{r,3}}$

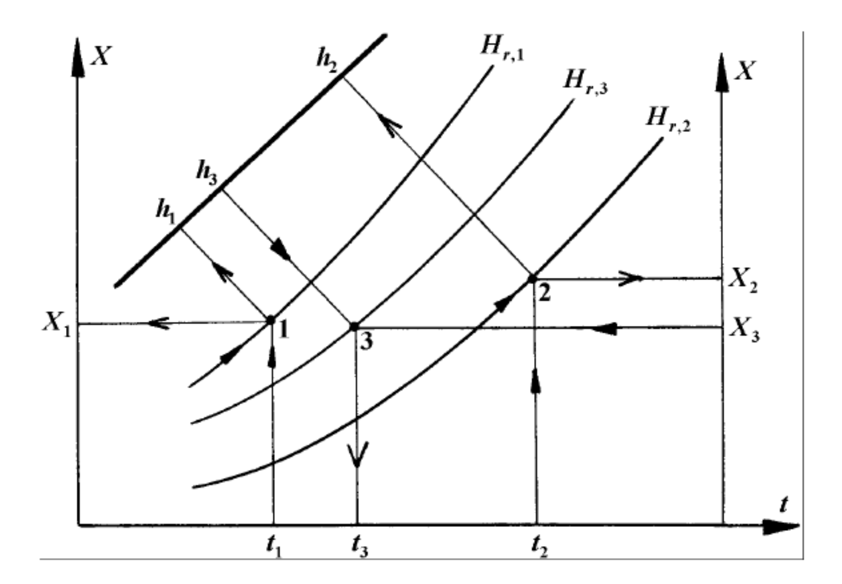


Diagrama de **MOLLIER**:

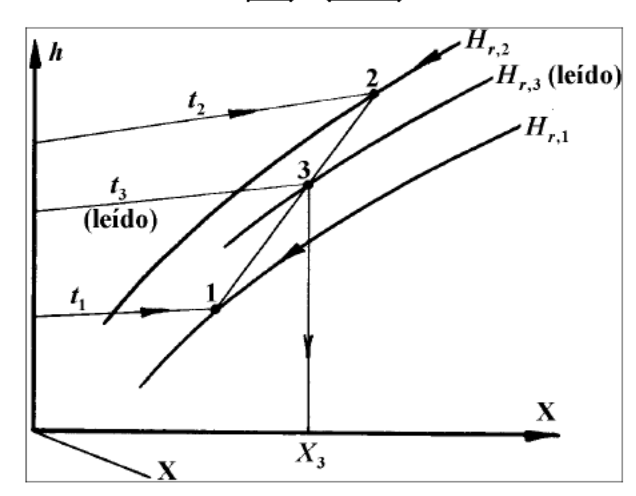
Con éste la solución es más sencilla, pues no requiere balances ni cálculos previos:

a) Se marcan **1** y **2** (con t y H_r).

b) Se traza el segmento $\overline{\mathbf{12}}$, y sobre él se marca **3**, de modo que se cumpla:

$$\overline{\mathbf{13}}/\overline{\mathbf{32}} = \dot{m}_{a,2}/\dot{m}_{a,1}$$

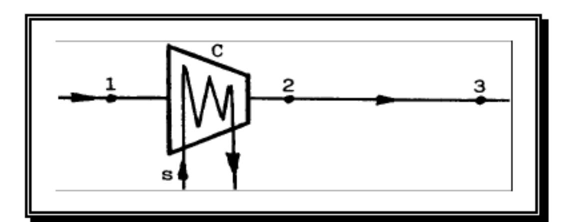
c) Se leen: $\boxed{t_3}$ y $\boxed{H_{r,3}}$



11.22- En la figura, **C** es un compresor refrigerado, usado para hinchar neumáticos de automóvil, que comprime aire atmosférico cuyo estado es: $P_1 = 1$ atm, $t_1 = 20$ºC, $H_{r,1} = 0{,}8$. A la salida del compresor, $P_2 = 4$ atm y $t_2 = 40$ºC.

En la conducción de salida (**2-3**) hay una caída de presión de 16,666%, y la temperatura baja un 25%. Se pide:

1) $H_{r,2}$ y masa de agua condensada entre **2** y **3**, expresada en gramos de agua por metro cúbico de aire atmosférico comprimido.
2) Representar esquemáticamente el proceso de este aire húmedo en un diagrama de Mollier (es decir, representar los estados **1**, **2** y **3** con expresión de los parámetros correspondientes).



1) $$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{0{,}023}{1/0{,}8 - 0{,}023} = 0{,}0118 = 11{,}8 \frac{\text{g v.}}{\text{kg a.s.}} = X_2$$

$$X = 0{,}622 \cdot \frac{P_s(t)}{P/H_r - P_s(t)}; \quad \frac{P_s(20^\circ\text{C})}{1/0{,}8 - P_s(20^\circ\text{C})} = \frac{P_s(40^\circ\text{C})}{4/H_{r,2} - P_s(40^\circ\text{C})} \underset{\text{(tabla)}}{\Rightarrow} \boxed{H_{r,2} = 1{,}000}$$

Es decir, el aire sale del compresor saturado de humedad.

$$X_3 = 0{,}622 \cdot \frac{0{,}042}{3{,}33 - 0{,}042} = 0{,}008 = 8 \frac{\text{g v.}}{\text{kg a.s.}}$$

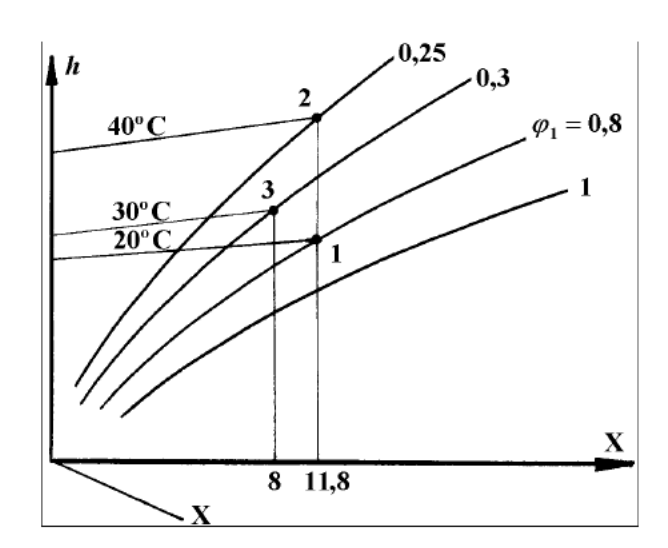
Por tanto, en el conducto de salida **2-3** se condensarán:

$$\underline{X_1 - X_3 = 3{,}8 \text{ g v./ kg a.s.}}$$

Aplicando la ecuación térmica de los gases ideales al aire seco:

$$(1 - 0{,}023 \cdot 0{,}8)atm \cdot 1000l = m_a \cdot \frac{0{,}082 \cdot 10^3}{28{,}9} \cdot 293 \Rightarrow m_a = 1{,}181 \frac{kg a.s.}{m^3 a.h.}$$

De modo que: $m_{cond} = 3{,}8 \cdot 1{,}181 = \boxed{4{,}4878 \text{ g v./ m}^3 \text{ a.h. compr.}}$

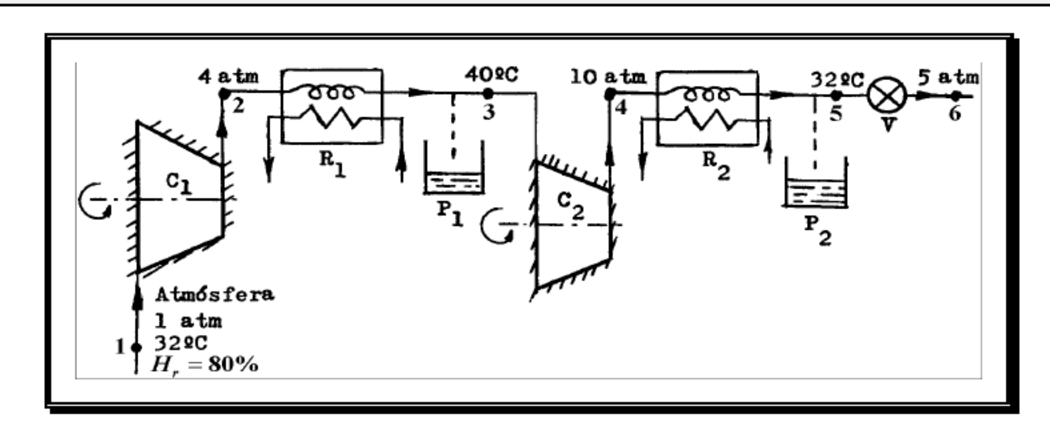

h
0,25
0,3
2
40º C
φ1 = 0,8
3
1
30º C
20º C
1
X
8
11,8
X

11.23- La figura es el esquema del proceso de compresión del aire húmedo atmosférico en dos escalones (compresores **C_1** y **C_2**) con refrigeradores isóbaros intermedios (**R_1** y **R_2**) y extracción total del líquido formado (purgadores P_1 y P_2), con una estrangulación ulterior del aire (válvula de laminación **V**). Los parámetros del aire necesarios para definir el proceso se indican en el esquema.

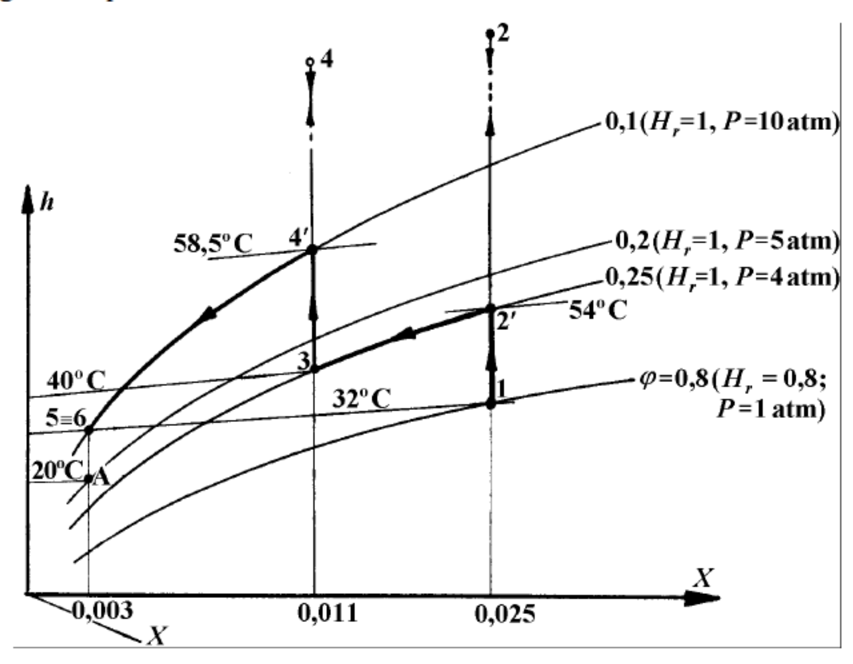
Se pide:

1) Utilizando el diagrama de Mollier, obtener las temperaturas de rocío del aire a las salidas de **C_1**, **C_2** y **V**, los gramos de agua condensada en **P_1** y **P_2** por kg de aire seco y la humedad relativa del aire suministrado (a la salida de **V**).
2) Si se suministran 100 l / s de aire y el rendimiento isoentrópico de ambos compresores es 0,8, calcular la masa de agua condensada en kg / h y la potencia consumida por los compresores.
3) Calcular el rendimiento exergético y el coeficiente de presión del compresor **C_1**.

Considerar tanto el aire seco como el vapor de agua gases perfectos de coeficiente $\gamma = 1{,}4$.



1) Diagrama esquemático de Mollier:



a) Se marca **1** (sobre la isolínea $\varphi_1 = H_{r,1}/P_1 = 0{,}8/1 = 0{,}8$) → se lee $\underline{X_1 = 0{,}025}$.

b) El aire se comprime (**1-2**) y se enfría a X contante hasta saturación (**2-2´**): se marca **2´** ($\varphi_{2'} = 1/4 = 0{,}25$) → se lee: $\boxed{t_{2'} = 54°\text{C}}$ = temperatura de rocío a la salida de **C₁**.

c) Se enfría, con condensación, a $H_r = 1$, hasta 40ºC: se marca **3** ($\varphi_3 = 0{,}25$; $t_3 = 40$ºC) → se lee: $\underline{X_3 = 0{,}011}$.

d) Se comprime (**3-4**), y se enfría a X contante hasta saturación: se marca **4´** ($\varphi_{4'} = 1/10 = 0{,}1$) → se lee: $\boxed{t_{4'} = 58{,}5°\text{C}}$ = temperatura del punto de rocío a la salida de $\mathbf{C_2}$.

e) Se enfría (con condensación a $H_r = 1$) hasta 32ºC: se marca **5** (que coincidirá con **6**, ya que h es constante, por la laminación, e igualmente lo es X) → se lee: $\underline{X_6 = 0{,}003}$.

f) Se traza X constante hasta $\varphi = 0{,}2$ ($H_r = 1$; $P = 5$ atm) → se lee: $\boxed{t_A = 20°\text{C}}$ = punto de rocío a la salida de **V**.

En $\mathbf{P_1}$ se condensan: $X_1 - X_3 = \boxed{14 \text{ g } H_2O / \text{kg a.s.}}$

Y en $\mathbf{P_2}$: $X_3 - X_1 = \boxed{8 \text{ g } H_2O / \text{kg a.s.}}$

$$0{,}1 = H_{r,6}/P_6 = H_{r,6}/5 \text{ atm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_{r,6} = 0{,}5}$$

2) $$\dot{V} = 100\ l/s \rightarrow \left[5 - 0{,}5 \cdot P_s(\,32^o\ C\,)\right] \cdot 100 = \dot{m}_{as} \cdot \frac{0{,}082}{28{,}9} \cdot (273 + 32) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \dot{m}_{as} = 0{,}578 \frac{\text{kg a.s.}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_{ag,cond} = 0{,}578 \cdot 22 \cdot \frac{3\,600}{1\,000} = \boxed{45{,}78 \frac{\text{kg ag. cond.}}{\text{h}}}$$

En el proceso isoentrópico de G.P. se cumple: $P^{(1-\gamma)/\gamma}T$ = cte. Operando:

$$t_{2,s} = 453{,}23\ \text{K} = 180{,}23^{\text{o}}\text{C}; \quad \eta_s = 0{,}8 = \frac{t_{2,s} - t_1}{t_2 - t_1} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 217{,}36^{\text{o}}\,\text{C}$$

$$t_{4,s} = 406{,}67\ \text{K} = 133{,}67^{\text{o}}\text{C}; \quad \eta_s = 0{,}8 = \frac{t_{4,s} - t_3}{t_4 - t_3} \quad \Rightarrow \quad t_4 = 157{,}09^{\text{o}}\,\text{C}$$

La potencia total consumida por los compresores será:

$$\left|\dot{W}_c\right| = \dot{m}_{as}\left[(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)\right]$$

siendo: $$h_2 - h_1 = 1{,}004 \cdot (t_2 - t_1) + X_1 \cdot 1{,}86 \cdot (t_2 - t_1) = 194{,}72\ kJ/kg\ a.s.$$

$$h_4 - h_3 = 1{,}004 \cdot (t_4 - t_3) + X_3 \cdot 1{,}86 \cdot (t_4 - t_3) = 119{,}95\ kJ/kg\ a.s.$$

De modo que: $$\left|\dot{W}_c\right| = 0{,}578 \cdot (119{,}95 + 194{,}72) = \boxed{181{,}8\ kW}$$

3) Rendimiento exergético: $$\eta_{ex} = \frac{b_{t,2} - b_{t,1}}{\left|w_{c,1}\right|}$$

(También podría definirse: $$\eta'_{ex} = \frac{b_{t,2}}{\left|w_{c,1}\right| + b_{t,1}}$$

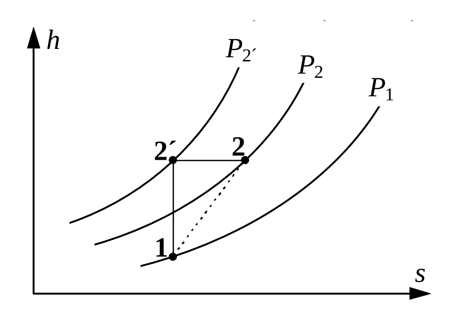
que, en este caso, coincide con η_{ex}, ya que $b_{t,1}$ = 0.)

$$\eta_{ex} = \frac{h_2 - h_1 - T_a(s_2 - s_1)}{h_2 - h_1} = 1 - T_a \frac{s_2 - s_1}{h_2 - h_1}$$

$$h_2 - h_1 = 194{,}72\ \text{kJ / kg a.s.}; \qquad s_2 - s_1 = c_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R \ln\frac{P_2}{P_1} \quad \Rightarrow$$

$$s_2 - s_1 = \left(1{,}004 \cdot ln\frac{490{,}36}{305} - \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot ln\,4\right) + 0{,}025 \cdot \left(1{,}86 \cdot ln\frac{490{,}36}{305} - \frac{8{,}31}{18} \cdot ln\,4\right) = \underline{0{,}0842 \frac{kJ}{kg\,a.s.K}}$$

Sustituyendo se obtiene: $\boxed{\eta_{ex} = 0{,}87}$



$$k_p = \frac{P_2 - P_1}{P_{2'} - P_1}$$

$$s_{2'} - s_1 = 0 = \left(1{,}004 \cdot ln\frac{490{,}36}{305} - \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot ln\frac{P_{2'}}{1atm}\right) +$$

$$+ 0{,}025 \cdot \left(1{,}86 \cdot ln\frac{490{,}36}{305} - \frac{8{,}31}{18} \cdot ln\frac{P_{2'}}{1atm}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \underline{P_{2'} = 5{,}3 \text{ atm}} \quad \rightarrow \quad k_p = \frac{4-1}{5{,}3-1} = \boxed{0{,}7}$$

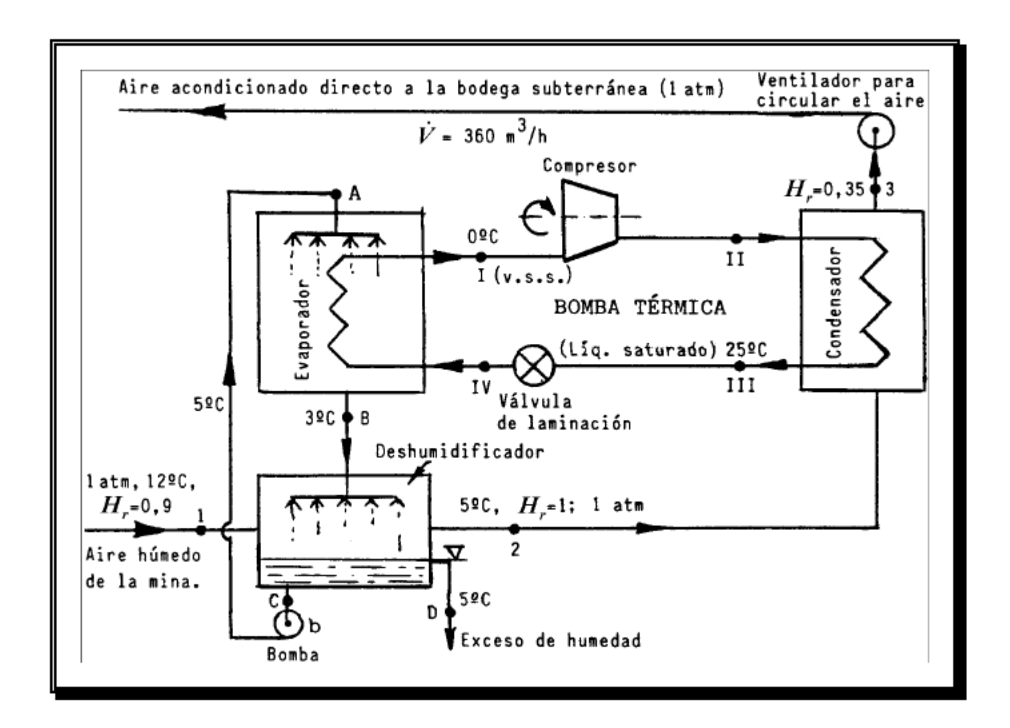
11.24- La figura muestra el diagrama de flujo de una instalación con termobomba para el acondicionamiento del aire de una bodega subterránea albergada en una mina deshabitada, y que se utilizó en época de guerra para almacenar obras de arte.

El aire, con $H_{r,1}$ = 90% y t_1 = 12ºC, a P = 1 atm (presión total constante en todo el proceso) procedente de la mina, alimenta la planta a través de un deshumidificador del que sale saturado a 5ºC. A continuación atraviesa el condensador de la termobomba, de donde sale con humedad relativa $H_{r,3}$ = 35%, y se envía a la bodega con un caudal $\dot{V}$ = 360 m^3 / h.

El agua sale del deshumidificador a 5ºC, y se rocía sobre el serpentín del evaporador de la termobomba, reduciéndose su temperatura a 3ºC antes de regresar al deshumidificador, donde se rocía sobre el aire procedente de la mina. Se pide:

1) Exceso de humedad extraída en kg agua / h en el deshumidificador.
2) Cantidad de agua rociada en el evaporador, en kg / h.
3) *COP* de la termobomba y potencia del compresor.
4) Si la termobomba funciona con NH_3 como fluido termodinámico, sin caídas de presión en las tuberías, y con los parámetros indicados en la figura, calcular el título de NH_3 en **IV** (salida v. laminación) y el rendimiento isoentrópico del compresor.

Considerar calor específico del agua líquida c = 4,18 J / g K = cte.; potencia de la bomba **b** despreciable.



1) $$X_1 \underset{\text{(tabla)}}{=} 0{,}622 \cdot \frac{14{,}016}{1\,013/0{,}9 - 14{,}016} = 0{,}00784\,; \quad X_2 \underset{\text{(tabla)}}{=} 0{,}622 \cdot \frac{8{,}719}{1\,013 - 8{,}719} =$$

$$= 0{,}054 = X_3 = \frac{P_s(t_3)}{1\,013/0{,}35 - P_s(t_3)} \Rightarrow P_s(t_3) = 24{,}91143 \underset{\text{(tabla)}}{\Rightarrow} \underline{t_3 = 21^\circ\text{C}}$$

$$\frac{1013 - 8{,}719}{1000} \cdot 10^5 \cdot 0{,}1 = \dot{m}_{as} \cdot \frac{8{,}31}{28{,}9} \cdot 1000 \cdot (273 + 21) \Rightarrow \dot{m}_{as} = 0{,}1188 \frac{kg\,a.s.}{s} = 427{,}668 \frac{kg\,a.s.}{h}$$

Masa de agua extraída: $\dot{m}_{ag.ext} = \dot{m}_{as}(X_1 - X_2) = \boxed{1{,}0435\ kg/h}$

2) $$h_1 = 1{,}004 \cdot 12 + 0{,}00784 \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 12) = 31{,}823\ kJ/kg\ a.s.$$

$$h_2 = 1{,}004 \cdot 5 + 0{,}0054 \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 5) = 18{,}57\ kJ/kg\ a.s.$$

Balance de energía en el deshumidificador, por kg de a.s.:

$$h_1 + m_l \cdot 4{,}18 \cdot 3 = h_2 + (m_l + 0{,}0024) \cdot 5 \cdot 4{,}18 \Rightarrow m_l = 1{,}58\ kg\ ag.roc./kg\ a.s.$$

Por tanto: $\dot{M}_l = m_l\,\dot{m}_{as} = 1{,}58 \cdot 427{,}668 = \boxed{676\ \text{kg ag. roc./ h}}$

3) $$h_3 = 1{,}004 \cdot 21 + 0{,}0054 \cdot (2500 + 1{,}86 \cdot 21) = 35{,}715\ kJ/kg\ a.s.$$

Balance de energía en el evaporador:

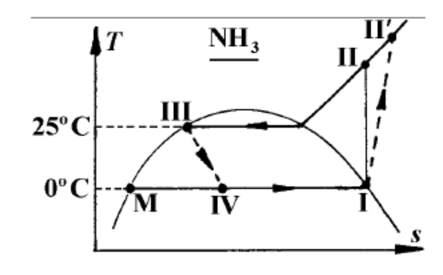
$$|q_{II,III}| = |q_{2,3}| = h_3 - h_2 = 17{,}145; \qquad |q_{I,IV}| = |q_{A,B}| = 1{,}58 \cdot 4{,}18 \cdot 2 = 13{,}21$$

Por tanto, el *COP* de la termobomba será:

$$COP = \frac{17{,}145}{17{,}145 - 13{,}21} = \boxed{4{,}36}$$

y la potencia del compresor: $|\dot{W}_c| = 0{,}1188 \cdot (17{,}145 - 13{,}21) = \boxed{0{,}48\,kW}$

4) En el diagrama (T,s) del NH_3 se lee:



$$h_I = 301{,}5 \text{ kcal / kg}$$

$$h_{II} = 332 \text{ kcal / kg}$$

$$h_{III} = h_{IV} = 28 \text{ kcal / kg}$$

$$h_M = 0$$

Balance de energía:

$$\dot{m}_{NH_3}(h_I - h_{IV}) = \dot{M}_I(h_A - h_B) \Rightarrow \dot{m}_{NH_3} = \cdots = 0{,}00137\ kg/s$$

$$|\dot{W}_c| = 0{,}48\,kW = \dot{m}_{NH_3}(h_{II'} - h_I) = 0{,}00137 \cdot (h_{II'} - 301{,}5 \cdot 4{,}18) \Rightarrow h_{II'} = 385\ kcal/kg$$

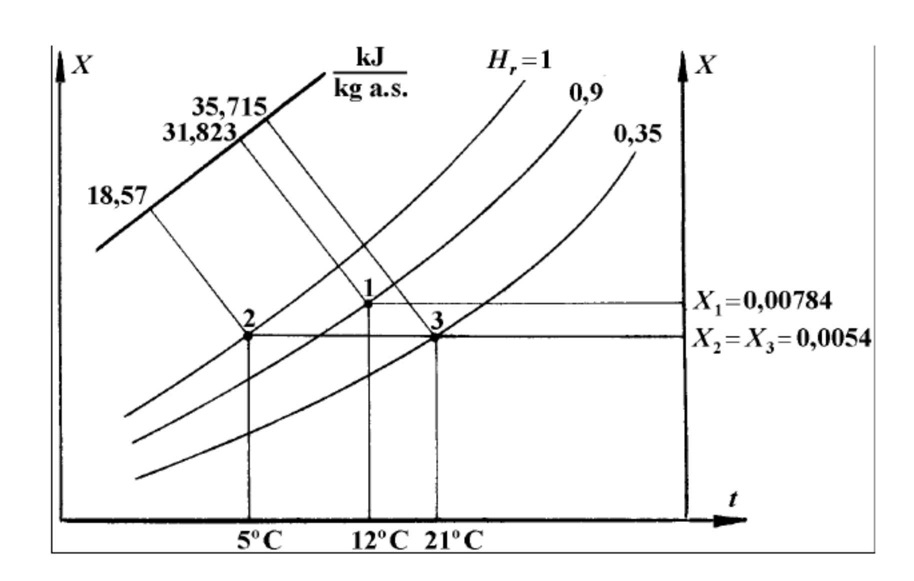
De modo que el rendimiento isoentrópico del compresor será:

$$\eta_s = \frac{h_{II} - h_I}{h_{II'} - h_I} = \boxed{0{,}37}$$

Asimismo: $$X_{IV} = \frac{h_{IV} - h_M}{h_I - h_M} = \frac{28}{301{,}5} = \boxed{0{,}093}$$

Nota: con la utilización de un diagrama de aire húmedo, por ejemplo el de Carrier, la resolución del problema sería más práctica y, desde luego, con aproximación suficiente.

Leídos en el diagrama los valores h_1, h_2, h_3, X_1 y $X_2 = X_3$, efectivamente la resolución del problema es más rápida.


X
kJ / kg a.s.
35,715
31,823
18,57
$H_r = 1$
0,9
0,35
X
1
2
3
$X_1 = 0{,}00784$
$X_2 = X_3 = 0{,}0054$
t
5º C
12º C
21º C



Material Didáctico: Ingenierías, 13